Capítulo 2

Ecuaciones diferenciales de orden superior

2.1. Ejercicios del Capítulo 2

1. Halla la ecuación diferencial asociada a: $y = Ax^2 + Bx$.

   Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

2. Incompletas

   (a) $y'' + x(y')^2 = 0$
   (b) $(1-y)y'' + y'^2 = 0$
   (c) Ejemplo 1.1.1, página 5.

3. Considera la ecuación diferencial

$$y'' - 2xy' - 2y = 2xe^{x^2}.$$

   Comprueba que $y_0 = e^{x^2}$ es solución de la ecuación homogénea y considera el cambio $y = z\,y_0$. Obtén la ecuación para z y resuélvela (ecuación donde falta la z).

4. Homogéneas

   (a) $y'' - k^2 y = 0$
   (b) $y'' + k^2 y = 0$
   (c) $y^{(5)} + y^{(4)} + y^{(3)} + y'' + y' + y = 0$

5. Coeficientes indeterminados

   (a) $y^{(3)} - 5y'' + 6y' = x^2 + 6$
   (b) $(D^2 + 16)y = 4x\sin(4x) + 8\cos(4x)$.

(c) $y^{(4)} - 2y^{(3)} - 3y'' = (6x+2)e^{3x} - x^2 + x\sin(x)$

6. Variación de constantes

   (a) $y'' - y' - 2y = \sinh(x)$.

   (b) $y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$.

   (c) $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$.

7. Resuelve los problemas de valor inicial

   (a) $y'' + 4y = x^2 + 3\exp(x), \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0.$

   (b) $y'' - 2y' + y = x\exp(x) + 4, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$

8. Euler y reducción de orden

   (a) $3(2x+1)^2 y'' + 5(2x+1)y' - 2y = 8x^2$.

   (b) $(x-1)y'' - \frac{2y}{x-1} = x$.

   (c) $(1-x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad -1 < x < 1, \quad y_p = x.$

9. La ecuación diferencial para un determinado circuito es:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e(t) \tag{2.1}$$

   donde R es la resistencia (en ohmios), L es la autoinducción (en henrios) y C es el condensador (en faradios). Además, sabemos que $R, L, C > 0$.
   (a) Escribe la solución de la ecuación homogénea en función de los valores de R, L, C.
   (b) Puede ser inestable la solución? (c) Resuelve el problema para $L = 0{,}4$, $C = 0{,}025$, $R = 10$ y $e(t) = \sin(t)$, y condiciones iniciales $q(0) = 1, q'(0) = 0$.

10. Halla los 5 primeros términos de la solución en serie de potencias de x de la ecuación diferencial

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad -1 < x < 1,$$