

OPTIMIZACIÓN DE RUTAS CON FLOTAS HETEROGÉNEAS Y MÚLTIPLES USOS DE VEHÍCULOS VRPHEMSTW

Víctor Yepes* y Josep R. Medina**

* Agencia Valenciana del Turismo. Generalitat Valenciana.
Avda Aragón, 30-8ª
46021 Valencia, España
e-mail: victor.yepes@turisme.m400.gva.es

** Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera, s/n, 46021 Valencia, España
e-mail: jrmedina@tra.upv.es

Palabras clave: Optimización heurística, transporte, rutas, aceptación por umbrales, ventanas temporales, VRPHEMSTW.

Resumen *Se presenta una heurística de construcción secuencial de rutas y una metaheurística basada en la búsqueda aleatoria con múltiples operadores, la aceptación por umbrales y la reconstrucción de soluciones para la resolución del problema de las rutas con flotas heterogéneas y múltiples usos de vehículos con ventanas temporales flexibles, jornada laboral variable y congestión por tráfico. Se emplea una función objetivo basada en el beneficio económico como lenguaje común en la medición de tarifas, costes y ruptura de restricciones. Por último se analiza la variación de los costes de disposición de los vehículos en la calidad de los resultados.*

1. INTRODUCCIÓN

Las condiciones reales que determinan la gestión de las empresas de distribución de bienes y mercancías implica la toma de decisiones que fluctúan en función de múltiples variables económicas (costes de los combustibles, de las tripulaciones, de la flota, etc.). Además de optimizar las operaciones, las empresas deben conocer sus márgenes de explotación, su política de precios y sus clientes preferentes. Sin embargo, la resolución de este tipo de problemas combinatorios requiere de técnicas metaheurísticas que permitan, en un tiempo razonable de cálculo, aportar alternativas de cierta calidad.

Los problemas clásicos de distribución con restricciones en los horarios de servicio “*Vehicle Routing Problem with Time Windows*” (VRPTW) han sido abordados intensamente desde finales de los sesenta. Sin embargo las métricas jerárquicas empleadas habitualmente (minimización del número de rutas en primer lugar y posteriormente del recorrido total de los vehículos), si bien han permitido comparar diversas técnicas sobre conjuntos de problemas tipo [1], se adaptan con dificultades a las situaciones reales del transporte. Resulta más adecuado el empleo de funciones objetivo basadas, no sólo en el coste real de las operaciones, -incluyendo penalizaciones reales que evalúen las insatisfacciones de los clientes y las rupturas-, sino que, además, incorpore la política de precios y por tanto la rentabilidad económica. Éste enfoque ha sido escasamente abordado en la literatura [2][3][4]. En efecto, posibles variaciones en los costes o en las tarifas modifican la topología del espacio de soluciones y permiten tomar decisiones que se adaptan a la realidad económica-empresarial de los problemas de distribución.

Pocos han sido los trabajos que han tratado el problema de las rutas flexibilizando el horario de servicio a los clientes “*Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows*” en comparación con el clásico VRPTW [2][3][4][5][6]. Sin embargo la valoración económica de la penalización como insatisfacción del cliente, así como la ampliación del campo de las soluciones factibles son algunos argumentos que apoyan la suavización de las ventanas temporales.

Además, la flota de vehículos de una empresa de transporte no suele ser homogénea. Éstos difieren en equipamiento, en capacidad, en antigüedad y en estructura de costes. La necesidad de estar presente en los diversos segmentos de mercado, obliga a muchas empresas a disponer de vehículos que se adapten a diversas tipologías como el transporte de graneles, contenedores, etc. Asimismo, la disposición de unidades con diferentes capacidades de carga permite una mejor adaptación a la demanda. El problema de las rutas con una flota heterogénea y limitada de unidades de cada clase y donde los costes de operación y los fijos dependen del tipo de vehículo “*Vehicle Routing Problem with a Heterogeneous Fleet of Vehicles*” (VRPHE) ha recibido muy poca atención [7] en relación con el clásico VRP. Son menos las aportaciones realizadas cuando, además, se consideran las restricciones temporales en el servicio. Así, Liu y Shen [8] describen un método de construcción en paralelo de soluciones donde el número de vehículos de cada tipo es ilimitado, Dullaert *et al.* [9] desarrollan heurísticas de construcción secuenciales para el mismo problema y Yepes y Medina [3] presentan una metaheurística trifase basada en un GRASP dirigido y en la aceptación por umbrales con múltiples operadores.

Asimismo, en ocasiones es posible el empleo de un mismo vehículo para recorrer varias rutas durante la jornada de trabajo o el periodo de tiempo considerado (por ejemplo, si la capacidad de transporte es reducida respecto a la demanda, los clientes se encuentran cerca del depósito, o bien la jornada laboral es lo suficientemente larga). Este problema “*Vehicle Routing Problem with Multiple Uses of Vehicles*” (VRPM) se le ha prestado poca atención en la literatura de la Investigación Operativa, a pesar de su importancia [10][11][13].

Este trabajo aborda el problema de las rutas con flotas heterogéneas de vehículos con usos múltiples y con restricciones temporales blandas de servicio “*vehicle routing problem with a heterogeneous fleet of vehicles with soft time windows and with multiple use of vehicles*” (VRPHEMSTW). Se trata de diseñar un conjunto posible de rutas para una flota de vehículos heterogénea que empiecen y terminen en un almacén de modo que se visiten todos los destinos una sola vez optimizando una función objetivo y satisfaciendo a su vez las restricciones horarias de inicio de servicio en cada cliente, pudiendo reiniciar nuevas rutas los vehículos mientras no se sobrepase su jornada laboral. Estas restricciones se definen mediante ventanas temporales que fuerzan una espera si se llega antes de la apertura y que impiden el servicio si se supera la hora de cierre. Además se introducen unas penalizaciones económicas en el caso de incumplimiento.

En la optimización del problema se plantea la utilización de heurísticas secuenciales de construcción de soluciones basadas en criterios económicos y en técnicas híbridas de optimización apoyadas en la búsqueda local aleatoria con múltiples operadores empleando como estrategia la aceptación por umbrales. Se recurre para ello a una función objetivo apoyada en el criterio de la eficiencia económica y se incluyen variables para modelar la congestión del tráfico.

2. LAS VENTANAS TEMPORALES

En los problemas de distribución es habitual que el cliente tenga preferencias o limitaciones en los horarios. Se denomina *ventana temporal* de un cliente al intervalo de tiempo dentro del cual es posible iniciar el servicio de carga o descarga de las mercancías transportadas por un vehículo. El almacén presenta también un horario de apertura. Se define el problema de las ventanas temporales flexibles cuando se está dispuesto, dentro de ciertos límites, a aceptar el inicio del servicio fuera del horario estricto siempre que se apliquen penalizaciones económicas. De este modo, la ventana temporal flexible de un cliente j queda definida por cuatro instantes. Un vehículo que desde el nodo i se dirija al j debe realizar una espera w_{ij} si se presenta en el nodo j con anterioridad al límite inferior aceptable e_j^s . Si la hora de llegada ocurre dentro del horario de descarga estricto, definido por sus límites e_j^h y u_j^h , entonces se acepta el servicio sin penalizaciones. La llegada posterior a la hora límite aceptable u_j^s impide la realización del servicio. En la Figura 1 se representan las penalizaciones económicas, en función del instante de llegada del vehículo al nodo j . En ordenadas se representa la variable de costes y en abcisas el tiempo.

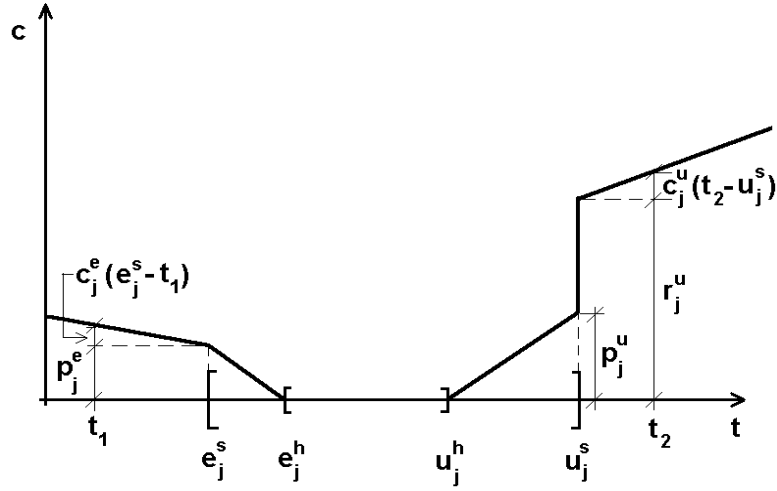


Figura 1. Modelo de penalización económica para un cliente j con ventana temporal flexible en la aceptación del servicio. Yepes y Medina [3]

Las funciones empleadas para el cálculo de los costes cuando son aplicables las penalizaciones en las ventanas temporales flexibles son las siguientes:

$$C_{1,j}^{TW}(t) = p_j^e + c_j^e \cdot (e_j^s - t) \quad t < e_j^s \quad (1)$$

$$C_{2,j}^{TW}(t) = p_j^e \cdot \left(\frac{e_j^h - t}{e_j^h - e_j^s} \right)^{k_j^e} \quad e_j^s \leq t < e_j^h \quad (2)$$

$$C_{3,j}^{TW}(t) = 0 \quad e_j^s \leq t \leq u_j^s \quad (3)$$

$$C_{4,j}^{TW}(t) = p_j^u \cdot \left(\frac{t - u_j^h}{u_j^s - u_j^h} \right)^{k_j^u} \quad u_j^h < t \leq u_j^s \quad (4)$$

$$C_{5,j}^{TW}(t) = r_j^u + c_j^u \cdot (t - u_j^s) \quad t > u_j^s \quad (5)$$

De este modo, las penalizaciones debidas a la llegada de un vehículo al nodo j se expresan como:

$$C_j^{TW}(t) = \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t) \quad (6)$$

Se observa cómo los parámetros k_j^s y k_j^u modelan la dureza de las ventanas temporales. La función es lineal cuando valen la unidad. La función es cóncava o convexa en el momento que los parámetros son, respectivamente, superiores o inferiores a uno. El horario de servicio es rígido si k_j^s

y k_j'' se anulan, constituyendo los límites del intervalo los extremos severos. Por otro lado, la ventana temporal también es estricta cuando los parámetros tienden a infinito. En este caso, los bordes exteriores constituyen los límites exteriores del intervalo flexible.

3. LA FUNCIÓN OBJETIVO

Se han empleado numerosas métricas como función objetivo en la resolución de las redes de distribución. Tradicionalmente se ha considerado que las soluciones con un menor número de rutas son preferibles en primer lugar por cuanto los costes fijos asociados a un nuevo vehículo se suponen suficientemente elevados. Como segunda opción el discriminante empleado ha sido la distancia total recorrida, y en otros casos, el tiempo total empleado. No han faltado las ponderaciones paramétricas de las opciones anteriores. Los resultados obtenidos dependían, evidentemente, de la elección adoptada.

Los problemas reales precisan criterios que sean traducibles a algún tipo de lenguaje común en las empresas. Este idioma es el económico. Una ponderación adecuada es aquella que transforma en términos monetarios las métricas empleadas en la resolución de las redes de distribución. De este modo, una primera aproximación es aquella que resuelve los problemas del transporte en términos de un menor coste para la empresa. En esta función de coste se deberían evaluar las rupturas en las restricciones del modelo, incluyendo las insatisfacciones de los clientes. Una coyuntura que impidiese satisfacer la demanda de un destino podría suponer un coste de oportunidad para la empresa en el caso de perderlo. Si la cuantía es elevada, el proceso de optimización tenderá a evitar fuertemente estas tesituras. Por el contrario, en ocasiones el cliente aceptaría incluso un servicio deficiente si se le compensase de alguna forma. Sin embargo, las empresas fundamentan sus estrategias tanto en los ingresos como en los gastos. Se tratará, por tanto, de maximizar el beneficio obtenido por el conjunto de las operaciones. Una primera aproximación a la resolución de los problemas de distribución con funciones objetivo basadas en el beneficio fue propuesta por Yepes y Medina [2].

3.1. Determinación de los ingresos

La garantía del equilibrio entre los ingresos derivados de la prestación del servicio de transporte y los costes en los que se ha incurrido debe garantizar, una vez deducidos los beneficios, la pervivencia de la empresa. Para que ello sea posible es indispensable que los precios sean competitivos y que los clientes puedan ver satisfechas sus exigencias. Las tarifas de transporte son los precios que cobran las compañías transportistas por sus servicios. Éstas deberían ser proporcionales a los costes de producción, dentro de una filosofía de racionalidad económica y de transparencia hacia los clientes. Además de los costes, la optimización de la red de distribución debe considerar la política de precios y de aceptación de clientes que le sea más ventajosa.

Los ingresos contemplados en el modelo desarrollado en el artículo dividen las tarifas aplicadas en dos grupos. Por un lado a cada cliente j se le aplica una tarifa fija por disposición del servicio F_j cuando éste se cumple según las exigencias previstas. Por otro, al cliente se le cobra en función de la cantidad de mercancías q_j que le han sido servidas y de su alejamiento respecto al depósito. Si

llamamos Rqd_j a la tarifa por unidad de distancia y mercancía, Rq_j a la tarifa por unidad de mercancía y Rd_j a la tarifa por unidad de distancia, el máximo nivel de ingresos I que se obtiene de la operación, cuando se han satisfecho todas las restricciones es:

$$I = \sum_{j=1}^N (F_j + q_j Rq_j + d_{0j} Rd_j + q_j d_{0j} Rqd_j) \quad (7)$$

La expresión (7) es lo suficientemente general como para abarcar diferentes posibilidades, desde la aplicación de *tarifas planas* cuando $R_j=0$, al abono en función exclusiva de la cantidad de mercancía o de la lejanía al depósito. Asimismo, cuando $Rd_j=0$, surgen las *tarifas uniformes*, independientes de la distancia.

Se hace notar que el modelo no pierde generalidad si, para cada cliente, se hace depender los coeficientes que marcan las tarifas de variables tales como el volumen de ventas, promociones especiales, etcétera.

3.2. Determinación de los costes económicos

La flota de vehículos susceptible de ser empleada en un problema de distribución tiene asociada un conjunto de costes dependientes de múltiples factores. El caso más general consiste en suponer que cada medio de transporte disponible presenta unas características propias que pueden o no coincidir con las del resto.

La utilización de un vehículo k de una flota de M unidades, supone para la empresa de distribución unos costes fijos y otros variables. Esta división es arbitraria puesto que, obviamente, cualquier coste es variable si se considera un período de tiempo, o bien un volumen de transporte, lo suficientemente grande. No obstante, es útil considerar costes constantes para períodos y volúmenes de transporte “normales”.

El coste de disposición de una unidad k es una magnitud constante Cf_k que incluye aspectos no dependientes de la explotación directa del transporte y que supone una tasa fija para la empresa (por ejemplo el uso de terminales, el equipo de transporte y la administración, entre otros). Los costes variables dependen de la distancia recorrida y del tiempo empleado por cada vehículo, así como otros sobrecostes que aparecen cuando se incumplen algunas condiciones del problema. Como variables se pueden mencionar, sin ser exhaustivos, los costes asociados con el transporte en sí, combustible y mano de obra, el mantenimiento del equipo, el manejo de la mercancía, la recogida y la entrega. Además, el modelo desarrollado contempla dos situaciones habituales en los casos reales de distribución física de mercancías y que es el reinicio de rutas por parte de un mismo vehículo y la posibilidad de satisfacer la demanda de un cliente en varias visitas.

La legislación de cada país, el número de conductores presentes en un vehículo y otras causas diversas determinan para cada vehículo k una jornada laboral normal Hl_k . En ocasiones es posible alargar la jornada de forma excepcional, siendo He_k el periodo laboral extraordinario. La suma de las jornadas normal y extraordinaria supone el límite superior que puede emplear un vehículo dentro del ciclo considerado. Sea Chl_k el coste horario de la jornada normal y Che_k el coste horario de la

jornada extraordinaria. El modelo también considera un coste horario Chp_k que se aplica al caso del exceso horario que supere incluso la jornada de trabajo extraordinaria. Aquí se incluirían las posibles multas por incumplimientos legales, posibles riesgos de seguridad, etc. De este modo, el coste horario Ch_k para un vehículo k se calcula de la siguiente forma:

$$Ch_k(t) = \begin{cases} Chl_k \cdot t & 0 \leq t \leq Hl_k \\ Chl_k \cdot Hl_k + Che_k \cdot t & Hl_k < t \leq He_k \\ Chl_k \cdot Hl_k + Che_k \cdot He_k + Chp_k \cdot t & t > He_k \end{cases} \quad (8)$$

Si T_k es el tiempo empleado por el vehículo k en un ciclo de transporte, el coste horario total Ch es:

$$Ch = \sum_{k=1}^M Ch_k(T_k) \quad (9)$$

Los costes Cd_k dependientes del trayecto recorrido por el vehículo k , se evalúan conociendo la distancia $d_{r,k}$ de cada una de las rutas R_k que realiza la unidad de transporte k en el ciclo considerado. A este coste el modelo añade un término constante por inicio de ruta para cada vehículo. En efecto, una unidad de transporte que ha terminado su trayecto y ha regresado al almacén, puede disponer aún de parte de su jornada laboral. Esta situación suele ser habitual cuando las demandas de cada cliente son importantes respecto a la capacidad de transporte del vehículo, o bien cuando se emplea poco tiempo en recorrer las distancias hacia los diversos nodos. En estas circunstancias, el vehículo puede comenzar un nuevo recorrido después de haber cargado en el depósito. Se considera una tasa $C_{r,k}$ por comienzo de cada una de las rutas asociada a cada tipología de medio de transporte k . Con todo ello, el coste referido al trayecto realizado y a las rutas iniciadas se calcula según (10), siendo Cdu_k el coste unitario por distancia recorrida:

$$Cd_k = \sum_{r=1}^{R_k} C_{r,k} + Cdu_k \cdot d_{r,k} \quad (10)$$

Nótese cómo cuando $C_{r,k}$ adquiere un valor muy alto se tiende a un solo uso del vehículo. Cuando su magnitud es reducida, el modelo representa el caso del VRPM, con múltiples inicios de ruta por cada unidad de transporte.

El coste total Cd por distancias recorridas y rutas iniciadas es:

$$Cd = \sum_{j=1}^M Cd_k \quad (11)$$

Las valoraciones económicas que implican la insatisfacción, en mayor o menor grado, de las condiciones exigidas, constituyen otro grupo de costes asociados al problema de distribución. Así, las ventanas temporales flexibles tenían asociadas para cada cliente j , un coste C_j^{TW} por penalizaciones que se evaluaron según (6). Dentro de estos sobrecostes, se añaden también los

referidos a cliente 0, es decir, al depósito, pues éste también presenta su propia ventana temporal. Si t_j es la hora de llegada de un vehículo al cliente k , $k=0,1,\dots,N$; el coste total C_{tw} debido a todos los horarios de servicio es:

$$C_{tw} = \sum_{j=0}^N \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t_j) \quad (12)$$

Otra eventualidad ocurre cuando la unidad de transporte presenta un resto de carga y se le presenta la oportunidad de satisfacer parcialmente la demanda de un cliente. Al vehículo le interesa descargar si el nodo está lo suficientemente cerca o le es favorable. Sin embargo, el cliente suele preferir una descarga frente a varias, por las molestias que ello ocasiona. Sólo cierta ventaja económica ante el cliente puede auspiciar el fraccionamiento del servicio. Se emplea un parámetro $C_{v_{j,k}}$ que penaliza la repetición en el servicio para un cliente j en función del vehículo k , lo cual supone un desembolso añadido para la empresa de distribución. Es un término constante que equivale a una "tasa por aduana" o "impuesto de paso" cada vez que el vehículo llega a un cliente. Si cada nodo j es visitado $v_{j,k}$ veces por el vehículo k , y son V_j el número de clases de vehículos k que visitan j , entonces el coste total C_v debido a las visitas a los clientes es:

$$C_v = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{V_j} v_{j,k} \cdot C_{v_{j,k}} \quad (13)$$

Así pues, el coste total asociado a un problema de transporte se calcula como:

$$C = Ch + Cd + C_{tw} + C_v \quad (14)$$

Y la función objetivo B buscada, que es el beneficio obtenido por la empresa de distribución:

$$B = \sum_{j=1}^N \left[F_j + q_j R q_j + d_{0j} R d_j + q_j d_{0j} R q d_j - \sum_{k=1}^{V_j} V_{j,k} C_{v_{j,k}} \right] - \sum_{j=0}^N \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t_j) - \sum_{k=1}^M \left[Ch_k(T_k) + \sum_{r=1}^{R_k} (C_{r,k} + C d u_k \cdot d_{r,k}) \right] - \sum_{j=0}^N \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t_j) \quad (15)$$

4. HEURÍSTICA DE CONSTRUCCIÓN SECUENCIAL DE RUTAS CON VENTANAS TEMPORALES

Solomon [1] desarrolló una heurística de construcción secuencial de rutas (I1) para el problema VRPTW que ha sido empleada en numerosas metaheurísticas como generador de soluciones iniciales. Básicamente, estos algoritmos eligen un criterio para comenzar un itinerario y a continuación unas reglas de inserción de los clientes en las rutas. Cuando no es posible intercalar más nodos, se empieza una nueva ruta y se repite el procedimiento hasta agotar el número de clientes. Se describe en el artículo una heurística de construcción secuencial que mejora los criterios empleados en la I1 y

los generaliza para problemas más complejos de distribución con ventanas temporales, y que complementa una primera versión de Yepes y Medina [2]. El algoritmo permite la parametrización en sus criterios, lo cual facilitará la construcción de conjuntos de soluciones factibles. Asimismo, los principios empleados son coherentes con la función objetivo basada en el rendimiento económico.

4.1. Criterios de inicio de una ruta

El algoritmo II de Solomon determina como pauta de elección del primer cliente de una ruta aquel que se encuentre más alejado del depósito o bien el que presente un límite horario de aceptación del servicio u_i más temprano. Se pretende escoger en primer lugar aquellos nodos con dificultades para asegurar su inclusión temprana en una ruta.

Con todo, las reglas propuestas para el arranque de itinerarios a veces resultan contradictorias o incompletas. En efecto, se ha demostrado [2] la necesidad de incluir criterios de “vecindad” de tipo económico, para agregar las dificultades en las variables geográficas, temporales y de rentabilidad.

Se proponen, por tanto, una batería de criterios para elegir el primer nodo de la ruta, una vez seleccionado el vehículo que empieza un recorrido (habitualmente el de mayor capacidad):

- **Criterio 1:** Hora más tardía de llegada del vehículo al depósito. Esta pauta no sólo incluye la lejanía del nodo a la base, sino que en ella intervienen las ventanas temporales del cliente – que pueden incluir esperas y retrasos adicionales– así como la velocidad del vehículo y los periodos de tiempo de alejamiento del depósito y aproximación al cliente, y viceversa. Para cada cliente j , es el menor margen de la ruta 0- j -0.
- **Criterio 2:** Cierre más temprano del horario de inicio de servicio a un cliente. Esta pauta coincide con la propuesta por Solomon. Se conserva como un criterio más para favorecer la variedad en las soluciones iniciales generadas. El criterio 4 contempla más factores que el 2.
- **Criterio 3:** Cliente más rentable. Se determina para cada nodo la relación entre la diferencia entre los ingresos y costes totales respecto a éstos últimos cuando el vehículo satisface la demanda y vuelve al depósito. Esta condición considera multitud de factores tanto del vehículo como del cliente, con sus restricciones y las condiciones de costes e ingresos.
- **Criterio 4:** Menor lapso de tiempo entre el inicio del servicio b_j y el cierre de la ventana temporal u_j del cliente j . Esta condición es más restrictiva que la que considera el u_j más temprano. Incluye la velocidad del vehículo, los posibles retrasos motivados por la ventana temporal y los periodos de alejamiento y aproximación. Para cada cliente j , es el menor margen del viaje 0- j .
- **Criterio 5:** Lejanía efectiva del cliente al depósito. Esta pauta constituye una mejora respecto a la propuesta por Solomon. En ella se incluye la distancia ficticia adicional que corresponde con la espera ineludible que existe cuando el vehículo se desplaza desde el almacén hacia el cliente.
- **Criterio 6:** Cliente que proporciona mayor beneficio inicial. Es un criterio similar al anterior pero que considera únicamente la diferencia entre los ingresos y los costes de la ruta que desde el depósito se dirige a un cliente y vuelve a su origen.

- **Criterio 7:** Se trata de reflejar el cliente que, sin estar situado en la primera posición de los criterios anteriores, está bien posicionado en promedio. Para ello, cada cliente ocupa un lugar en la lista correspondiente a cada criterio. Se elige al cliente cuya suma de números de orden sea menor.

Cada regla establece una lista ordenada de clientes susceptibles de ser elegidos en primer lugar, dependiendo en cada caso del vehículo seleccionado. El algoritmo de construcción propuesto, selecciona aleatoriamente al cliente atendiendo a su colocación en la lista, con una función de probabilidad que prima los primeros lugares. Se propone (16) como función de probabilidad de elección de un elemento situado en el lugar i de un total de n :

$$p(i, n) = k^{i-1} \frac{1-k}{1-k^n} \quad (16)$$

De esta forma quedan previstos los casos extremos comprendidos entre la elección determinista del primer situado cuando $k=0$, hasta la selección equiprobable de todos los integrantes de la lista si $k=1$.

4.2. Métricas para insertar clientes en rutas

Dada una ruta iniciada y un conjunto de destinos que aún no han satisfecho su demanda, debe elegirse algún criterio que permita intercalar al mejor cliente en el lugar adecuado del recorrido. Se trata de comprobar, en primer lugar, entre qué nodos de una ruta en formación debe insertarse uno nuevo; en segundo lugar, se decide cual es la mejor opción. Tanto para la primera como para la segunda fase deben darse los criterios para la elección correspondiente. La inclusión de un nuevo destino en una ruta modifica los tiempos de llegada y de inicio del servicio de los clientes que se ven precedidos por el insertado recientemente.

La heurística II de Solomon propone, para seleccionar la mejor inserción de un cliente en una ruta, un criterio que minimiza de forma ponderada el incremento de distancia y tiempo correspondientes. Esta métrica está relacionada con los costes en los que se incurre al introducir un nuevo nodo, pero a veces no es razonable su empleo en los problemas reales [2].

El algoritmo de construcción propuesto adopta cinco criterios alternativos de inclusión que, por un lado permite la diversidad en los resultados, y por otro, incorpora novedades respecto al procedimiento de Solomon, basándose algunas de ellas en planteamientos de tipo económico. Cada regla determinará una lista ordenada de los nodos que tendrá parametrizada la asignación probabilista de preferencia para encajarse en la ruta, según la Ecuación (16).

- **Criterio 1:** Máximo beneficio. Evalúa para cada candidato a ser incluido en un itinerario, el lugar donde produce un mayor valor de la función objetivo, es decir, diferencia entre los ingresos y los costes.
- **Criterio 2:** Máxima rentabilidad. Se calcula la posición que provoca una relación mayor entre el beneficio y el coste necesario para obtenerlo.
- **Criterio 3:** Máxima rentabilidad marginal. Una vez calculados los incrementos de ingresos y

costes antes de la inserción y después, se elige aquella posición que maximiza el cociente entre el beneficio marginal y el diferencial de coste necesario.

- **Criterio 4:** Máxima diferencia del beneficio conseguido al incluir un nodo en una ruta respecto al caso de asignar un itinerario exclusivo para el cliente desde el depósito. Es una pauta que generaliza desde el punto de vista económico la empleada por Solomon.
- **Criterio 5:** Mayor margen de la ruta. La inclusión de un nodo en el lugar que permite conservar un margen de la ruta holgado, facilita la inclusión de más clientes en dicho itinerario.

4.3. Heurística económica y secuencial de construcción de rutas

El algoritmo inicia las rutas eligiendo un nodo que optimice un criterio C1. Se evalúan para los clientes elegidos el mejor lugar donde incluirse en el itinerario en curso, atendiendo a un criterio C2 y siempre que se cumplan las restricciones del problema. Se ordenan en una lista y se inserta aquel nodo elegido mediante una función de probabilidad. Se continúa hasta que no sea posible incluir más nodos en la ruta. Se comienza, si es posible, un nuevo itinerario y se procede como antes.

Entre las características del procedimiento propuesto se reseñan la consideración de las variables económicas como guía en la decisión de cuáles son las mejores soluciones; la incorporación de criterios probabilísticos en las selecciones para incrementar la diversificación en la exploración, favoreciendo un número elevado de alternativas; la aptitud inmediata de transformación en una heurística de construcción en paralelo; la aplicabilidad a distintos tipos de problemas: TSP, VRP, VRPTW y otros que generalicen a aquellos, como el empleo de flotas heterogéneas, posibilidad de varias rutas por vehículo, repetición en la visita de clientes, etc.; y el ser competitivo con la calidad de las soluciones obtenidas por otras heurísticas.

5. BÚSQUEDA LOCAL ALEATORIA CON MÚLTIPLES OPERADORES, RECONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES Y ACEPTACIÓN POR UMBRALES

5.1. La aceptación por umbrales

Una estrategia que permite eludir óptimos relativos en una búsqueda local consiste en la aceptación una solución de peor calidad respecto a otra que ha sido modificada, siempre que la diferencia entre la valoración de sus funciones objetivo no supere determinado límite T [13]. En la Figura 2 se observa cómo es posible ampliar el horizonte de búsqueda y alcanzar un óptimo local 2 mejor que el denominado como 1.

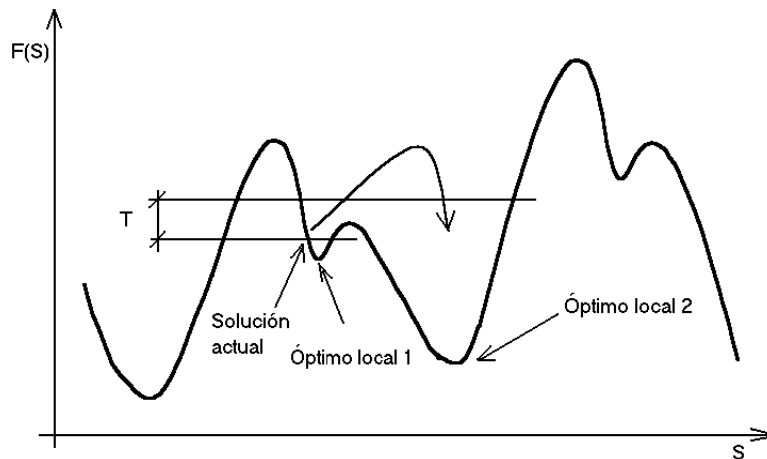


Figura 2. Búsqueda local mejorada por el criterio de aceptación por umbrales.

El procedimiento se puede describir de la siguiente forma:

1. Seleccionar una solución inicial.
2. Elegir un umbral inicial, $T > 0$.
3. Buscar una solución del entorno y evaluar ΔE (incremento de la función objetivo). Si $\Delta E > -T$, aceptar el movimiento.
4. Después de no conseguir ninguna mejora durante un tiempo, o después de un número de iteraciones, reducir T .
5. Volver al paso 3 hasta encontrar un criterio de terminación.

Se propone un esquema de disminución del umbral exponencial, donde a es un parámetro y x varía de 0 a 1.

$$T = T_0 \cdot \exp(-\ln 2 \cdot x/a) \quad (17)$$

5.2. Búsqueda en vecindarios variables con múltiples operadores

La búsqueda en vecindarios variables “*Variable Neighborhood Search, VNS*” [14] es una estrategia que consiste en usar un movimiento hasta quedar atrapado en un óptimo relativo, tras lo cual se aplica un segundo operador. De este modo, VNS oscilará entre dos o más operadores con la esperanza que los cambios en la estructura del vecindario permitirá escapar de muchos mínimos locales. Los operadores empleados deben ser lo suficientemente distintos en relación con la estructura del vecindario que generan para garantizar cierto éxito en la estrategia.

Sin embargo, la exploración sistemática del entorno de una solución y la consiguiente elección del mejor resultado no siempre constituye la mejor opción. En efecto, en la Figura 3 se observa un ejemplo en el que la estrategia de escoger al mejor del entorno (GB) no conviene frente a la alternativa de seleccionar el primer resultado que supere al precedente (FB). En cualquier caso, el esfuerzo computacional requerido para FB es inferior al GB. En la ponencia se aplica la búsqueda

local aleatoria al elegir el tipo de operador probabilísticamente en cada uno de los movimientos. Además, es necesario definir un criterio que indique la llegada a un óptimo relativo, pues de otro modo, el número de iteraciones crecería sin ofrecer la certeza de que el siguiente intento es mejor que el precedente.

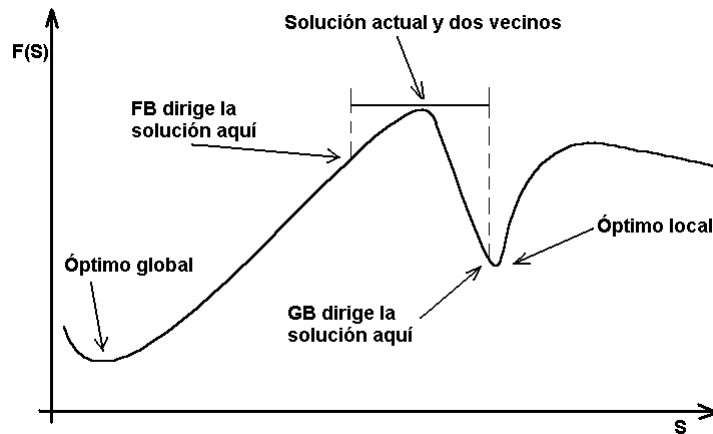


Figura 2. Ejemplo donde FB es mejor que GB. En abscisas se representan las soluciones y en ordenadas su función objetivo.

5.3. La destrucción y reconstrucción de soluciones

El principio de destrucción y reconstrucción de soluciones [4][15] origina una heurística que permite obtener resultados de calidad en los problemas combinatorios. Se trata, en primer lugar, de romper una parte significativa de una solución inicial para después recomponerla de modo que la alternativa tenga opciones de mejorar la función objetivo de la solución primitiva. La heurística de reconstrucción supone un operador o movimiento complejo que define un entorno de la solución inicial y un óptimo relativo.

El algoritmo de reparación permite amplios movimientos de la solución inicial y por ello presenta ciertas ventajas frente a otros operadores más sencillos, sobre todo en aquellos problemas combinatorios de cierta complejidad donde los espacios de soluciones son abruptos y discontinuos y sometidos a numerosas restricciones. En la Figura 4 se observa un esquema del funcionamiento del principio para un problema de rutas. Si se escoge un cliente i y aquellos otros más cercanos a él en un radio determinado, en una primera fase se rompen aquellos enlaces que conectan estos nodos. Posteriormente se reconstruye la solución de forma que ésta mejore, si es posible, a la primera. En la metaheurística propuesta en la ponencia, es equiprobable la elección del criterio de proximidad a un nodo dado o bien la elección aleatoria de nodos, es decir, destrucción radial frente a aleatoria.

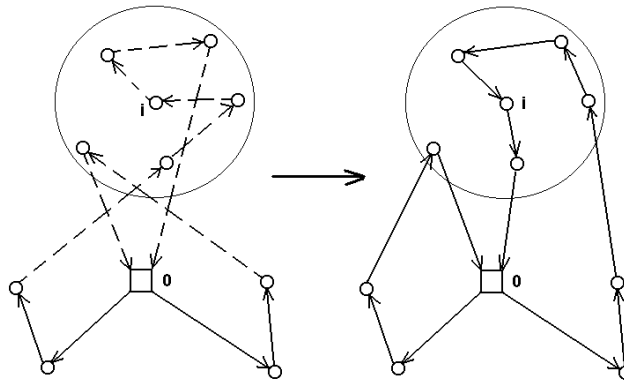


Figura 4. Destrucción y reconstrucción de los enlaces de los clientes más próximos a i .

5.4. Los operadores de cambio

La metaheurística propuesta en el artículo emplea múltiples operadores elegidos probabilísticamente. Éstos se agrupan en movimientos de nodos inter o intrarutas, operadores de reconstrucción, de intercambio o sustitución de vehículos y de reducción de rutas. El movimiento *swap* supone la permuta de un cliente por otro, y el *relocate*, el salto del nodo a otro lugar. *2-opt** [16] canjea enlaces entre dos itinerarios, de forma que se conserva la orientación en las rutas. *2-opt*** es un caso particular del anterior, en el cual el enlace que se intercambia se inicia en nodos con el mismo orden en su ruta respectiva. *Cross* [6][17] es un operador que generaliza los movimientos anteriores, manteniendo también el sentido de los itinerarios. Los movimientos (2-0), (2-1) y (2-2) constituyen intercambios de nodos seguidos de una ruta respecto a la otra. CV cambia los vehículos de dos rutas y CVR sustituye un vehículo por otro de la flota aún no asignado. Por último, el reductor de rutas es un caso especial de reconstrucción donde los nodos desconectados pertenecen al itinerario con menor número de clientes.

6. APLICACIÓN NUMÉRICA

Se analiza un problema ampliado del R103 de Solomon [1] con coeficientes que definen la función objetivo y las características de la flota, de clientes y depósito reflejados en la Tabla 1, denominado como R103-HEMS-A. No existen ejemplos en la literatura para resolver el VRPHEMSTW con criterios basados en el beneficio, con distintas jornadas laborales y variables de congestión (duración de la aproximación y alejamiento a cada nodo).

6.1. Heurística secuencial de construcción de rutas

En primer lugar, se ha ensayado la heurística determinística de construcción secuencial de rutas en sus 35 casos procedentes de la combinación de 7 criterios de inicio y 5 de inserción. En la tabla 2 se indican los beneficios extremos y medios al permitir el uso múltiple o no, así como el número de vehículos, rutas, distancia total recorrida y los criterios de inicio e inserción correspondientes al

máximo beneficio. Se comprueba cómo aquí, son las pautas económicas y los usos múltiples los que han primado.

Tipología flota	I	II	III	Características	Client e	Depósito
Número	2	3	∞	Tarifa por disposición	20000	-
Capacidad	500	200	50	Tarifa por unidad y distancia	20	-
Velocidad	0,90	1,00	1,10	Duración aproximación	1	2
Jornada normal	200	200	200	Duración servicio	10	-
Jornada extraordinaria	50	50	50	Duración alejamiento	1	2
Duración carga	8	5	3	Inicio suave TW e_i^s	$0,90e_i^h$	230
Coste disposición	75000	70000	60000	Final suave TW u_j^s	$1,05u_j^h$	250
Coste unitario distancia	150	140	130	Penalización apertura p_i^e	50	-
Coste horario normal	110	100	100	Penalización apertura k_i^e	1	-
Coste horario extra	130	120	120	Penalización espera c_i^e	10	-
Coste horario plus	160	150	150	Penalización cierre p_i^u	50000	1000
Tasa visita cliente	0	0	0	Penalización cierre k_i^u	1	1
Tasa inicio ruta	150	100	100	Coste ruptura cierre r_i^u	10^7	10^8
Número de rutas por vehículo	∞	∞	∞	Penalización horario ruptura c_i^u	1000	10000

Tabla 1. Caracterización de la flota, de los clientes y del depósito, para el problema R103-HEMS-A.

R103-HEMS-A	Cada vehículo una ruta	Con múltiples usos del vehículo
Beneficio mínimo	-439499,51	551033,33
Beneficio máximo	481393,32	445955,02
Beneficio máximo	816148,13	911018,50
Nº Vehículos	19	16
Nº Rutas	19	22
Distancia	2027,79	1884,00
Criterio inicio	3 (cliente más rentable)	3 (cliente más rentable)
Criterio inserción	1 (máximo beneficio)	2 (máxima rentabilidad)

Tabla 2. Resultados al aplicar la heurística de construcción al problema R103-HEMS-A.

Seguidamente se examina la heurística probabilística, con el uso de (16) y $k=0,25$ y $k=0$ para los criterios de inicio e inserción, que selecciona la mejor alternativa al construir 1, 10 ó 100 soluciones iniciales. En las Tablas 3 y 4 se han analizado la mejor combinación de criterio, tanto para los usos simples o múltiples. Se observa una mejora de la función objetivo con el número de soluciones construidas. Además, para ambos casos, las reglas de inicio e inserción basadas en la rentabilidad han proporcionado los mejores resultados.

Criterio (3-1)	Cada vehículo una ruta			Con múltiples usos del vehículo		
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	18	18	18	17	17	16
Nº rutas	18	18	18	25	24	24
Distancia	1998,53	2018,87	1930,89	2135,35	2117,79	2012,66
Beneficio	949695,75	949403,50	958748,25	913416,75	982772,50	1014227,75

Tabla 3. Resultados de la aplicación de la heurística de construcción secuencial probabilística, para el problema R103-HEMS-A, con criterios de inicio basados en la rentabilidad y de inserción en el beneficio.

Criterio (3-2)	Cada vehículo una ruta			Con múltiples usos del vehículo		
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	17	16	16	16	15	15
Nº rutas	17	16	16	23	20	21
Distancia	1765,13	1686,69	1646,01	1891,88	1722,65	1773,52
Beneficio	923269,38	1009792,50	1015772,88	943234,75	1018419,38	1045132,75

Tabla 4. Resultados de la aplicación de la heurística de construcción secuencial probabilística, para el problema R103-HEMS-A, con criterios de inicio y de inserción basados en la rentabilidad.

A continuación se comprueba la incidencia del coste fijo de disposición de los vehículos. Para ello se define un problema R103-HEMS-B que es idéntico al definido en la Tabla 1 excepto que el coste de disposición se reduce, en todos los casos, en un 10%. En las Tablas 5, 6 y 7 se recogen los resultados obtenidos de forma análoga a los de las Tablas 2, 3 y 4.

R103-HEMS-B	Cada vehículo una ruta	Con múltiples usos del vehículo
Beneficio mínimo	1424835,12	1489816,23
Beneficio máximo	1858368,34	1671281,86
Beneficio máximo	2043210,50	1956185,00
Nº Vehículos	18	18
Nº Rutas	18	22
Distancia	1852,11	2166,20
Criterio inicio	6 (cliente más beneficioso)	3 (cliente más rentable)
Criterio inserción	2 (máxima rentabilidad)	2 (máxima rentabilidad)

Tabla 5. Resultados de la aplicación de la heurística de construcción, para el problema R103-HEMS-B.

En este caso, cuando el peso del coste de disposición del vehículo es sensiblemente menor, la solución que aporta mayor beneficio es la que asigna a cada vehículo una ruta, a pesar de ser

necesario un vehículo más que en el caso de múltiples usos. También es posible comprobar que un cambio en la función objetivo nos lleva a estructuras de solución bien distintas. En efecto, ciñéndose al caso de un solo uso, el cambio en el coste de disposición ha hecho que se empleen 16 vehículos y se recorran 1646,01 unidades de longitud en el caso del R103-HEMS-A frente a 18 y 1741,33 en el caso del R103-HEMS-B. Parece claro que un mayor peso del coste fijo de los vehículos incide en que una buena solución intente minimizarlos. Se evidencian las limitaciones de las métricas clásicas que intentan siempre disminuir el número de rutas y luego la distancia total recorrida.

Criterio (3-2)	Cada vehículo una ruta			Con múltiples usos del vehículo		
	1	10	100	1	10	100
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	18	18	17	18	17	17
Nº rutas	18	18	17	22	21	20
Distancia	1813,66	1815,62	1859,79	2137,14	1978,91	1937,53
Beneficio	2026968,63	2032251,00	2031874,38	1961944,88	1985870,13	2020961,38

Tabla 6. Resultados de la aplicación de la heurística de construcción secuencial probabilística, para el problema R103-HEMS-B, con criterios de inicio y de inserción basados en la rentabilidad.

Criterio (6-2)	Cada vehículo una ruta			Con múltiples usos del vehículo		
	1	10	100	1	10	100
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	18	18	18	18	18	17
Nº rutas	18	18	18	23	21	21
Distancia	1885,07	1849,21	1741,33	2172,24	1990,51	2013,35
Beneficio	2034268,50	2043728,38	2047117,38	1963724,63	2001658,88	2006550,13

Tabla 7. Resultados de la aplicación de la heurística de construcción secuencial probabilística, para el problema R103-HEMS-B, con criterios de inicio basados en el beneficio y de inserción en la rentabilidad.

6.2. Metaheurística de múltiples operadores y aceptación por umbrales

Una vez se ha determinado una solución inicial, se procede a su mejora mediante la metaheurística descrita de búsqueda aleatoria con múltiples operadores junto con la reconstrucción de soluciones y aceptación por umbrales. Las probabilidades de elección de los operadores empleados figuran en la Tabla 8. Se han empleado como operadores específicos para el VRPHEMSTW el cambio de vehículos entre rutas (CVR) y con otros de la flota no utilizados (CV).

Tras construir una solución inicial, la metaheurística propuesta realiza 30.000 iteraciones, con un umbral inicial $T=1000$, un parámetro de disminución $\alpha=0,20$ e incluyendo dos operadores de reconstrucción, el RR0 donde sólo se desconecta un solo nodo y el RR5, donde se desconectan 6 clientes, con idéntica probabilidad en la destrucción radial o aleatoria. El operador RedR (reductor

de rutas) es un tipo RR0 donde se desconectan los nodos de la ruta con menos clientes. Se ejecutan 9 ensayos cada vez.

Operador	Prob.%	Operador	Prob.%	Operador	Prob.%	Operador	Prob.%	Operador	Prob.%
1-rel	10	1-sw	10	2-rel	5	2-sw	10	Cross	10
2-opt*	25	(2-0)	1	(2-1)	10	(2-2)	1	RR0	1
2-opt**	5	CV	5	CVR	5	RedR	1	RR5	1

Tabla 8. Probabilidades elegidas, en porcentajes, para 15 operadores.

En las Tablas 9 y 10 se comparan los resultados obtenidos para los problemas R103-HEMS A y B, partiendo de una solución determinística o bien probabilística con la mejor de 100 soluciones iniciales. Las reglas empleadas de inicio e inserción se basan en la rentabilidad (3-3). En el caso probabilístico se han tomado $k=0,25$ y $k=0$ para ambos criterios, respectivamente. En ambos casos se observa una mejora poco significativa tanto en los valores medios como extremos en el caso de emplear la heurística probabilística y elegir como solución inicial la mejor de 100. También se vuelve a comprobar cómo los costes fijos influyen en el número de vehículos de la solución final.

Heurística de construcción	R103-HEMS-A 9 ensayos	Mínimo	Media	Máximo	Coefficiente Variación %
Determinística de 1 solución y criterios	Nº vehículos	16	15,78	15	2,795
	Nº rutas	19	18,89	18	3,181
	Distancia	1762,70	1663,75	1612,38	2,929
	Beneficio	1149322,88	1196242,14	1256213,88	2,574
Probabilística con 100 soluciones y criterios	Nº vehículos	16	15,67	15	3,191
	Nº rutas	19	18,22	18	3,659
	Distancia	1658,37	1609,59	1592,24	2,860
	Beneficio	1187738,88	1213541,21	1259402,50	2,574

Tabla 9. Caracterización de la flota, de los clientes y del depósito, para el problema R103-HEMS-A, permitiendo múltiples usos de los vehículos.

Heurística de construcción	R103-HEMS-B 9 ensayos	Mínimo	Media	Máximo	Coefficiente Variación %
Determinística de 1 solución	Nº vehículos	18	17,89	18	1,863
	Nº rutas	19	18,78	19	2,348
	Distancia	1784,15	1724,68	1640,82	2,510
	Beneficio	2057164,25	2075359,63	2094013,25	0,520
Probabilística con 100 soluciones	Nº vehículos	17	17,22	17	3,871
	Nº rutas	19	18,44	18	2,857
	Distancia	1752,36	1708,20	1602,70	3,133

Heurística de construcción	R103-HEMS-B 9 ensayos	Mínimo	Media	Máximo	Coefficiente Variación %
	Nº vehículos	18	17,89	18	1,863
	Nº rutas	19	18,78	19	2,348
	Distancia	1784,15	1724,68	1640,82	2,510
	Beneficio	2066157,63	2083203,54	2104927,00	0,641

Tabla 10. Caracterización de la flota, de los clientes y del depósito, para el problema R103-HEMS-A, permitiendo múltiples usos de los vehículos.

7. CONCLUSIONES

La resolución de problemas reales de distribución implica la adopción de modelos de mayor complejidad a los empleados habitualmente, para lo cual son necesarias metaheurísticas que proporcionen buenas soluciones en tiempo de cálculo razonable. La adopción de una función objetivo basada en el beneficio económico permite la adopción de un lenguaje común capaz de ponderar adecuadamente los costes, beneficios y penalizaciones por rupturas en las restricciones del modelo. Asimismo, la flexibilización de los horarios de servicio a los clientes permite la valoración de la insatisfacción del cliente y el alcanzar soluciones de mayor calidad. La ponencia ha presentado una heurística de construcción secuencial de rutas, y una metaheurística basada en la búsqueda aleatoria con múltiples operadores, la aceptación por umbrales y la reconstrucción de soluciones. Las ventajas de esta estrategia híbrida consisten en la posibilidad de eludir los óptimos relativos; la adecuación del operador de reconstrucción a espacios de soluciones abruptos y discontinuos, con numerosas restricciones; la diversificación en la exploración por los múltiples comienzos, y la ampliación del entorno de búsqueda al utilizar diversos operadores de forma aleatoria.

Se ha abordado, por primera vez, el problema de las rutas heterogéneas y múltiples usos con ventanas temporales flexibles VRPHEMSTW, con la inclusión de la jornada laboral con costes variables y la congestión de tráfico al incluir los tiempos de aproximación y alejamiento a cada nodo. La aplicación a un problema concreto indica cómo la elección de la función objetivo influye en el resultado final. Se ha comprobado que un mayor peso del coste fijo de los vehículos nos dirige a una solución que intenta minimizarlos. Sin embargo, pueden existir mayores beneficios si no se permite el reinicio de rutas por parte de los vehículos si los costes de disposición son poco relevantes respecto a los de operación. Se evidencian las limitaciones de las métricas clásicas que intentan disminuir el número de rutas y luego la distancia total recorrida.

REFERENCIAS

- [1] M.M. Solomon, "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints", *Operations Research*, **35**(2), 254-265 (1988).
- [2] V. Yepes y J.R. Medina, *Optimización del problema generalizado de las rutas con restricciones temporales y de capacidad (CVRPSTW)*. J.V. Colomer y A. García eds. *IV*

- Congreso de Ingeniería del Transporte*, Valencia (2000), Vol. 2, pp. 705-710.
- [3] V. Yepes y J.R. Medina, *Criterio económico para la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW. V Congreso de Ingeniería del Transporte*, Santander (2002), 8 pp.
- [4] J.R. Medina y V. Yepes, *Optimización de rutas con algoritmos de reconstrucción y cristalización simulada oscilatoria. V Congreso de Ingeniería del Transporte*, Santander (2002), 8 pp.
- [5] Y.A. Koskosidis, W.B. Powell and M.M. Solomon, “An optimization-based heuristic for vehicle routing and scheduling with soft time window constraints”, *Transportation Science*, **26**(2), 69-85 (1992).
- [6] É.D. Taillard, P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin and J.Y. Potvin, “A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows”, *Transportation Science*, **31**(2), 170-186 (1997).
- [7] É.D. Taillard, “A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP”, *RAIRO Rech. Opér.* **33**(1), 1-14 (1999).
- [8] F.H. Liu and S.Y. Shen, “A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and time windows”, *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*. **23**(4), 526-536 (1999).
- [9] W. Dullaert, G.K. Janssens, K. Sörensen and B. Vernimmen, *New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. 9th World Conference on Transport Research*, July 22-27, Seoul (2001).
- [10] B. Fleischmann, *The vehicle routing problem with multiple use of vehicles*. Working paper, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg. (1990).
- [11] É.D. Taillard, G. Laporte and M. Gendreau, “Vehicle routing problem with multiple use of vehicles”, *Journal of the Operational Research Society*, **47**, 1065-1070 (1996).
- [12] J. Brandao and A. Mercer, “A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem”, *European Journal of Operations Research*, **100**, 180-191 (1997).
- [13] G. Dueck and T. Scheuer, “Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing”, *Journal of Computational Physics*, **90**, 161-175 (1990).
- [14] N. Mladenovic and P. Hansen, “Variable Neighbourhood Search”, *Computer and Operations Research*, **24**, 1097-1100 (1997).
- [15] G. Schrimpf, J. Schenider, H. Stamm-Wilbrandt and G. Dueck, “Record Breaking Optimization Results Using the Ruin and Recreate Principle”, *Journal of Computational Physics*, **159**, 139-171 (2000).
- [16] J.Y. Potvin and J.M. Rousseau, “An Exchange Heuristic for Routing Problems with Time Windows”, *Journal of the Operational Research Society*, **46**(12), 1433-1446 (1995).
- [17] É.D. Taillard, P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin and J.Y. Potvin, *A new neighborhood structure for the vehicle routing problem with time windows*. Technical report CRT-95-66. Université de Montréal, Canada, (1995).