

## Capítulo 5

# Transformadas de Laplace

### 5.1. Ejercicios del Capítulo 5

Ejercicios del libro (Capítulo 5, página 142).

#### Transformadas de Laplace

Ejercicios 6-13.

#### Cálculo de integrales

Ejercicios 16-18 y 39.

#### TL de funciones periódicas

Ejercicios 33-36.

#### Transformadas Inversas de Laplace

Ejercicios 40-42.

#### Aplicaciones

Ecuaciones diferenciales: Ejercicios 49-51, 53 y 59.

Sistemas de ecuaciones diferenciales: Ejercicios 56, 57 y 67.

Ecuaciones integro-diferenciales: Ejercicios 61-63.

#### Otros Ejercicios.

1. Considera la ecuación diferencial  $y'' + 9y = e(t)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ 
  - a) Halla  $\mathcal{L}(y)$  si  $e(t) = \delta(t - 3)$ .
  - b) Dí cual es la función transferencia,  $H(s)$ , del sistema.
  - c) Calcula mediante convolución la admitancia indicial,  $a(t)$ , del sistema.
2. Hallar  $y(t)$  utilizando transformadas de Laplace

$$\begin{cases} x' + x - y = e^{-t} \\ y' + y - x = e^t, \end{cases} \quad x(0^+) = 1, y(0^+) = 1.$$

## 5.2. Soluciones a los Ejercicios del Capítulo 4

### Ejercicios del libro (página 142).

La solución de la mayoría de los ejercicios es inmediata y se resuelven fácilmente con la ayuda del *Mathematica*.

#### Transformadas de Laplace

Ejercicios 6-13 (ver fichero de Mathematica).

$$6- \frac{5,8873}{8} \frac{1}{s^{2/5}} + \frac{5,9618}{9} \frac{1}{s^{9/10}} - \frac{0,9330}{s^{23/20}}.$$

$$7- a) \frac{s^2 - b^2}{(s^2 + b^2)^2}; \quad b) \frac{2bs}{(s^2 + b^2)^2}.$$

$$9- \frac{1}{s(s+3)}.$$

$$10- \frac{s^2 - 2s + 4}{4(s-1)^2(s-2)}.$$

$$12- a) \frac{1 - e^{-5s}}{s}; \quad b) \frac{e^{-s} - e^{-2s}}{s}; \quad c) \exp\left(-\frac{2\pi}{3}s\right) \frac{1}{s^2 + 1}$$

$$d) e^{-s} \left( \frac{2}{s^3} + \frac{2}{s^2} + \frac{1}{s} \right) - e^{-3s} \left( \frac{2}{s^3} + \frac{6}{s^2} + \frac{9}{s} \right); \quad e) 3 \frac{e^{-\pi s} - 1}{s} + e^{-2\pi s} \frac{1}{s^2 + 1}$$

#### Cálculo de integrales

39- a) 26; b) Integral divergente.

#### TL de funciones periódicas

$$33-34- \frac{3}{2} \frac{1 - (2s+1)e^{-2s}}{s^2(1 - e^{-2s})}$$

$$35- \frac{1}{s^2} + \frac{e^{-s}}{s(e^{-s} - 1)}$$

$$36- \frac{(1-2s)e^{-s} + 2s - 1}{s^2(1 + e^{-2s})}$$

#### Transformadas Inversas de Laplace (ver fichero Mathematica)

#### Aplicaciones (ver fichero Mathematica)

Ecuaciones integro-diferenciales:

$$\text{Sol. Ej. 61: } y(x) = 1 + (x-1)e^x.$$

$$\text{Sol. Ej. 62: a) } x(t) = \sqrt{a}; \quad b) x(t) = \sqrt{\frac{a}{\pi t}}.$$

$$\text{Sol. Ej. 63: a) } x(t) = \sinh(t); \quad b) x(t) = t^2 + \frac{1}{12}t^4.$$

#### Otros Ejercicios.

$$1. \quad a) \mathcal{L}(y) = \frac{s + e^{-2s}}{s^2 + 4}. \quad b) H(s) = \frac{se^{2s} + 1}{s^2 + 4}.$$

$$c) a(t) = \frac{1}{2} \sin(2t) + u(t-2) \cos(2(t-2)).$$

$$2. \quad y(t) = \frac{1}{3}(e^t - e^{-2t}) + 1.$$