

Optimización del problema generalizado de las rutas con restricciones temporales y de capacidad (CVRPSTW)

Víctor Yepes

Director del Área de Producto, *Agència Valenciana del Turisme,*
Generalitat Valenciana, España.

Josep R. Medina

Catedrático de Universidad, Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes,
Universidad Politécnica de Valencia, España.

RESUMEN

La ponencia presenta un algoritmo heurístico secuencial de construcción de rutas que permite la resolución del problema generalizado de las rutas con restricciones temporales relajadas y de capacidad “*capacitance vehicle routing problem with soft time windows*” (CVRPSTW). Se adopta una función objetivo basada en la rentabilidad que supera las deficiencias observadas en los modelos clásicos, y que evalúa mediante penalizaciones económicas el quebranto de las restricciones, lo cual mejorará la exploración del espacio de soluciones. Se introducen criterios mejorados de inicio de rutas así como una nueva métrica de proximidad basada en la rentabilidad marginal que perfecciona los principios de ahorro espacio-temporales habituales. La heurística aborda generalizaciones en las suposiciones clásicas del problema tales como la uniformidad en las características de la flota y los clientes, autorizando el paso de distintos recorridos por un nodo o el inicio de varias rutas por un vehículo. Asimismo se describen los criterios que han parametrizado la resolución del problema, lo cual facilita la consecución de conjuntos de soluciones factibles susceptibles de mejora con sistemas inteligentes de optimización.

1. INTRODUCCIÓN

Muchos problemas reales de distribución física y logística de baja demanda (ver Medina y Yepes, 2000) tales como los repartos de correspondencia, la recogida de desechos industriales, la atención médica domiciliaria o las rutas de los autobuses escolares requieren la consideración simultánea de un gran número de restricciones y condicionantes que afectan a la calidad del servicio prestado, lo cual exige disponer técnicas eficientes de optimización para planificar y gestionar dichas redes. El problema clásico de las rutas de los vehículos con restricciones temporales “*vehicle routing problem with time windows*” (VRPTW) trata de diseñar un conjunto posible de rutas para una flota de vehículos que empiecen y terminen en un depósito de modo que se visiten todos los destinos una sola vez al mínimo coste, satisfaciendo a su vez las restricciones horarias de inicio de servicio en cada cliente. Las ventanas temporales definidas para cada cliente i originan una espera si el vehículo llega antes del límite inferior e_i e impiden el inicio del servicio si se supera el límite superior u_i .

El VRPTW aparece como una importante área de investigación en la generalización y la aproximación al problema real de los modelos de distribución física (ver Solomon y Desrosiers, 1988). La optimización de las rutas de los vehículos es un problema combinatorio que pertenece a ese conjunto especialmente difícil de resolver denominado NP-*hard* (Lenstra y Rinnooy Kan, 1981). Savelsberg (1985) incluso ha demostrado que encontrar una solución factible al VRPTW es un problema NP-completo. Ello implica que los algoritmos heurísticos que sean capaces de encontrar soluciones próximas a la óptima en tiempo polinomial con el número de clientes n , ofrecen una atractiva alternativa a la búsqueda determinística de la solución óptima. Las técnicas metaheurísticas se han empleado satisfactoriamente en la resolución de problemas de rutas. Medina (1998) empleó algoritmos genéticos para resolver originalmente el TSP y posteriormente el CVRP y el SCVRP.

Existen diversos modos de abordar la obtención de soluciones factibles al VRPTW:

1. Heurísticas de construcción de rutas: Se dividen a su vez en secuenciales (Solomon, 1987) y en paralelas, donde se inician simultáneamente n_r recorridos (por ejemplo Russell, 1995).
2. Heurísticas de mejora de rutas: En este caso, empezando por una solución factible, se inicia una búsqueda local mediante modificaciones de la solución actual (ver Thompson y Psaraftis, 1993).
3. Heurísticas mixtas: Incluyen simultáneamente procedimientos de construcción y mejora de rutas (ver Kontoravdis y Bard, 1995).
4. Metaheurísticas: Este grupo incluye técnicas inteligentes como la cristalización simulada (Chiang y Russell, 1993), la búsqueda tabú (Rochat y Taillard, 1995) o los algoritmos genéticos (Potvin y Bengio, 1996) que, en ocasiones, requieren un conjunto de soluciones iniciales aportadas por las heurísticas de construcción. Una vez se obtiene la mejor solución, siempre se puede post-optimizar con algoritmos de búsqueda local.

Sin embargo, la modelización y posterior resolución del VRPTW clásico suele alejarse de los problemas reales pues se adoptan simplificaciones o criterios cuestionables:

- a) Diferentes autores (ver Solomon, 1987; Potvin *et al.*, 1996) establecen una jerarquización en los criterios de valoración de las soluciones. Así, el primer objetivo es resolver el problema con el menor número de rutas posible; en caso de igualdad, será mejor la solución que minore la distancia total recorrida, y en última instancia la que emplee el menor tiempo admisible. Estas pautas tratan de economizar recursos en la resolución del problema. La realidad impone cuantificar no sólo todos los costes reales de explotación, sino además considerar los ingresos originados, debiéndose maximizar como función objetivo la rentabilidad del conjunto de las operaciones.
- b) Otra aproximación considera que las ventanas temporales no suponen la imposibilidad de la prestación del servicio al cliente si el vehículo llega después de la hora límite u_i , o bien no puede empezarlo si llega antes de e_i . Es posible el inicio del servicio antes o después de lo previsto con cierta penalización. Estos problemas VRPSTW que permiten la adopción de restricciones

temporales “blandas” han sido abordados por autores como Koskosidis *et al.* (1992) o Taillard *et al.* (1997).

- c) El problema real debe generalizar algunas suposiciones clásicas tales como la uniformidad en las características de los vehículos (inclusión de una capacidad limitada, horarios o recorridos máximos con penalizaciones en caso de sobrepasarlas, posibilidad de que un vehículo realice varias rutas, distintas velocidades de cruce, consideración de costes fijos y variables de explotación, etc.). A los clientes se les puede servir en varias veces—aunque ello suponga cierta penalización—, se debe incluir una duración de la aproximación o del alejamiento del vehículo al destino en función del momento, se debe contemplar la política de precios o ingresos fijos y variables con la demanda, etc.

2. LA HEURÍSTICA DE CONSTRUCCIÓN DE RUTAS CON VENTANAS TEMPORALES

Solomon (1987) desarrolló una heurística de construcción secuencial de rutas (I1) para el problema VRPTW que ha sido empleada en numerosas metaheurísticas (ver Potvin *et al.*, 1996; Potvin y Bengio, 1996; Taillard *et al.*, 1997; Badeau *et al.*, 1997). Básicamente, estos algoritmos eligen un criterio para comenzar un itinerario y a continuación unas reglas de inserción de clientes. Cuando no es posible insertar más nodos, se empieza una nueva ruta y se repite el procedimiento hasta agotar el número de clientes. La ponencia describe una heurística de construcción secuencial que mejora los criterios empleados en la I1 y los generaliza para problemas más complejos como el CVRPSTW. El algoritmo permite la parametrización en sus criterios, lo cual facilitará la construcción de conjuntos de soluciones factibles.

2.1 Criterios de inicio de una ruta

El algoritmo I1 de Solomon determina como criterio de elección del primer cliente de una ruta aquel que se encuentre más alejado del depósito o bien el que presente un límite horario de aceptación del servicio u_i más temprano. Se pretende escoger en primer lugar aquellos nodos con dificultades para asegurar su inclusión temprana en una ruta. Una vez seleccionado el vehículo que empieza un recorrido—habitualmente el de mayor capacidad—, el algoritmo que presentamos incluye criterios de inicio que generalizan y mejoran los de I1:

- a) Criterio 1: Hora más tardía de llegada del vehículo al depósito. Esta pauta no sólo incluye la lejanía del nodo a la base, sino que en ella intervienen las ventanas temporales del cliente—que pueden incluir esperas y retrasos adicionales— así como la velocidad del vehículo y los periodos de tiempo de alejamiento del depósito y aproximación al cliente, y viceversa.
- b) Criterio 2: Menor lapso de tiempo entre el inicio del servicio b_i y el cierre de la ventana temporal u_i del cliente. Esta condición es más restrictiva que la que considera el u_i más temprano. Incluye la velocidad del vehículo, los posibles retrasos motivados por la ventana temporal y los periodos

de alejamiento y aproximación.

- c) Criterio 3: Cliente más rentable. Se determina para cada nodo la relación entre la diferencia entre los ingresos y costes totales respecto a éstos últimos cuando el vehículo satisface la demanda y vuelve al depósito. Esta condición considera multitud de factores tanto del vehículo como del cliente, con sus restricciones y las condiciones de costes e ingresos. La Figura 1 muestra cómo el cliente 1 es el más próximo al depósito, sin embargo la cercanía espacio-temporal corresponde al 2. No obstante la vecindad económica es del primero.

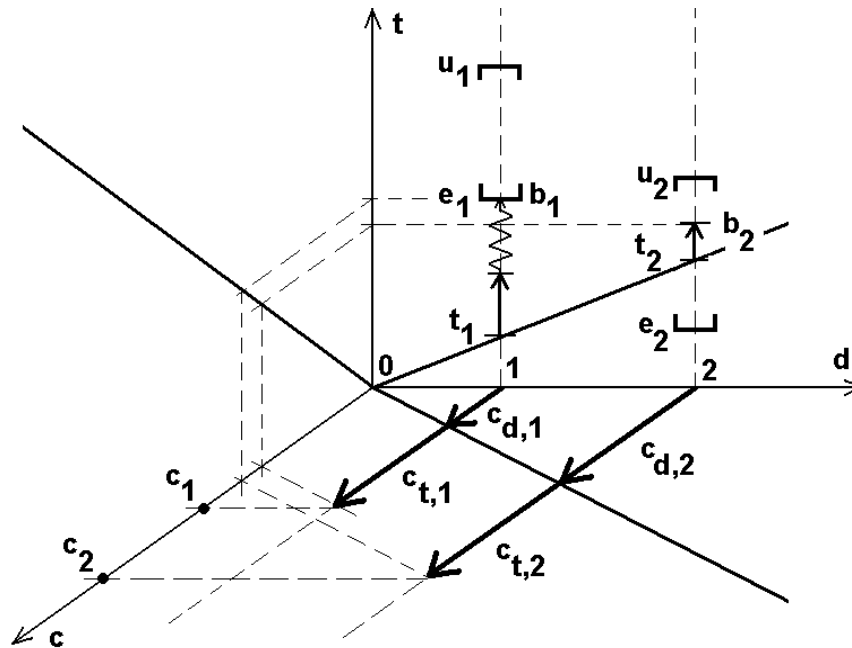


Fig. 1 – Proximidad económica de dos nodos al depósito como criterio de inicio de ruta.

Cada regla establece una lista ordenada de clientes susceptibles de ser elegidos en primer lugar, dependiendo en cada caso del vehículo seleccionado. Se considera un cuarto criterio que asigna el orden de un cliente en función de su posición relativa en las listas anteriores. A su vez, se selecciona probabilísticamente al cliente en función su colocación en la lista mediante un parámetro regulador.

2.2 Métricas de evaluación para insertar clientes en rutas

Dado un conjunto de destinos que aún no han satisfecho su demanda y una ruta iniciada, debe elegirse algún criterio que permita intercalar al mejor nodo en el lugar adecuado del recorrido. Esta inclusión modifica los tiempos de llegada y de inicio del servicio de los clientes que se ven precedidos por el insertado en último lugar.

La heurística I1 de Solomon propone un criterio de inserción que minimiza de forma ponderada el incremento de distancia y tiempo que supone la inclusión de un cliente. Esta métrica está relacionada

con los costes en los que se incurre al introducir un nuevo nodo, y es coherente con el criterio jerarquizado de la función de coste empleado en el problema clásico del VRPTW, –donde la mejor solución es aquella que presenta menos rutas, y luego menor distancia–, pero a veces no es razonable su empleo en los problemas reales. En efecto, como muestra la Figura 2, comenzada una ruta OBO, la inserción con mayor ahorro en distancia es el cliente A (que incluso está más cerca que C). Sin embargo es fácil deducir la conveniencia económica de dos rutas OBCO y OADO frente a las OABO y ODCO (7.8d frente a 8d).

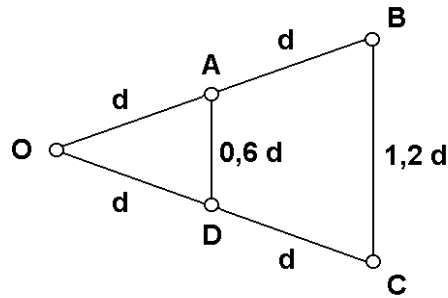


Fig. 2 – Ejemplo de rutas alternativas empleando diferentes métricas de inserción.

Con la finalidad de obtener un generador de soluciones factibles, se adoptan tres criterios alternativos de inclusión, análogos a los de inicio de una ruta. Las métricas propuestas insertan –delante o detrás de un nodo dado– al cliente que (a)proporciona un menor incremento de coste, (b)tiene un inicio en el servicio temprano, o bien (c)presenta una rentabilidad marginal más alta. El último caso permite incorporar todas las restricciones del problema con sus penalizaciones, así como las políticas de precios aplicadas. Adicionalmente, el cliente podrá incluirse en un itinerario si la rentabilidad marginal de la operación supera el beneficio por unidad de coste logrado por el viaje de ida y vuelta al depósito con sólo dicho nodo. Cada criterio determinará una lista ordenada de los nodos que tendrá parametrizada la asignación probabilista de preferencia para encajarse en la ruta.

2.3 Relajación de las restricciones mediante penalizaciones de la función objetivo

Los problemas reales admiten cierta relajación en las restricciones siempre que se penalicen adecuadamente. Así, si un vehículo llega a un nodo j desde el i antes que su ventana temporal “blanda” e_j^s debe realizar una espera w_{ij} hasta alcanzarla. Si la llegada ocurre después de e_j^s , pero antes que e_j^h , se evaluará la conveniencia de la espera frente a la penalización. Si se traspasa el límite superior u_j^s , se incurre en un coste de ruptura del servicio. Cuando se supera u_j^h , sin sobrepasar u_j^s , se aplica la correspondiente penalización, que se regula mediante el correspondiente parámetro para cada ventana y cliente.

En la Figura 3 se muestra la inserción sucesiva de clientes con ventanas temporales blandas y tiempos de aproximación a_j y de alejamiento l_j . El tiempo de servicio es s_j y la duración del viaje de i a j , t_{ij} . El inicio del servicio en el cliente j es b_j , cuya expresión es la que sigue, siendo e_j^* el límite e_j^s o e_j^h según le penalización aplicada:

$$b_j = \text{máx}(e_j^*, b_i + s_i + l_i + t_{ij} + a_j) \quad (1)$$

Asimismo se establecen condiciones relajadas con penalización económica cuando el vehículo supera su jornada laboral normal y emplea horas extraordinarias. Análogamente se contemplan posibles costes adicionales cuando un vehículo puede realizar diversas rutas o bien un cliente ve satisfecha su demanda en varios servicios.

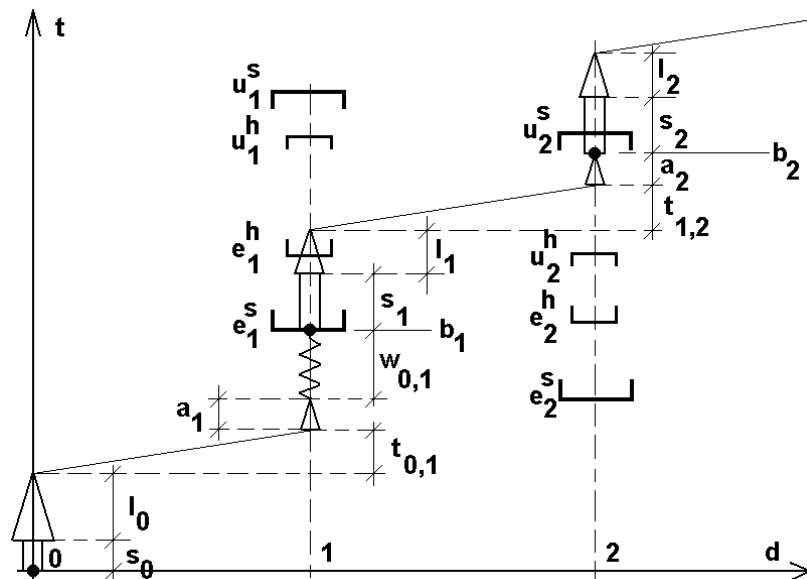


Fig. 3 – Inserción sucesiva de clientes considerando ventanas temporales blandas y tiempos de aproximación.

3. EJEMPLO DE APLICACIÓN

El algoritmo de construcción descrito se ha programado en Visual BASIC 5.1 para su uso en ordenadores personales. El programa admite una flota heterogénea de vehículos, con las variables de entrada agrupadas en varios bloques: (1) coordenadas del depósito y de cada uno de los clientes, (2) velocidad media y capacidad máxima de los vehículos, (3) tiempos de aproximación y alejamiento en cada destino en función del instante considerado, (4) costes fijos y variables asociados a los vehículos y sus tripulaciones y a las penalizaciones al superar las jornadas normales y los horarios de servicio, (5) demanda de cada cliente, con sus restricciones temporales y penalizaciones por aceptación de varios servicios, y (6) ingresos unitarios por prestación del servicio a cada cliente. Por otro lado existe un cuadro de mando que regula los distintos parámetros que permiten la obtención

de un conjunto de distintas soluciones factibles.

Para comparar la eficacia del algoritmo de construcción propuesto para el CVRPSTW, se ha utilizado uno de los problemas de Solomon (1987), pues estos son empleados habitualmente para el VRPTW. Si bien la heurística propuesta está diseñada para abordar problemas con un mayor número de restricciones, variables de entrada, de decisión y con una función objetivo distinta, el contraste con un evento parecido puede dar idea de la eficacia obtenida. En particular se han explotado los datos correspondientes al caso R103. Se trata de un conjunto de 100 clientes cuyas coordenadas geográficas se encuentran repartidas de forma aleatoria, con bajas demandas (entre 10 y 50) y vehículos con capacidad 200. Los tiempos de servicio son de 90, y los horarios de servicio son estrictos y de banda estrecha. En estos problemas la distancia unitaria se recorre en una unidad de tiempo. El algoritmo I1 de Solomon, atendiendo a la jerarquización clásica de soluciones, obtuvo para este problema una distancia total recorrida de 1484 y 14 rutas. El mejor resultado publicado con estos criterios la obtuvieron Thangiah *et al.* en 1994 con técnicas metaheurísticas, (ver Taillard *et al.*, 1997) y fue de 1207 unidades recorridas y 13 rutas.

En el caso de la heurística presentada se han obtenido resultados para el número de rutas y distancia total recorrida de (13, 1931) o bien otros como (14, 1871). En ambas ocasiones el mejor criterio de inicio ha sido el menor lapso de tiempo entre el comienzo del servicio b_i y el cierre de la ventana temporal u_i del cliente y la mejor métrica de inserción la rentabilidad marginal, eligiéndose el cliente con criterios probabilísticos fuertemente ponderados hacia el primero de la lista. Estas soluciones discrepan en cuanto a los criterios de jerarquización de buenas soluciones pues hemos conseguido una solución mejor que la de I1 de Solomon –13 rutas frente a 14–, pero con más distancia recorrida. Además se han obtenido presuponiendo unos ingresos y costes horarios y por distancia que no se contemplan en el problema comparado. Tampoco hemos podido comparar la bondad de las soluciones al ser la función objeto de la optimización la rentabilidad de las operaciones. Es pues, necesario, al igual que ocurre para el resto de problemas VRPTW, someter el conjunto amplio de soluciones factibles que proporciona la heurística, a metaheurísticas inteligentes del tipo evolutivo para postoptimizar el resultado.

4. CONCLUSIONES

La planificación y gestión de redes de distribución de baja demanda exige disponer de sistemas eficientes de optimización de rutas. La optimización combinatoria no es abordable con técnicas de resolución exactas, salvo para problemas muy pequeños, debiéndose emplear heurísticas para encontrar soluciones factibles. La ponencia aborda la generalización del problema de las rutas con restricciones temporales relajadas y de capacidad CVRPSTW, planteando una función objetivo de rentabilidad más próxima a la realidad que la utilizada habitualmente en los problemas clásicos y resolviéndolo de forma paramétrica, para conseguir un conjunto de soluciones mediante una

heurística de construcción secuencial basada en criterios mejorados de inicio de recorridos e inserción de clientes con métricas de rentabilidad marginal que podrán post-optimizarse con sistemas inteligentes. El algoritmo propuesto permite, además, obtener directamente los costes e ingresos de los distintos escenarios propuestos.

REFERENCIAS

- BADEAU, P. *et al.* (1997). A Parallel Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Research-C* 5(2), pp. 109-122.
- KONTORAVDIS, G. y BARD, J.F. (1995). A GRASP for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *ORSA Journal on Computing* 7(1), pp. 10-23.
- KOSKOSIDIS, Y.A.; POWELL, W.B. y SOLOMON, M.M. (1992). An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints. *Transportation Science* 26(2), pp. 69-85.
- LENSTRA, J. y RINNOOY KAN, A. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks* 11, pp. 221-227.
- MEDINA, J.R. (1998). Algoritmos genéticos para la optimización de redes de distribución. *Actas del X Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte*. Santander 1998, Ministerio de Fomento (España), pp. 339-347.
- MEDINA, J.R. y YEPES, V. (2000). Optimization of touristic distribution networks using Genetic Algorithms, *European Journal of Marketing*, (in review).
- POTVIN, J.Y. y ROUSSEAU, J.M. (1993). A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. *European Journal of Operational Research* 66, pp. 331-340.
- POTVIN, J.Y. *et al.* (1996). The Vehicle Routing Problem with Time Windows-Part I: Tabu Search. *INFORMS Journal on Computing* 8(2), pp. 158-164.
- POTVIN, J.Y. y BENGIO, S. (1996). The Vehicle Routing Problem with Time Windows-Part II: Genetic Search. *INFORMS Journal on Computing* 8(2), pp. 165-172.
- ROCHAT, Y. y TAILLARD, E. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristics* 1, pp. 147-167.
- RUSSELL, R.A. (1995). Hybrid Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Science* 29(2), pp. 156-166.
- SAVELSBERGH, M.W.P. (1985). Local search for routings problems with time windows. *Annals of Operations Research* 4, pp. 285-305.
- SOLOMON, M.M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research* 35(2), pp. 254-265.
- SOLOMON, M.M. y DESROSIERS, J. (1988). Time window constrained routing and scheduling problems. *Transportation Science* 22, pp. 1-13.
- TAILLARD, E. *et al.* (1997). A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft

Time Windows. *Transportation Science* 31, pp. 170-186.

THOMPSON, P.M. y PSARAFTIS, H.N. (1993). Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems. *Operations Research* 41(5), pp. 935-946.