

Tema 6

GESTIÓN DE INVENTARIOS DE DEMANDA INDEPENDIENTE.

Diseño de Sistemas Productivos y Logísticos

Departamento de Organización de Empresas, E.F. y C.

Curso 03 / 04

TEMA 6.....	1
1 INTRODUCCIÓN.....	3
2 CONCEPTOS GENERALES.....	4
2.1 NATURALEZA DE LOS STOCKS.....	4
2.2 EL COSTE DE LOS STOCKS.....	6
2.3 CLASIFICACIÓN DE LA DEMANDA.....	8
2.4 ANÁLISIS ABC.....	9
2.5 COMO MEDIR EL NIVEL DE EXISTENCIAS.....	11
2.6 SERVICIO AL CLIENTE.....	12
2.7 ALGUNAS MEDIDAS FRECUENTES DE SERVICIO AL CLIENTE.....	13
3 POLÍTICAS DE GESTIÓN DE STOCK.....	13
4 GESTIÓN POR PUNTO DE PEDIDO.....	15
4.1 INTRODUCCIÓN.....	15
4.2 FORMALIZACIÓN DEL PROBLEMA DEL CÁLCULO DEL LOTE ECONÓMICO.....	17
4.3 EL LOTE ECONÓMICO.....	18
4.4 PUNTO DE PEDIDO.....	20
5 APROVISIONAMIENTO PERIÓDICO.....	24
5.1 INTRODUCCIÓN.....	24
5.2 EL CÁLCULO DE PERIODO ECONÓMICO.....	24
5.3 CANTIDAD A PEDIR EN CADA PERIODO.....	26
6 VARIACIONES EN EL CÁLCULO DEL LOTE O DEL PERIODO ÓPTIMO. 27	
6.1 EL PROBLEMA DEL TRABAJO EN CURSO.....	27
6.2 CONSIDERACIÓN DE DESCUENTOS EN LA COMPRA POR CANTIDAD.....	29
7.....	30

1 INTRODUCCIÓN.

La Gestión de inventarios es un área básica en cualquier empresa industrial y/o comercial. Además otros beneficios una correcta gestión de los inventarios reduce la cantidad de circulante necesario para hacer frente al día a día, reduce las necesidades de espacio para el normal funcionamiento y adecua los flujos de materiales a las necesidades de las empresas.

En estos apuntes se pretende hacer una primera aproximación al problema de gestión de stocks, que básicamente consiste en decidir *¿Cuándo Pedir?* y *¿Cuánto Pedir?*

Para responder a estas preguntas, es necesario conocer información de la empresa que en general no es de fácil acceso. Habitualmente este hecho conduce a no racionalizar la gestión de stocks, cuando, por pura lógica debiera llevar a buscar la información que falta.

Dicha información suele ir asociada a la demanda de los productos, el aprovisionamiento (los costes y los plazos), el almacenamiento y la gestión de los inventarios.

En estos apuntes se hará un recorrido por las políticas de gestión de stocks que hacen frente al problema de demanda constante, aunque con un cierto grado de variabilidad. Otros planteamientos consideran la demanda variable y conocida, y la demanda estocástica.

Inicialmente se revisarán algunos conceptos generales como la naturaleza de los stocks y sus costes asociados, la clasificación de la demanda y la importancia de los análisis ABC, mecanismos para medir el nivel de existencias y el servicio al cliente.

Posteriormente se plantearán las políticas básicas de gestión de stocks con demanda estimada constante (**Gestión por Punto de Pedido y por Aprovisionamiento Periódico**), cerrándose el capítulo con algunas ampliaciones a los problemas anteriores y ejercicios resueltos.

2 CONCEPTOS GENERALES.

2.1 NATURALEZA DE LOS STOCKS.

El motivo por el que se crearon los primeros almacenes era la necesidad de satisfacer una demanda prácticamente constante de artículos de primera necesidad con producción estacional y variable (algunos ejemplos son alimentación, calefacción...)

En ocasiones, por el contrario, la producción puede ser tan estable como se desee, mientras que es la demanda lo que es variable. Es el caso de sombrillas o de juguetes.

Además, siendo la producción y la demanda estable, diferentes motivos económicos impiden comprar el producto justo en la cantidad requerida. Los costes de transporte desde el centro de producción hacia el centro de consumo pueden obligar a comprar la materia prima de modo periódico (mensual, trimestral...).

También es posible que se desee almacenar productos porque se piensa que en un futuro más o menos próximo, los productos subirán de precio, con lo que se ganará la diferencia. Se dice que en época de inflación lo importante es poseer productos. El motivo financiero también aparece cuando se realizan grandes compras al final de un periodo impositivo para disminuir los beneficios contables.

Aunque la demanda sea estable puede ocurrir que por algún motivo no sea estrictamente constante sino que varíe con una cierta aleatoriedad. Lo mismo se puede decir de la producción, la máquina o el proveedor pueden parar (avería, huelga, etc.). La protección contra dicha aleatoriedad es otro de los motivos por los que se debe almacenar.

Por último, exigencias de producción pueden obligar a la existencia de stocks. Por ejemplo si la demanda de varios productos similares se cubre utilizando una misma máquina (detergentes, papel...) es necesario crear lotes de fabricación y por tanto stocks.

Así se puede resumir que 6 son las razones básicas para la existencia de stocks:

- Variación del aprovisionamiento frente a demanda estable
- Variación y estacionalidad de la demanda
- Restricciones económicas
- Motivos financieros o de especulación
- Protección contra las irregularidades
- Regulación de la producción

Atendiendo a estos motivos se puede descomponer el inventario en seis componentes básicos:

1. **STOCK DE CICLO:** Es el resultante de aplicar las distintas políticas de pedido, y viene determinado por la frecuencia de pedidos y por la cantidad que se pide cada vez.
2. **STOCK DE SEGURIDAD:** Es el que se mantiene como protección contra la incertidumbre de la demanda (y en ocasiones también del suministro).
3. **STOCK DE ANTICIPACIÓN:** Es el acumulado como anticipación a una necesidad o porque una oferta especial así lo propone (Stock de Promoción), o también para conseguir ventajas en el mercado ligadas al alza de precios (Stock de Especulación).
4. **STOCK EN TRÁNSITO:** Es el que está en tránsito entre proveedores y clientes y que puede ser identificado por separado.

En el presente texto se considerará fundamentalmente el stock de ciclo (resultado del lote de pedido y la demanda ocurrida); el stock de seguridad, creado para proteger de la incertidumbre, y el stock de tránsito como efecto inevitable del plazo de entrega. El stock de anticipación no se considerará, pues forma parte de conceptos diferentes de gestión.

2.2 EL COSTE DE LOS STOCKS.

Se puede admitir de entrada que los stocks representan un inmovilizado de capital sin rentabilidad, salvo el caso del stock de especulación. Además los costes de mantenimiento, de obsolescencia, etc. pueden suponer una parte importante del coste de almacenamiento.

2.2.1 Coste de inmovilización de capital.

Hay dos modos de abordar la definición de este coste. El primero pretende que el stock viene financiado por una actividad externa (banco o similar) al que le debemos pagar un cierto interés. El segundo parte del hecho de que la empresa que invierte dinero en stock no lo invierte en otros conceptos más productivos.

En el primer caso se debe distinguir si nuestra empresa es capaz de financiar el stock a “Largo Plazo” o que está obligado a financiarlo a “Corto Plazo”. Es habitual que las entidades financieras consideren el stock una inversión a corto plazo (por su carácter más o menos perecedero) aunque es una inversión que, rotando, suele prolongarse con el proceso productivo. En general, la financiación a largo plazo es más barata que la financiación a corto.

En el segundo caso el coste de almacenamiento debido a la inmovilización de capital es igual a la tasa de retorno de inversión fijada por la empresa.

Se tome cualquiera de las dos opciones el coste de inmovilización de capital suele ser el más importante.

2.2.2 Otros costes.

2.2.2.1 Coste de mantenimiento de almacén.

En ocasiones el almacén es alquilado, con lo que la definición de este coste es sencilla. Sin embargo, generalmente el almacén es propio por lo que hay que estimar un coste a repercutir por el hecho de utilizar instalaciones, energía, etc.

No cuesta lo mismo almacenar productos congelados que algún tipo de arena que exige únicamente una lona por encima para evitar que se la lleve el viento. También las primas de los seguros pueden incorporarse a valor que oscilará generalmente entre el 0,5% y el 2% del coste almacenado.

2.2.2.2 Coste de manutención.

El movimiento de los materiales (personal, maquinaria, etc.) es el objeto de este coste. Generalmente no es proporcional a la cantidad almacenada sino a la actividad del almacén. Se admiten grandes variaciones dependiendo del sector y la empresa aunque algunos autores cifran este gasto entre el 4% y el 6% anual del valor almacenado.

2.2.2.3 Coste de deterioro.

Depende de la naturaleza de los productos almacenados y son particularmente elevados para los productos frágiles como los cristales, los aparatos de laboratorio, etc. Se puede determinar un coste por cada categoría variando entre 0,2% y 5%

2.2.2.4 Coste de expolio.

Algunos productos son más susceptibles que otros de “desaparecer” en el transcurso del trabajo (p. ej. en los almacenes de bebidas alcohólicas) En ocasiones es más barato asignarle un coste y dejar que siga desapareciendo que instaurar un sistema de prevención del hurto. Estos coste varían mucho en las empresas aunque son muy fácilmente evaluables.

2.2.2.5 Coste de caducidad y obsolescencia.

La naturaleza de estos tipos costes es similar. En el primer caso, caducidad, la duración del producto viene determinada por él mismo (alimentación, sanitario, etc.). En el segundo caso, obsolescencia, es el mercado o el sector el que provoca la obsolescencia (productos electrónicos, moda...).

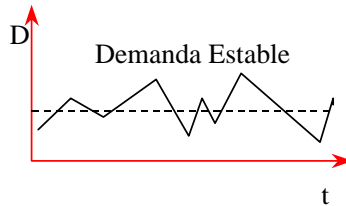
Estos costes pueden oscilar entre el 0% y el 15% del valor almacenado dependiendo de la volatilidad del sector y de las políticas de gestión empleadas.

2.3 CLASIFICACIÓN DE LA DEMANDA.

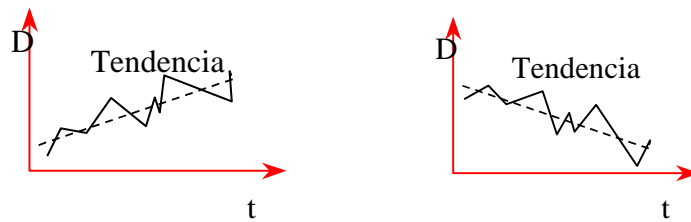
Demanda Independiente/Demanda Dependiente: Es demanda independiente aquella a la que no le afectan más elementos que los propios del mercado. Es demanda dependiente aquella que va vinculada a la fabricación de otro producto (Por ejemplo la demanda de ruedas de bicicleta es dependiente de la demanda de bicicletas).

Demanda aleatoria/predecible: Se dice que un artículo tiene demanda predecible cuando está comprometida la cantidad y el momento en el que ha de ser entregado, mientras que es demanda aleatoria aquella que depende de factores no controlables.

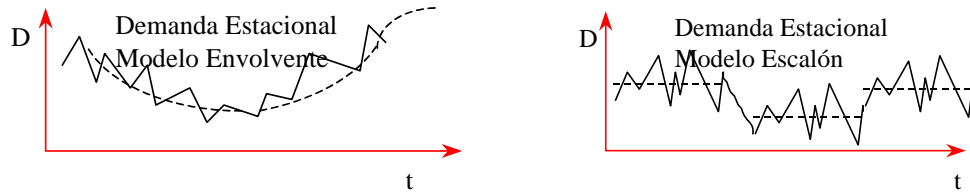
Demanda estable: Demanda estable es aquella en la que, aunque el valor de la demanda varía, lo hace alrededor de una cifra constante a lo largo del tiempo.



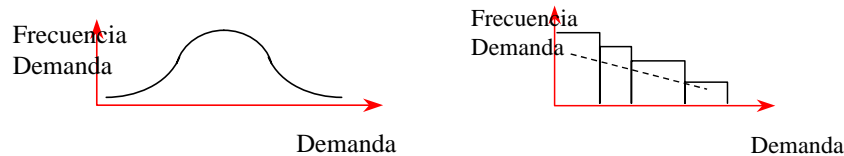
Demanda con tendencia: es aquella en la que el valor medio de la demanda varía con el tiempo, mostrando una tendencia creciente o decreciente.



Demanda estacional: Un modelo con demanda estacional es aquel que muestra una variación en la demanda media en diferentes puntos del ciclo de planificación, y esta variación puede relacionarse con determinados factores del mercado.



Demanda de movimiento rápido o lento. La clasificación de la demanda de movimiento rápido o lento no depende tanto del valor de la demanda, como de la frecuencia de la demanda a lo largo del tiempo y, por tanto, de la forma de la Distribución de la demanda. En el caso de la demanda de movimiento rápido, se asume que la demanda tiene una distribución estadística de tipo normal, mientras que la demanda de movimiento lento se asemeja más a una Poisson o Poisson compuesta.



Demanda establecida por periodos. Es aquella en la cual la demanda es conocida con anticipación y dividida en periodos (horas, días, semanas). Va generalmente asociada a demanda dependiente.

2.4 ANÁLISIS ABC.

Cualquier empresa maneja una gran cantidad de artículos diferentes y no sería viable, ni razonable, aplicar los mismos criterios a todos ellos. En cualquier almacén se puede demostrar que una cantidad muy pequeña de artículos supone el grueso del movimiento y por tanto del coste.

Para ello se puede utilizar la denominada clasificación ABC (o análisis de Pareto) Mediante esta técnica se pretende clasificar los artículos en tres grandes grupos según su importancia, respecto a una variable escogida.

El método para realizar el análisis de Pareto se fundamenta en un gráfico (llamado gráfico ABC) donde se ordenan los artículos en orden decreciente (de número de

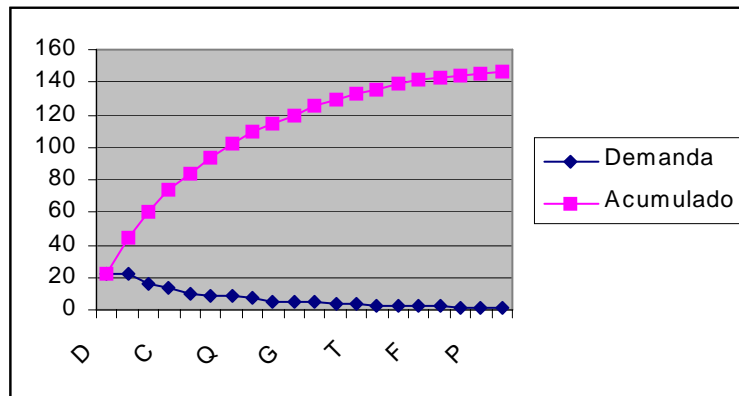
movimientos o del valor que se pretende analizar). De forma ordenada y para cada artículo se representa el resultado de sumar todos los valores relativos a los productos anteriores.

Ejemplo : Sea una empresa con 20 artículos con la siguiente demanda general:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Demanda	10	5	14	22	3	2	5	1	9	8	4	16	5	3	22	1	9	1	2	4

Ordenando en sentido decreciente demanda:

	D	O	L	C	A	I	Q	J	B	G	M	K	T	E	N	F	S	H	P	R
Demanda	22	22	16	14	10	9	9	8	5	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1	1
Acumulado	22	44	60	74	84	93	102	110	115	120	125	129	133	136	139	141	143	144	145	146



En ocasiones, la particularidad de los productos (su utilidad, la rapidez con que se vuelven obsoletos...) puede hacerlos subir una categoría en nuestra clasificación.

Los artículos de clase A exigen un tratamiento detallado, muchos clientes lo piden y están acostumbrados a llevárselo. Aunque, generalmente, la irregularidad no es grande, quedarse sin stock tiene repercusiones importantes. En estos artículos el control de existencias debe ser frecuente, así como la evaluación de las previsiones.

Los artículos de clase B tienen que ser también vigilados aunque con una frecuencia mucho menor. Los métodos de gestión de stocks no tienen porque ser tan detallados.

Sobre los artículos de clase C (la gran mayoría) el control no debe ser muy frecuente. Es interesante aplicar en este caso inspecciones rotativas o aleatorias. La regla básica en este tipo de stock es que esté disponible. Esto lleva a marcar niveles de stock de seguridad proporcionalmente elevados.

2.5 COMO MEDIR EL NIVEL DE EXISTENCIAS.

Medir el nivel de existencias en un almacén exige tener una unidad de medida para expresarlo. Esta unidad de medida es la unidad monetaria.

Además no se puede decir “a priori” que un nivel de existencias sea alto o bajo. Esta apreciación depende, entre otras cosas, del volumen de ventas de la empresa. Para comparar estas dos magnitudes se establecen los siguientes parámetros:

$$\text{Rotación de existencias: } R = \frac{\text{Ventas Anuales al Coste}}{\text{Valor Existencias}}$$

$$\text{Rotación dinámica de existencias: } RD = \frac{4 \cdot \text{Ventas Trimestrales al Coste}}{\text{Valor Existencias}}$$

$$\text{Rotación prevista de existencias: } RP = \frac{\text{Ventas Anuales previstas}}{\text{Valor Existencias}}$$

$$\text{Semanas de venta en almacén: } SV = \frac{\text{Valor de Existencias}}{\text{Venta Semanal prevista al coste}}$$

Los cuatro parámetros anteriores, u otros que se pueden definir, nos indican la relación entre las ventas y las existencias.

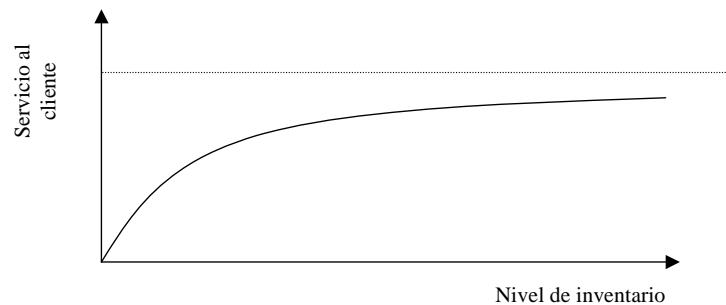
No es posible establecer objetivos generales en la rotación de existencias porque dependen de diferentes factores como:

- El sector en que se mueve la empresa.
- Los modos de pago a los proveedores.
- Los objetivos de servicio al cliente.
- Distancia a los proveedores.
- Número de almacenes.

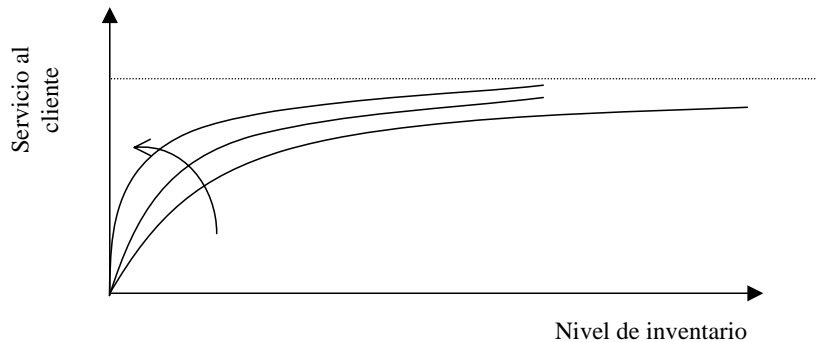
2.6 SERVICIO AL CLIENTE.

El principal objetivo perseguido al mantener stock es garantizar que cuando un cliente requiere un determinado producto en nuestras instalaciones, lo encuentre. Es esta visión de servicio al cliente la que nos interesa.

Este servicio al cliente tiene una relación asintótica con el nivel de inventario presente. Es decir, cuanto mejor es el nivel de servicio al cliente mayor es el inventario adicional necesario para mejorarlo.



La relación anterior supone que otros factores no cambian. Pero es evidente que la función de un buen gestor no es definir el punto ideal de una curva, sino cambiar los parámetros para obtener, en este caso, mayor servicio al cliente con menor inventario.



2.7 ALGUNAS MEDIDAS FRECUENTES DE SERVICIO AL CLIENTE

- Porcentaje de pedidos servidos a tiempo: todas las líneas del pedido deben servirse a tiempo. Es una buena medida del servicio a clientes externos si todos los pedidos son similares. No mide el retraso, si este existe.
- Porcentaje de las líneas de pedido servidas a tiempo: Mejora la medida anterior al reconocer que diferentes pedidos tienen diferente número de líneas de pedido.
- Porcentaje de unidades servidas a tiempo: Reconoce diferencias en cantidades entre pedidos y líneas de pedidos.

3 POLÍTICAS DE GESTIÓN DE STOCK.

Con todos los riesgos inherentes a cualquier generalización, se puede admitir que cualquier política de gestión de stocks consiste básicamente en decidir:

1. ¿Cuánto pedir?
2. ¿Cuándo pedir?

Cualquier aproximación debe definir los dos parámetros anteriores. La decisión *¿cuándo pedir?* establecerá el evento que generará la decisión de compra (una vez a la semana, cuando quedan 10 unidades). Por su parte *¿cuánto pedir?* establece la cantidad a pedir en cada ocasión (1 camión entero, hasta poseer 25 paletas)

Es evidente que estas dos decisiones dependerán del tipo de demanda considerada. Se puede ampliar la clasificación del apartado anterior considerando tres tipos de demanda:

- a) demanda estable que se distribuye alrededor de una media constante
- b) demanda variable por periodos y conocida
- c) demanda estocástica

En el presente documento nos centraremos en el primer tipo de demanda sin desprestigiar la realidad de los otros dos.

Cuando la demanda se considera estable alrededor de una media constante se reconocen dos tipos de aproximaciones básicas:

- 1) Gestión por puntos de pedido: Se fija el lote o la cantidad a pedir, y se solicita un nuevo lote cuando el nivel de stock alcanza un cierto punto (punto de pedido) que depende de la demanda hasta que el pedido llegue.
- 2) Gestión por aprovisionamiento periódico: Se fija cada cuanto tiempo hay que lanzar el pedido y la cantidad pedida depende del nivel de inventario y de la demanda durante el periodo, básicamente.

La primera aproximación es más barata, la segunda es más fácil de utilizar.

Para poder abordar el desarrollo de estas dos políticas es necesario definir algunos conceptos más, que son los siguientes:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">➤ <u>Plazo de aprovisionamiento (PA)</u>: es el plazo que tarda en estar disponible un pedido desde que es solicitado.➤ <u>Periodo de previsión (PPrev)</u>: Es la unidad temporal en la que se dan los datos (p.ej.: una demanda de 15 unidades/semana, expresa que el periodo de previsión es una semana) |
|--|

- Nivel de servicio al cliente por Ciclo: Expresado en porcentaje indica la probabilidad que se desea que no incurra en ruptura de stock en cada nuevo reaprovisionamiento.
- Ruptura de stock: Se dice de la situación en que existiendo demanda no se dispone de stock para servirla.
- Coste de lanzamiento (CL): Es el coste de lanzar un pedido o una orden de fabricación.
- Coste Unitario (Cu): Es el coste de adquirir una unidad de producto.
- Horizonte (H): Es el número de periodos de previsión que se considera para los cálculos de costes totales.

4 GESTIÓN POR PUNTO DE PEDIDO.

4.1 INTRODUCCIÓN.

Aunque la situación de una demanda constante no se da en prácticamente ningún caso real, es necesario conocerla para construir una teoría sólida alrededor de la gestión de stocks.

Supongamos que vendemos un determinado producto con un Coste Unitario de compra de 25€ la unidad. Supongamos que la demanda de dicho producto es de 100 unidades diarias.

Asumamos que el lanzar la orden de compra tiene un coste asociado de 200€ por lanzamiento. Este coste, denominado Coste de Lanzamiento, puede ir vinculado al flete de un camión, al coste financiero de la compra, a la preparación de las máquinas, etc.

Si lanzáramos la orden de adquisición de las unidades de 500 en 500, tendríamos que realizar 73 compras en un año, lo que supondría unos costes de 14600€año. Sin embargo si compráramos los productos una vez cada 6 meses los costes de compra serían de 400€año.

Entonces, ¿por qué no comprar una vez al año? Esta política exigiría comprar un lote de 36500 unidades y tendría un coste de 200€año. El motivo para no llevar a cabo dicha política es que existen los denominados costes de almacenamiento, ya tratados en un apartado anterior.

Dichos costes, (relativos al coste del dinero, al volumen que ocupan, a la pérdida, obsolescencia y caducidad del producto) se suelen representar como un coste por unidad durante un determinado periodo de tiempo (h), o como un coste por unidad monetaria durante un periodo de tiempo (k). En cualquier caso $h = k \cdot Cu$.

Supongamos que el coste de almacenar una unidad del producto anterior durante un año es de $h = 5€$ unidad.

Como es obvio, los costes totales de almacenamiento variarán proporcionalmente a la cantidad almacenada. Con lo que cuánto mayor sea el pedido realizado mayor será el coste de almacenamiento pero menores los costes de lanzamiento al final del año. Y a la inversa, cuanto menor sea el pedido, mayores serán los costes de lanzamiento pero menores los de almacenamiento.

¿Existe una cantidad de compra que minimice los costes totales? Los próximos apartados se dedican a calcular dicha cantidad.

4.2 FORMALIZACIÓN DEL PROBLEMA DEL CÁLCULO DEL LOTE ECONÓMICO.

4.2.1 Nomenclatura utilizada.

Parámetros	
d	La demanda durante el Periodo de Previsión.
D	La demanda durante el Horizonte de trabajo.
h	Coste de almacenar durante el horizonte una unidad de compra.
k	Coste de almacenar durante el horizonte una unidad monetaria.
C_U	Coste unitario de una unidad de compra.
C_L	Coste de Lanzar un pedido.
Variables	
Q	Tamaño de Lote

El objetivo perseguido es la minimización de costes totales. Como se ha comentado, los costes vinculados son los denominados *costes de lanzamiento* y los *costes de almacenamiento*.

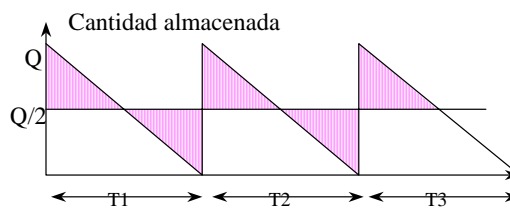
El tercer coste asociado es el coste de adquisición de productos. Al no considerar, por ahora, descuentos por cantidad, éste es un valor que únicamente depende de la cantidad comprada. Así pues, este coste es independiente del tamaño de lote y vale, para el horizonte considerado:

$$D \cdot C_u$$

Los costes de lanzamiento se deben calcular respecto a un cierto horizonte temporal, en el que ocurrirán diferentes lanzamientos. Dicho horizonte debiera ser el mismo para el que se ha definido el coste de almacenamiento por unidad. El número de lanzamientos será, evidentemente, la demanda durante el citado horizonte temporal dividido por el lote que en cada momento se pide. Por lo que el coste vinculado a los lanzamientos se expresa del siguiente modo:

$$\frac{D}{Q} \cdot C_L$$

Por otro lado se ha comentado que los costes de almacenamiento deben ir vinculados a la cantidad almacenada. Ésta es por término medio la mitad del tamaño de lote. Esta observación es evidente si atendemos al hecho de que la demanda es constante, y que el instante de compra o adquisición, dado que la demanda es constante (y el tiempo de entrega nulo) debe coincidir con el instante de demanda nula.



De este modo el coste asociado al almacenamiento durante el horizonte de cálculo, en función del lote de compra Q es:

$$h \cdot \frac{Q}{2} = k \cdot C_u \cdot \frac{Q}{2}$$

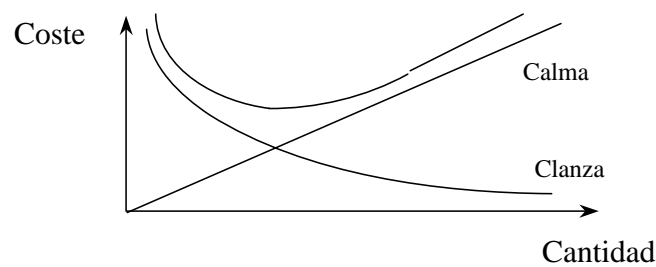
4.3 EL LOTE ECONÓMICO.

A partir del planteamiento anterior, Wilson, en 1928, propuso el modelo denominado EOQ (Economic Order Quantity) que parte de los siguientes supuestos:

1. La demanda es regular durante el año y constante por unidad de tiempo
2. El retraso entre el pedido y la entrada del producto en el almacén es conocido y constante.
3. El precio o coste del artículo es conocido y fijo; no depende de la cantidad
4. No se admite la ruptura de stock.
5. El coste de pedido o de lanzamiento es fijo y conocido.
6. El coste del almacenaje es proporcional al valor en stock
7. El stock se conoce de modo permanente.

Como se ha visto en el apartado anterior tenemos tres tipos de costes. De ellos el coste asociado al coste de compra de cada unidad, no se ve afectado por la cantidad comprada, por lo que será irrelevante para el cálculo de la cantidad óptima.

El coste de almacenamiento es proporcional a la cantidad comprada y el de lanzamiento es inversamente proporcional a dicha cantidad.



El coste total del aprovisionamiento, excluyendo el Coste de Adquisición será de:

$$CT(Q) = \frac{D}{Q} C_L + \frac{Q}{2} kCu$$

De donde, derivando para Q e igualando a 0, se obtiene que el lote óptimo se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

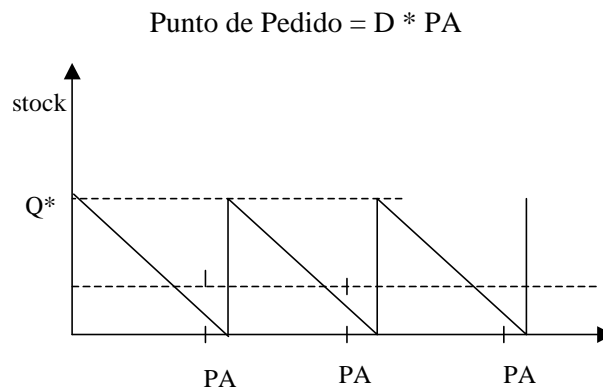
$$Q^* = \sqrt{\frac{2DC_L}{k \cdot Cu}}$$

Y éste será el tamaño de lote óptimo de adquisición.

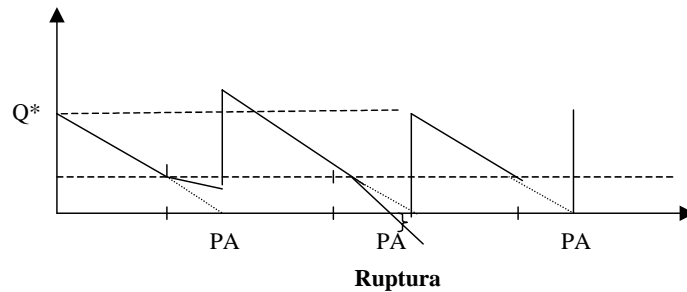
4.4 PUNTO DE PEDIDO.

Una vez fijada la cantidad a pedir es necesario establecer el evento que lanzará la orden. Es evidente que éste irá vinculado al nivel de stock (tanto en almacén como en tránsito), así como a la demanda prevista entre el instante en que se solicita el lote y el lapso de tiempo hasta que se recibe el pedido.

Así pues, el Punto de Pedido será el nivel de stock necesario para abastecer la demanda durante el Plazo de Aprovisionamiento.



Es evidente que la demanda durante el plazo de aprovisionamiento es una previsión. Ésta, como tal, no se cumplirá. Si la demanda durante dicho plazo es inferior a la prevista, no ocurrirá nada especialmente grave. Sin embargo si la demanda fuera superior a la prevista incurriríamos en una “ruptura de stock”. Podríamos suponer, en base a planteamientos estadísticos, que si fijamos el punto de pedido como se ha definido anteriormente, incurriremos en una ruptura de stock en el 50% de las ocasiones.



Para evitar este efecto se puede incrementar el Punto de Pedido en una cierta cantidad que cubra las irregularidades. Esta cantidad recibe el nombre de *stock de seguridad*.

El stock de seguridad dependerá de la incertidumbre (de la distribución estadística de la demanda durante el plazo de entrega) y del nivel de servicio al cliente que se quiera incorporar al sistema.

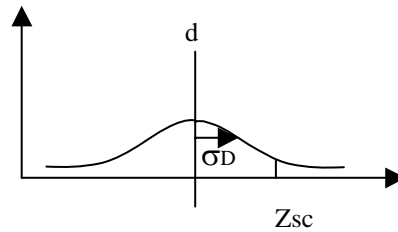
El nivel de servicio al cliente expresa la probabilidad de que en cada revisión no se incurra en ruptura de stock.

Tradicionalmente la aleatoriedad de la demanda se ha expresado en forma de una función de distribución normal: la media es la demanda prevista en un periodo de previsión y con desviación típica σ_d .

Hay que destacar que aunque la demanda no se distribuyera alrededor de una normal, los conceptos que se desarrollarán a continuación para la definición del stock de seguridad serían exactamente los mismos.

Si se pretende que el stock de seguridad cubra la demanda en un porcentaje de ocasiones equivalente al Nivel de Servicio al Cliente por Ciclo definido, siendo el plazo de aprovisionamiento igual al periodo de previsión, se debe calcular de este modo:

$$SS = Z_{sc} * \sigma_d$$



Donde z_{sc} se puede extraer de las tablas estadísticas, en este caso de las tablas de la distribución Normal:

SC (%)	z_{sc}
95	1,65
97,5	1,96
99	2,33
99,5	2,58

De este modo el Punto de Pedido estaría fijado por la demanda prevista durante el Plazo de Aprovisionamiento más el Stock de Seguridad. Nuevamente si el Periodo de Previsión es igual al Plazo de Aprovisionamiento

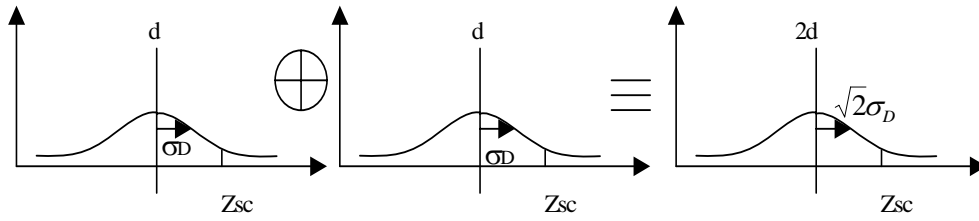
$$PP = d + z_{sc} \cdot \sigma_d$$

Si el plazo de aprovisionamiento (PA) fuera distinto del Periodo de Previsión el Punto de Pedido y el stock de seguridad sería:

$$PP = d \cdot PA + z_{sc} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{PA}$$

$$SS = z_{sc} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{PA}$$

El primer sumando del punto de pedido es evidente: la cantidad de producto que en condiciones normales consumimos durante el Plazo de Aprovisionamiento. El segundo sumando, relativo al stock de seguridad, se desprende de los conceptos básicos de la estadística: “La varianza de una distribución normal resultado de la suma de dos distribuciones normales es la suma de las varianzas”.



$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_D^2 + \sigma_D^2$$

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{2} \cdot \sigma_D$$

5 APROVISIONAMIENTO PERIÓDICO.

5.1 INTRODUCCIÓN.

En el apartado anterior se ha definido una política de gestión de stocks basada en fijar el lote y dejar el periodo de reaprovisionamiento variable.

En este apartado se desarrollará la política de gestión de stocks denominada Aprovevisionamiento Periódico. La característica fundamental de esta política es que fija los periodos de revisión (¿Cuándo pedir?) y la cantidad a pedir en cada instante depende del nivel de inventario y de la demanda prevista.

5.2 EL CÁLCULO DE PERIODO ECONÓMICO.

Del mismo modo que en el apartado anterior se ha calculado un valor de tamaño de lote que minimiza los costes totales, es posible calcular un “Periodo Óptimo” T^* que haga lo propio.

El coste total de aprovisionamiento asociado a un horizonte H es:

$$C_T = C_L \frac{H}{T} + h \frac{T}{2} d$$

$$\frac{\partial C_T}{\partial T} = 0 = -C_L \frac{H}{T^2} + h \frac{d}{2}$$

De donde el periodo óptimo de reaprovisionamiento es:

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_L \cdot H}{h \cdot d}}$$

5.2.1 Política de “Potencias-de-dos”.

No parece normal que se puedan definir periodos de 5.38 días para rehacer la orden de compra. Ni tampoco es necesario.

La curva de costes totales es muy plana en el entorno del óptimo, lo que da a éste una muy baja sensibilidad.

Este es el origen de la denominada política de “Potencias-de-2” que simplifica la gestión de inventarios sin ser excesivamente costosa, como se demostrará.

La política de “Potencias-de-2” implica que el periodo de reaprovisionamiento será múltiplo de un periodo base T_B fijado arbitrariamente. El valor por el que multiplicar el periodo base es:

$$T = 2^n \cdot T_B$$

Es decir, si el periodo base es $T_B=1$ semana, el periodo de revisión será de 1 semana, 2 semanas, 4 semanas, 8 semanas, etc.

Se puede demostrar que esta política incrementa los costes en menos de un 6% del total.

Esta política, aparentemente extraña, es especialmente útil cuando se trabaja con grandes cantidades de artículos, o en sistemas multinivel, pues permite racionalizar el proceso de la gestión de pedidos al dotarlo de una cierta estabilidad. Semanalmente se realizaría la revisión de los stocks (y no de modo continuo como debería hacerse en el sistema de Gestión por Punto de Pedido).

Para calcular el valor de n el procedimiento empieza calculando T^* :

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_L \cdot H}{h \cdot d}}$$

Sea f la función de los costes totales. Dado que f es convexa, el valor de n óptimo es el menor entero tal que:

$$\begin{aligned}
 f(2^n \cdot T_B) &\leq f(2^{n+1} \cdot T_B) \\
 C_L \frac{H}{T_B \cdot 2^n} + h \frac{T_B \cdot 2^n}{2} d &\leq C_L \frac{H}{T_B \cdot 2^{n+1}} + h \frac{T_B \cdot 2^{n+1}}{2} d \\
 C_L \frac{H}{T_B} \left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{2^{n+1}} \right) &\leq h \cdot T_B \cdot d \cdot (2^n - 2^{n-1}) \\
 C_L \frac{H}{T_B} \cdot \frac{1}{2^{n+1}} &\leq h \cdot T_B \cdot d \cdot 2^{n-1} \\
 C_L \frac{H}{h \cdot d} &\leq 2^{2n} \cdot T_B^2 \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2 \cdot C_L \cdot H}{h \cdot d}} &\leq 2^n \cdot T_B \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot T^* &\leq 2^n \cdot T_B
 \end{aligned}$$

Es decir que para calcular el periodo óptimo según “potencias-de-2” sólo hay que encontrar el entero más pequeño que cumple:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot T^* \leq 2^n \cdot T_B$$

5.3 CANTIDAD A PEDIR EN CADA PERIODO.

Si la política adoptada es de Aprovisionamiento Periódico, la cantidad a pedir en cada instante dependerá del Inventario que se posee (stock de ciclo + stock en tránsito) y de la demanda prevista hasta que llegue el pedido siguiente al que se va a efectuar.

El razonamiento de este concepto es el siguiente:

En el momento que se solicite una cantidad de producto fijaremos una cantidad de stock que no será posible reponer hasta que se reciba el siguiente pedido que hagamos.

Así pues la política de Aprovisionamiento Periódico exige definir un Nivel Máximo (Nmax), que será la cantidad hasta la que hemos de subir el inventario que se posee, para ser capaces de cubrir la demanda durante el Periodo de Revisión más el Plazo de Aprovisionamiento.

Es evidente que el stock de seguridad debe cubrir las irregularidades durante un lapso de tiempo mayor que en el caso del modo de gestión por punto de pedido.

Por este motivo se puede decir que el Aprovisionamiento Periódico es una política más cara que la de gestión por Punto de Pedido. El stock de seguridad en este caso es:

$$SS = z_{sc} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{PA + PR}$$

El nivel máximo hasta el que pedir será pues:

$$N \max = d \cdot (PA + PR) + z_{sc} \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{PA + PR}$$

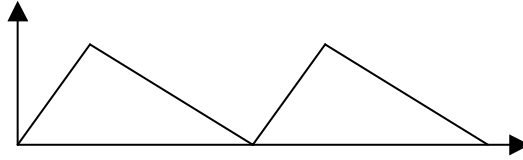
6 VARIACIONES EN EL CÁLCULO DEL LOTE O DEL PERIODO ÓPTIMO.

El modelo de Wilson, considerado en el apartado 3.1.2, es un modelo excesivamente simplista, aunque útil pues permite abordar el problema. A lo largo de los años se han desarrollado modelos que relajan alguna de las hipótesis básicas adaptándolos a diferentes requerimientos. Así podemos distinguir, entre otros:

- a) Modelos que abordan el trabajo en curso
- b) Modelos que consideran descuentos por cantidad

6.1 EL PROBLEMA DEL TRABAJO EN CURSO.

Al decidir el tamaño del lote de fabricación, se puede abordar el problema considerando que el tiempo dedicado a la fabricación no es despreciable frente al tiempo dedicado al consumo



De este modo la cantidad almacenada nunca llega a ser la fabricada, porque durante la producción se ha consumido producto. Sea p el ritmo de fabricación (siendo d la demanda). El nivel máximo que alcanzará el stock será:

$$\frac{p-d}{p} \cdot Q$$

Por tanto los costes totales serán:

$$C_T = C_L \frac{D}{Q} + h \frac{p-d}{p} \cdot Q/2$$

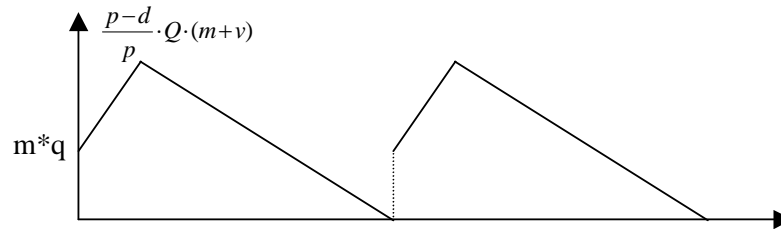
De donde el lote óptimo será:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_L \cdot D \cdot p}{h \cdot (p-d)}}$$

Como era de esperar si p es grande comparado con d , la fórmula del lote óptimo es la misma que en el caso más simple. Si por el contrario d es similar a p el tamaño de lote aumentaría, lo cual también era de esperar.

6.1.1 Consideración de materia prima.

En el modelo anterior no se considera la existencia de materia prima y un coste de almacenamiento asociado. Supóngase que para cada lanzamiento hay que adquirir la materia prima asociada y que ésta tiene un coste unitario de m , siendo v el valor añadido por cada unidad fabricada. La evolución de los stocks, sería la siguiente:



Como se puede demostrar el valor del stock medio es:

$$m \cdot \frac{Q}{2} + \frac{p-d}{p} \cdot \frac{Q}{2} \cdot v = \left(m + \frac{p-d}{p} \cdot v\right) \frac{Q}{2}$$

La curva de costes totales tendrá la siguiente expresión:

$$C_T(Q) = C_L \frac{D}{Q} + k \cdot \left(m + \frac{p-d}{p} \cdot v\right) \frac{Q}{2}$$

Y por tanto el lote óptimo sería:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_L \cdot D}{k \cdot \left(m + \frac{p-d}{p} \cdot v\right)}}$$

6.2 CONSIDERACIÓN DE DESCUENTOS EN LA COMPRA POR CANTIDAD.

En ocasiones el precio del producto comprado varía dependiendo de la cantidad. Hasta el momento se ha considerado este coste invariable y por tanto no se consideraba en la curva de costes totales.

Si el coste de compra va a variar en función de la cantidad comprada, éste debe estar incluido en la fórmula de costes totales:

$$C_T = C_L \frac{D}{Q} + k \cdot C_u \cdot \frac{Q}{2} + D \cdot C_u$$

Con una tarifa de esta naturaleza el coste de compra de cada unidad viene afectada con una rebaja, que depende de la cantidad de Q pedida:

$0 < Q < Q_1$ descuento nulo

$Q_1 \leq Q < Q_2$ descuento r1

$Q_2 \leq Q < Q_3$ descuento r2

· · ·

· · ·

De este modo la función de costes será una función definida por tramos con la siguiente expresión

$$C_L \frac{D}{Q} + (k \frac{Q}{2} + D) \cdot Cu \quad Q \in]0, Q_1[$$

$$C_L \frac{D}{Q} + (k \frac{Q}{2} + D) \cdot Cu \cdot (1 - r_1) \quad Q \in [Q_1, Q_2[$$

$$C_L \frac{D}{Q} + (k \frac{Q}{2} + D) \cdot Cu \cdot (1 - r_2) \quad Q \in [Q_2, Q_3[$$

Para calcular el mínimo se aplican conceptos matemáticos elementales para funciones discontinuas.