

# **Búsqueda local iterada por reconstrucción de soluciones aplicada a la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW**

**Josep R. Medina Folgado**

Catedrático de Universidad, Departamento de Ingeniería e Infraestructuras de los Transportes, Universidad Politécnica de Valencia, España

**Víctor Yepes Piqueras**

Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, España

## **RESUMEN**

La ponencia presenta un procedimiento de optimización económica de rutas de reparto con flotas de vehículos heterogéneas y horarios de servicio flexibles VRPHESTW. Para ello se emplea una versión de la búsqueda local iterada, donde el movimiento que guía el paso de un óptimo local a otro lo constituye una reconstrucción parcial de la solución. El algoritmo emplea para explorar el espacio de soluciones una búsqueda probabilista en entornos variables con una aceptación de máximo gradiente. El algoritmo propuesto encuentra soluciones de elevada calidad, con tiempos de cálculo menores al de otras metaheurísticas. Además, si se permite la penalización en la demanda no satisfecha, la estrategia encuentra soluciones de rutas con menores vehículos y mayor beneficio en la operación.

## **1. INTRODUCCIÓN**

La asignación de rutas de reparto “*vehicle routing problem*” (VRP) son problemas de gestión logística y de distribución habituales en las empresas dedicadas al transporte de personas o mercancías. En la literatura científica pueden encontrarse algunas aplicaciones como, por ejemplo, en la planificación ferroviaria (Cordeau *et al.*, 1998) o en los servicios públicos de autobús (Imam, 1998). El problema de las rutas con horarios de servicio “*vehicle routing problem with time windows*” (VRPTW) constituye una generalización del VRP que pertenece al tipo de problemas combinatorios NP-hard, que sólo pueden resolverse eficientemente con algoritmos de optimización aproximados debido a su complejidad computacional (ver Lenstra and Rinnooy Kan, 1981). De hecho, Desrochers *et al.* (1992) sólo han podido resolver con métodos de optimización exactos algún problema VPRTW de hasta 100 clientes.

El objetivo del VPRTW es el diseño de un conjunto de rutas al menor coste posible que, partiendo desde un almacén, den servicio a la demanda de un conjunto de clientes dentro de un horario preestablecido. Todas las rutas deben empezar y terminar en el almacén, cada cliente sólo puede visitarse una vez y no se debe superar la capacidad de cada vehículo. Bräysy y Gendreau (2005a,b) proporcionan una revisión actualizada de las heurísticas y metaheurísticas aplicadas a la resolución de este conocido problema. Sin embargo, la aproximación de los

modelos de rutas teóricos a las situaciones reales requiere recoger restricciones como el empleo de flotas heterogéneas (ver Gendreau *et al.*, 1999), la incorporación de horarios de reparto flexibles en los clientes (ver Taillard *et al.*, 1997), o la conveniencia de funciones objetivo de tipo económico que introduzcan restricciones legales y sociales así como la calidad del servicio (ver Yepes, 2002; Medina y Yepes, 2003). Autores como Liu y Shen (1999) y Dullaert *et al.* (2002) han abordado la resolución del problema de las rutas con flotas heterogéneas y horarios de entrega. Sin embargo, son escasas las publicaciones que abordan la optimización con modelos más cercanos a la realidad incorporando horarios de servicio flexibles “*vehicle routing problem with soft time windows*” (VRPSTW) (ver Taillard *et al.*, 1997), flotas heterogéneas de vehículos “*vehicle routing problem with a heterogeneous fleet of vehicles*” (VRPHE) (ver Gendreau *et al.*, 1999), o ambas “*vehicle routing problem with a heterogeneous fleet of vehicles and soft time windows*” (VRPHESTW) (ver Yepes y Medina, 2002, 2004, 2006).

La ponencia presenta una metaheurística híbrida que emplea la búsqueda local iterada (ver Lourenço *et al.*, 2001). En este trabajo se utiliza como perturbación de los óptimos relativos un procedimiento de reconstrucción de soluciones y una búsqueda local aleatoria con múltiples operadores, siendo la función objetivo el beneficio económico esperado para la operación. La técnica de reconstrucción (Schrimpf *et al.*, 2000) supone la eliminación de los arcos entre puntos dentro de un radio de proximidad a nodo elegido y recompone la mejor solución factible con los clientes que han quedado sueltos. Todo ello se ensaya con un problema de rutas del tipo VRPHESTW donde, además, se emplea una función objetivo de tipo económico, unas jornadas laborables con distintos costes y con tiempos de viaje dependientes del tiempo de acceso y alejamiento a cada nodo (congestión, tráfico, etc.).

## 2. EL PROBLEMA VRPHESTW

Para una flota heterogénea de vehículos, el problema VRPHESTW establece las rutas que, partiendo y terminando en un almacén, atienden la demanda conocida de un conjunto de clientes dentro de un horario de reparto establecido. Yepes y Medina (2006) lo definen de la siguiente forma: Sea  $G=(V, A)$  un grafo conexo formado por un conjunto de nodos  $V=N\cup\{0\}$  y un conjunto de arcos  $A=\{(i, j) \mid i \in V, j \in V, i \neq j\}$ , donde  $N=\{1, 2, \dots, n\}$  representa al conjunto de clientes y el nodo 0 es el almacén desde donde parten los vehículos. Cada arco  $(i, j)$  está asociado a una distancia no nula  $d_{ij}$ . Cada cliente  $i$  demanda una cantidad conocida  $q_i$  ( $q_0=0$ ) de mercancías. Cada cliente  $i$  presenta un horario flexible  $(e^s_i, u^s_i)$  para proceder a la descarga de las mercancías, donde  $e^s_i$  es la hora más temprana y  $u^s_i$  la hora límite para iniciar dicha descarga. Además, cada cliente  $i$  dispone de un horario donde el servicio puede iniciarse sin penalizaciones económicas  $(e^h_i, u^h_i)$ , siendo  $e^s_i \leq e^h_i \leq u^h_i \leq u^s_i$ . Además, el almacén también presenta un horario límite rígido  $u^h_0$  y flexible  $u^s_0$  para que los vehículos terminen sus rutas. Se contempla un conjunto  $\Psi=\{1, 2, \dots, K\}$  de diferentes tipos de vehículos. Cada tipo  $k \in \Psi$  presenta una capacidad de carga  $Q_k$ , una velocidad media  $V_k$ . El tiempo de carga depende normalmente, entre otros factores, del tipo de vehículo, del número de clientes a los que hay

que servir y de la cantidad de mercancía a cargar. En este trabajo se supone un tiempo de carga  $L_k$  que depende del tipo de vehículo  $k$ . Para cada cliente  $i$  y cada vehículo del tipo  $k$ , existe un tiempo de descarga  $s_{i,q_i}^k$ . Esta duración depende de la cantidad  $q_i$  de mercancía a repartir. El número de vehículos del tipo  $k$  disponibles es  $n_k$ . El uso de un vehículo del tipo  $k$  implica un coste fijo  $F_k$ , un coste unitario por distancia recorrida  $\delta_k$ , y diferentes costes horarios  $\tau_{1k}$ ,  $\tau_{2k}$ , y  $\tau_{3k}$ , dependientes de la jornada laboral ordinaria, extraordinaria o que exceda a los límites legales establecidos. Además, la demanda de cada cliente es menor que la máxima capacidad de cada vehículo, todas las rutas empiezan y terminan en el almacén y no se permite el reparto fraccionado o las visitas múltiples a los clientes. Otras restricciones que deben considerarse son  $Q_k$ =la capacidad del vehículo tipo  $k$  y  $n_k$ =número disponible de vehículos del tipo  $k$ .

La optimización del modelo anteriormente descrito se realiza mediante una función objetivo de tipo económico donde se maximice el beneficio, es decir, la diferencia entre los ingresos particularizados para cada uno de los clientes y los costes totales de la operación. Además, se consideran restricciones adicionales que acerquen el modelo a los supuestos reales: unas jornadas laborables con distintos costes, penalizaciones económicas que reflejen la insatisfacción de los clientes y con tiempos de viaje dependientes del tiempo de acceso y alejamiento a cada nodo (congestión, tráfico, etc.) (ver Yepes y Medina, 2003).

### 3. LA BÚSQUEDA LOCAL ITERADA

La idea fundamental de la búsqueda local iterada “*Iterated Local Search*”, consiste en rastrear la solución a un problema combinatorio dentro del subespacio definido por los óptimos relativos (Lourenço *et al.*, 2001). Un algoritmo de búsqueda transforma una solución cualquiera  $s$  en otra  $s^*$  que es un óptimo local. Para pasar de un óptimo local a otro que sea cercano dentro del subespacio de soluciones, se provoca una perturbación a la solución  $s^*$ , lo suficientemente intensa para escapar del óptimo local, pero no tan alta como para aleatorizar la búsqueda. Con la perturbación se pasa a otra solución  $s'$ , a la cual se vuelve a aplicar el algoritmo de búsqueda para alcanzar el nuevo óptimo local  $s^{*'}$ . La metaheurística acepta el paso de  $s^*$  a  $s^{*'}$  mediante algún criterio, como por ejemplo el de máximo gradiente.

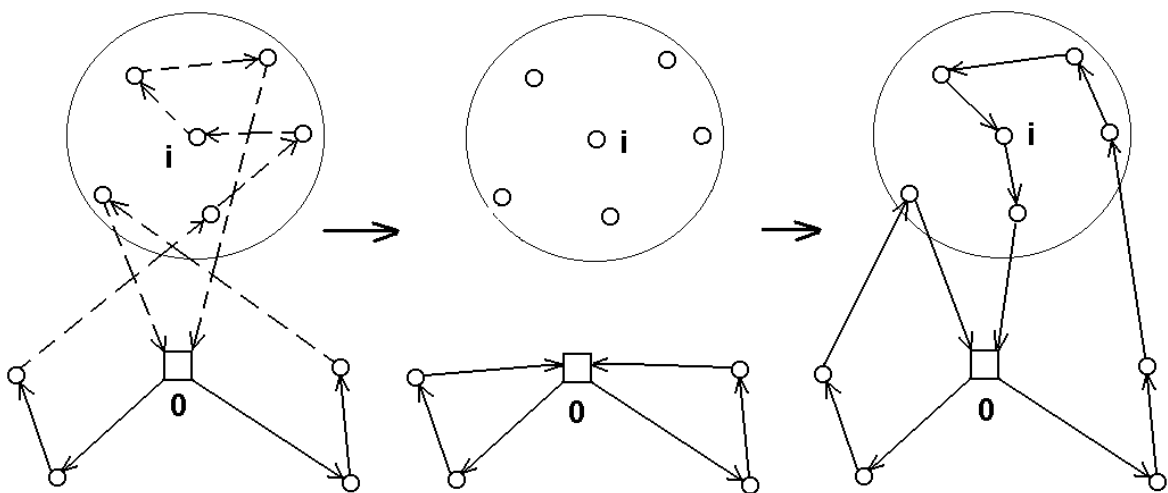
El esquema básico que gobierna la búsqueda local iterada es el siguiente:

1. Construir una solución inicial  $s_0$  para el problema combinatorio
2. Aplicar un algoritmo de búsqueda que proporcione un óptimo local  $s^*$
3. Mientras no se encuentre un criterio de parada:
  - a. Aplicar una perturbación a la solución  $s^*$  para transformarla en  $s'$
  - b. Emplear el algoritmo de búsqueda para obtener  $s^{*'}$
  - c. Si  $s^{*'}$  supera un criterio de aceptación, considerar a  $s^{*'}$  como el siguiente  $s^*$

**Fig. 1 – Descripción genérica de la búsqueda local iterada**

#### 4. DESCRIPCIÓN DE LA METAHEURÍSTICA PROPUESTA

Se propone un algoritmo en dos pasos para resolver el problema VRPHESTW. El Paso 1 consiste en una heurística de construcción de rutas empleada por Yepes y Medina (2006) que permite la generación de una solución inicial de cierta calidad. El Paso 2 constituye un proceso de búsqueda local iterada cuyo mecanismo de perturbación del óptimo local es la reconstrucción parcial de la solución. Para encontrar los óptimos relativos, se emplea una versión probabilista de la búsqueda por entornos variables “*Variable Neighborhood Search*” (VNS) (ver Mladenovic y Hansen, 1997) y un criterio de aceptación de máximo gradiente. En el Paso 1, se ha empleado el una heurística de construcción propuesta por Yepes y Medina (2006) para generar una solución inicial. El procedimiento inicia una ruta seleccionando adecuadamente al primer cliente para posteriormente agregar otros mientras se cumplan las restricciones impuestas. Además, se elige el vehículo de mayor capacidad para disminuir en lo posible el número necesario. El Paso 2 es un proceso de búsqueda local propuesto por Yepes y Medina (2006) para el problema VRPHESTW. Se trata de una búsqueda por entornos variables basada en la elección probabilística de 9 operadores y un criterio de aceptación por máximo gradiente. Los operadores corresponden a movimientos dentro de una ruta, entre varias rutas, cambio de vehículos y reconstrucción parcial de soluciones.



**Fig. 2 – Destrucción y reconstrucción de los enlaces de los clientes más próximos a  $i$ .**

El movimiento de un óptimo local a otro se realiza mediante un operador denominado perturbación, que en el presente trabajo se realiza mediante una reconstrucción parcial de la solución. Se ha empleado el procedimiento descrito en por Medina y Yepes (2002). Los nodos deben asignarse de nuevo a alguna ruta y así construir una solución al problema planteado (ver Figura 2). Se opta por un algoritmo determinístico y voraz. En primer lugar se inserta el nodo entre todos los posibles lugares de la solución degenerada, incluyendo el caso del inicio de una nueva ruta. Seguidamente se establece la situación que mayor la función objetivo. Este cálculo se continúa para todos los clientes sin ruta y al final se inserta aquel nodo y aquella posición que proporciona un beneficio superior. Con ello se consigue otra solución

incompleta, procediéndose de igual forma hasta que se incluyan todos los nodos.

### 5. EJEMPLO DE APLICACIÓN AL PROBLEMA VRPHESTW

Se examina un problema del tipo VRPHESTW denominado HES-A y descrito en Yepes y Medina (2006). Este caso deriva del ejemplo R103 de Solomon (1987), al cual se incorporan ventanas temporales flexibles, flotas heterogéneas y una función económica caracterizada por unos ingresos y unos costes fijos y variables. Los ejemplos se han ejecutado en un PC Pentium IV 3.00 GHz, habiéndose programado el código en Visual Basic 6.0.

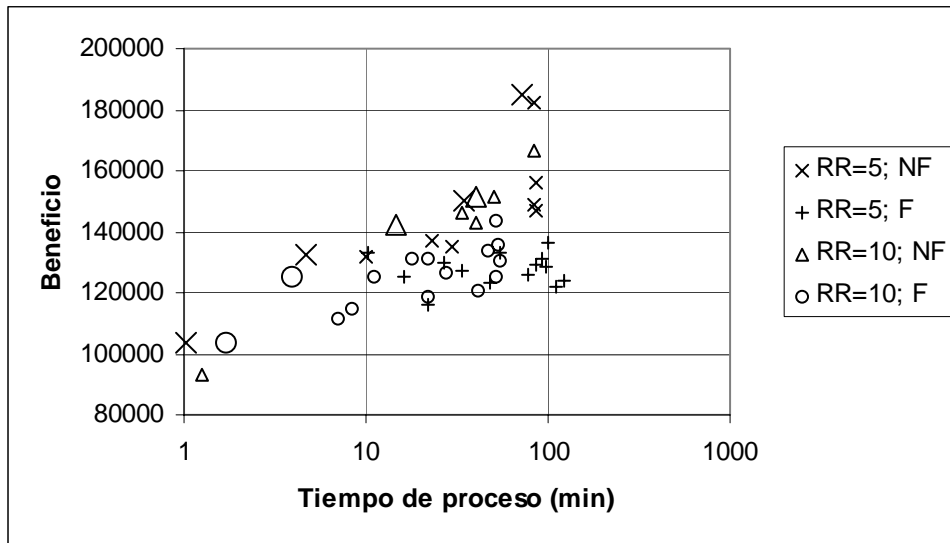
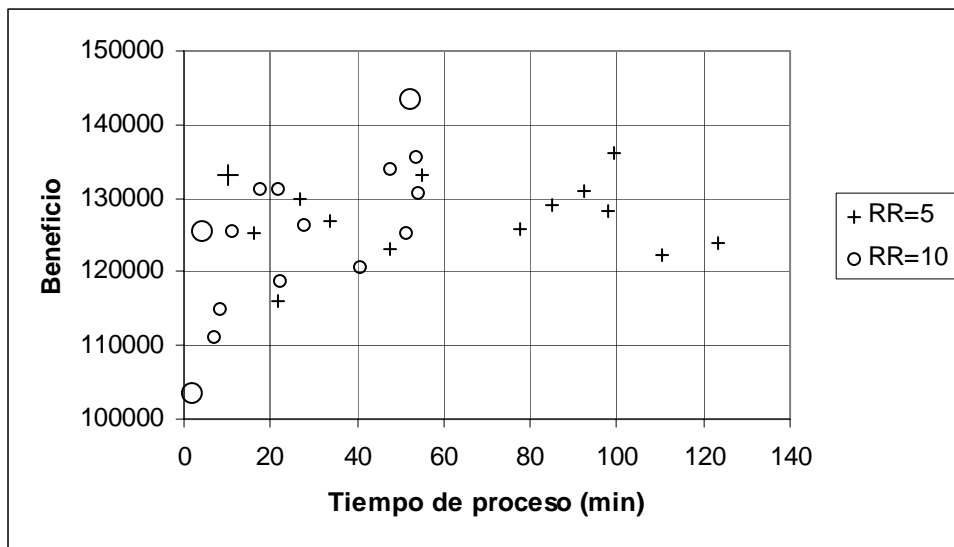


Fig. 3 – Descripción genérica de la búsqueda local iterada

En las Figuras 3 y 4 se representa el beneficio obtenido y el tiempo empleado por la heurística descrita cuando se aplica al problema HES-A. En la Figura 3 se han representado todos los ensayos, tanto las soluciones factibles como no factibles, mientras que en la Figura 4 sólo se incluyen las factibles, es decir, las que satisfacen la totalidad de la demanda. El número de iteraciones empleadas para cada escalón de velocidad ha oscilado entre 1000 y 50000. El número de perturbaciones ensayadas ha variado entre 1 y 20. Se han empleado los como operadores de reconstrucción el RR<sub>5</sub> y el RR<sub>10</sub> (ver Medina y Yepes, 2002). La mejor solución encontrada se corresponde con un beneficio de 184699, obtenida para 20 perturbaciones RR<sub>5</sub>, así como 50000 iteraciones en cada ciclo de búsqueda local correspondiente a una perturbación. Sin embargo, esta solución no atiende a todos los clientes (sólo el 93.28% de la demanda queda cubierta). La mejor solución que atiende toda la demanda se corresponde con un beneficio de 143454, obtenida para 10 perturbaciones del tipo RR<sub>10</sub>, así como 50000 iteraciones en cada ciclo de búsqueda local. Destacamos cómo el algoritmo es capaz de aumentar el beneficio de las operaciones a costa de renunciar al servicio a determinados clientes. La mejor solución no factible sólo precisa 12 vehículos y recorre 1003.56 unidades de distancia total, frente a los 13 vehículos y las 1339.60 unidades de distancia de la mejor solución factible. Si se pretende servir toda la demanda, bastaría endurecer las penalizaciones en la función objetivo.



**Fig. 4 – Descripción genérica de la búsqueda local iterada**

En la Tabla 2 se han recogido los valores óptimos en el sentido de Pareto de las soluciones factibles (ver Voorneveld, 2003). Dichos óptimos se corresponden con los valores de mayor beneficio en el menor tiempo de cálculo posible. Se observa que es favorable el aumento del número de perturbaciones y del número de iteraciones dentro de cada ciclo de búsqueda local, aunque ello supone un mayor tiempo de cálculo. Parece que el tipo de perturbación RR<sub>10</sub> es más efectivo que el RR<sub>5</sub>, en los óptimos de Pareto.

El mejor resultado factible obtenido por esta metaheurística (ver Tabla 3) es inferior al encontrado por el algoritmo del solterón propuesto por Yepes y Medina (2004), sin embargo, el tiempo de cálculo ha sido casi 8 veces menor. En aquella ocasión se obtuvo un beneficio de 170335, con 13 vehículos que recorrieron un total de 1229.13 unidades de distancia. Sin embargo, puede ocurrir que a la empresa distribuidora le interese pagar la penalización por no satisfacer la demanda de todos los clientes. En este caso, la solución encontrada por esta metaheurística, con un beneficio de 184699 y una demanda satisfecha de 1360 de un total de 1458, sería mejor a la de Yepes y Medina (2004).

Minutos CPU	Beneficio	Vehículos	Distancia	Demanda	Número Perturb	Tipo Perturb	Iteraciones
2	103509	13	1432.68	1458	1	RR <sub>10</sub>	10000
4	125416	13	1418.96	1458	3	RR <sub>10</sub>	10000
10	133169	14	1316.47	1458	10	RR <sub>5</sub>	10000
52	143454	13	1339.60	1458	10	RR <sub>10</sub>	50000

**Tabla 1 – Resultados óptimos de Pareto factibles para el problema HES-A.**

Ingreso	Coste	Distancia	Hora llegada	Espera total	Horas ordinarias	Horas extra	Penalizaciones
703657	560204	1339.60	231.74	47.05	2462.56	176.96	1436.41

**Tabla 2 – Resultados obtenidos para el problema HES-A.**

## 6. CONCLUSIONES

Se ha presentado una versión de la búsqueda local iterada basada en una perturbación de las soluciones como movimiento de búsqueda dentro del subespacio formado por dichos óptimos locales. En la ponencia se ha empleado este procedimiento para la resolución del problema VRPHESTW. Como estrategia de búsqueda local se ha empleado un esquema de búsqueda aleatoria en entornos variables, que emplea de forma probabilista un conjunto de 9 operadores y un criterio de aceptación de nuevas soluciones de máximo gradiente. Como perturbación se ha empleado una reconstrucción parcial de las soluciones. En los ensayos se ha comprobado que un aumento en el número de perturbaciones y en las iteraciones en la búsqueda local de cada ciclo correspondiente, proporciona un incremento en la calidad de las soluciones, si bien con un mayor tiempo de cálculo. Los resultados obtenidos proporcionan buenos resultados para tiempos de cálculo menores al de otras metaheurísticas. También se ha comprobado la posibilidad de encontrar soluciones de mayor beneficio a condición de no satisfacer completamente la demanda. En estos casos, la técnica sugiere a la empresa de transporte el pago de una penalización al cliente que se ve compensada por el beneficio obtenido.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo en este trabajo del Ministerio de Educación y Ciencia y de los fondos FEDER (Proyectos: BIA2005-03197 y REN2002-02951).

## REFERENCIAS

- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. (2005a). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science* 39(1), pp. 104-118.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. (2005b). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part II: Metaheuristics. *Transportation Science* 39(1), pp. 119-139.
- CORDEAU, J.F.; TOTH, P.; VIGO, D. (1998). A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science* 32(2), pp. 380-404.
- DESROCHERS, M.; DESROSIERS, J.; SOLOMON, M. (1992). A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research* 40, pp.342-354.
- DULLAERT, W.; JANSSENS, G.K.; SÖRENSEN, K.; VERNIMMEN, B. (2002). New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *J. Operational Res. Soc.* 53(11), pp. 1232-1238.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; MUSARAGNY, C.; TAILLARD, É.D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers and Operations Research* 26(12), pp. 1153-1173.

IMAM, M.O. (1998). Optimal design of public bus service with demand equilibrium. *Journal of Transportation Engineering*, ASCE 124(5), pp. 431-436.

LENSTRA, J.; RINNOOY KAN, A. (1981). Complexity for the vehicle routing and scheduling problems. *Networks* 11(2), pp. 221-228.

LIU, F.H.; SHEN, S.Y. (1999). A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and time windows. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)* 23(4), pp. 526-536.

LOURENÇO, H.R. *et al.* (2003). Iterated Local Search, in Glover, F. and Kochenberger, G. (Eds.): *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Research & Management*, chapter Iterated Local Search, pp. 321-353. Kluwer Academic Publishers, Boston.

YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2002). Optimización de rutas con algoritmos de reconstrucción y cristalización simulada oscilatoria, en Ibeas, A. y Díaz, J.M. (Eds.): *Actas del V Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 685-692. Santander, 11-13 junio.

MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2003). Optimization of touristic distribution networks using genetic algorithms. *Statistics and Operations Research Transactions* 27(1), pp. 95-112.

MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computer and Operations Research* 24(11), pp. 1097-1100.

SCHRIMPF, G. *et al.* (2000). Record Breaking Optimization Results Using the Ruin and Recreate Principle. *Journal of Computational Physics* 159(2), pp. 139-171.

SOLOMON, M.M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research* 35(2), pp. 254-265.

TAILLARD, É.; BADEAU, P.; GENDREAU, M.; GUERTIN, F.; POTVIN, J.-Y. (1997). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows. *Transportation Science* 31(2), pp. 170-186.

VOORNEVELD, M. (2003). Characterization of Pareto dominance. *Operations Research Letters* 31, pp. 7-11.

YEPES, V. (2002). *Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. 352 pp.

YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2003). Optimización económica de redes de transporte del tipo VRPTW. *Revista de Obras Públicas* 3436, pp. 31-39.

YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2002). Criterio económico para la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW, en Ibeas, A. y Díaz, J.M. (Eds.): *Actas del V Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 693-700. Santander, 11-13 junio.

YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2004). Algoritmo del solterón aplicado a la optimización de rutas con flotas heterogéneas VPRHESTW, en Larrodé, E. y Castejón, L. (Eds.): *Actas del VI Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 759-766. Zaragoza, 23-25 de junio.

YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2006). Economic heuristic optimization for the heterogeneous fleet VRPHESTW. *Journal of Transportation Engineering*, ASCE 132(4), pp. 303-311.