

## 5.4. Ejercicios

1. Obtener la solución general de la ecuación

$$(D_x + D_y + 1)(D_x - D_y)z = 3x^2 + 2y - 4 .$$

2. Obtener una solución particular de la ecuación

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial z}{\partial x} - 3 \frac{\partial z}{\partial y} = xy e^{x-y} .$$

3. Considera la solución de la ecuación parabólica

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi x}{l} \right) \exp \left( - \left( \frac{n\pi a}{l} \right)^2 t \right) ,$$

para  $l = 10$ .

- a) Halla los coeficientes  $a_n$  para las condiciones iniciales  $u(x, 0) = x^2(l - x)^2$ .
- b) Halla la simulación con *Manipulate* utilizando 6 autofunciones para  $t \in [0, 10]$ .
- c) Halla  $u(1/2, 1)$  utilizando 2, 4, 8 y 16 autofunciones.

4. Obtén la solución del problema

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} , & 0 < x < 5, \\ u(0, t) &= \sin(3t) , & u(5, t) &= 0 \\ u(x, 0) &= , & \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= 0 . \end{aligned}$$

Simular la solución con el *Manipulate* para  $t \in [0, 10]$  utilizando 2 y 7 autovalores. Indicar cuánto vale  $u(2, 5)$  en cada uno de los casos.