

Algoritmo del solterón aplicado a la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW

Víctor Yepes Piqueras

Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, España

Josep R. Medina Folgado

Catedrático de Universidad, Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes, Universidad Politécnica de Valencia, España

RESUMEN

Se presenta una versión del algoritmo del solterón aplicada en la optimización económica de rutas de reparto con flotas de vehículos heterogéneas y horarios de servicio flexibles VRPHESTW. El algoritmo se ha basado en la búsqueda probabilista en entornos variables con múltiples operadores. Presenta la ventaja adicional frente a otras metaheurísticas en que se adapta al tiempo de cálculo disponible. Se ha obtenido con el algoritmo propuesto soluciones de calidad superior a otros procedimientos ensayados.

1. INTRODUCCIÓN

La asignación de rutas de reparto a una flota de vehículos “*Vehicle Routing Problem*” (VRP) constituye un problema de decisión habitual para las empresas dedicadas a la distribución de bienes o personas que conlleva un impacto económico, social y medioambiental importante. Sin embargo, son problemas de optimización que en numerosas situaciones reales sólo pueden resolverse mediante procedimientos aproximados debido a su elevada complejidad intrínseca (ver Ball *et al.*, 1995).

La aproximación de los modelos de rutas teóricos a las situaciones reales requiere recoger restricciones como el empleo de flotas heterogéneas (ver Gendreau *et al.*, 1999), la incorporación de horarios de reparto flexibles en los clientes (ver Taillard *et al.*, 1997), o la conveniencia de funciones objetivo de tipo económico que introduzcan restricciones legales y sociales así como la calidad del servicio (ver Medina y Yepes, 2003). Autores como Liu y Shen (1999) y Dullaert *et al.* (2002) han abordado la resolución del problema de las rutas con flotas heterogéneas y horarios de entrega. Yepes (2002) analizó el modelo anterior flexibilizando los horarios de servicio con penalizaciones económicas “*vehicle routing problem with a heterogeneous fleet of vehicles and soft time windows*” (VRPHESTW), donde además se utilizó un función objetivo de tipo económico.

La ponencia presenta la aplicación de una variante del algoritmo del solterón propuesto por Hu *et al.* (1995) al problema VRPHESTW eligiendo en cada iteración un movimiento distinto de forma probabilista. Los resultados muestran un incremento sustancial de la calidad de la mejor solución encontrada para este tipo de problemas con respecto a otros métodos ensayados.

2. EL PROBLEMA VRPHESTW.

El problema VRPHESTW se define de la siguiente forma (ver Yepes, 2002). Sea $G=(V, A)$ un grafo conexo formado por un conjunto de nodos $V=N\cup\{0\}$ y un conjunto de arcos $A=\{(i, j) \mid i \in V, j \in V, i \neq j\}$, donde $N=\{1, 2, \dots, n\}$ representa al conjunto de clientes y el nodo 0 representa al almacén desde donde parten los vehículos. Cada arco (i, j) está asociado a una distancia no nula d_{ij} . Cada cliente i demanda una cantidad fija q_i ($q_0=0$) de mercancías, y requiere un tiempo de servicio s_i ($s_0=0$) para descargarlas. Cada cliente i presenta una ventana de tiempo flexible (e^s_i, u^s_i) donde e^s_i es el horario más temprano y u^s_i es el horario límite del inicio del servicio. Además, cada cliente i presenta una ventana temporal rígida donde el servicio puede iniciarse sin penalizaciones económicas (e^h_i, u^h_i) , siendo $e^s_i \leq e^h_i \leq u^h_i \leq u^s_i$. Además, el almacén también presenta un horario límite rígido u^h_0 y flexible u^s_0 para que los vehículos terminen sus rutas. Se contempla un conjunto $\Psi=\{1, 2, \dots, K\}$ de diferentes tipos de vehículos. Cada tipo $k \in \Psi$ presenta una capacidad de carga Q_k , una velocidad media V_k , y un tiempo de carga L_k . El número de vehículos del tipo k disponibles es n_k . El uso de un vehículo del tipo k implica un coste fijo F_k , un coste unitario por distancia recorrida δ_k , y diferentes costes horarios τ_{1k} , τ_{2k} , y τ_{3k} , dependientes de la jornada laboral ordinaria, extraordinaria o que exceda a los límites legales establecidos. Además, la demanda de cada cliente es menor que la máxima capacidad de cada vehículo, todas las rutas empiezan y terminan en el almacén y no se permite el reparto fraccionado o las visitas múltiples a los clientes.

La optimización del modelo anteriormente descrito se realiza mediante una función objetivo de tipo económico donde se maximice el beneficio, es decir, la diferencia entre los ingresos particularizados para cada uno de los clientes y los costes totales de la operación. Además, se consideran restricciones adicionales que acerquen el modelo a los supuestos reales: unas jornadas laborables con distintos costes, penalizaciones económicas que reflejen la insatisfacción de los clientes y con tiempos de viaje dependientes del tiempo de acceso y alejamiento a cada nodo (congestión, tráfico, etc.). La función económica se describe en Yepes (2002).

3.- EL ALGORITMO DEL SOLTERÓN.

El algoritmo del solterón “*Old Bachelor Acceptance*” (OBA) es un método iterativo de optimización heurística propuesto por Hu *et al.* (1995). Estos procedimientos parten de una solución inicial que se modifica mediante una operación o movimiento de forma que la nueva sustituye a la anterior siguiendo un criterio de decisión preestablecido. Si se acepta exclusivamente la mejora, el algoritmo se detiene en un óptimo local, que podría eludirse si se acepta una solución que degrade estratégicamente el valor de la función objetivo. Así, la cristalización simulada “*simulated annealing*” (SA) admite una nueva solución con una probabilidad que depende de la diferencia de los valores de la función objetivo en la solución actual y la candidata, y de un parámetro de control denominado “temperatura” (Kirkpatrick *et al.*, 1983). En cambio, la aceptación por umbrales “*threshold accepting*” (TA) de Dueck y Scheuer (1990) es determinística al admitir una nueva solución si la diferencia con la anterior no supera un umbral preestablecido. Estas metaheurísticas utilizan un esquema de aceptación monótonamente decreciente, SA para la temperatura y TA para el umbral.

Además, estos procedimientos no se ajustan a requerimientos en cuanto a la limitación del tiempo de cálculo.

El criterio de aceptación empleado por OBA se basa en un umbral que cambia dinámicamente siguiendo el principio de las “expectativas decrecientes”, de forma que después de cada fracaso en la mejora, se aumenta el umbral para permitir el cambio a soluciones algo peores. Por el contrario, si se suceden las mejoras en las soluciones, el umbral va reduciéndose. Algunas características interesantes del método serían las siguientes (Hu *et al.*, 1995): (1) permite un esquema de aceptación no monótono, con umbrales que pueden ser incluso negativos; (2) el crecimiento y decrecimiento de los umbrales se ajusta por sí sólo; y (3) se adapta a un tiempo preestablecido de cálculo. En la Figura 1 se describe el algoritmo.

Algoritmo OBA (M)
 $M \Leftarrow$ Número máximo de iteraciones.

1. Elegir aleatoriamente una solución inicial s_0 ;
2. Elegir un umbral inicial T_0 ;
3. for $i=0$ to $M-1$ do
 - a. Elegir aleatoriamente una solución vecina $s' \in \mathcal{N}(s_i)$;
 - b. If $f(s') < f(s_i) + T_i$ then
 - $s_{i+1} = s'$;
 - $T_{i+1} = T_i - \text{decr}(T_i)$;
 - c. Else
 - $s_{i+1} = s_i$;
 - $T_{i+1} = T_i + \text{decr}(T_i)$;
 - d. End if.
4. Next i
5. Devolver s_i , $0 \leq i \leq M$, de forma que $f(s_i)$ sea mínimo.

Fig. 1 – Descripción genérica del algoritmo del solterón.

4. DESCRIPCIÓN DE LA METAHEURÍSTICA PROPUESTA.

El método presentado consta de dos fases. En la primera se genera una solución inicial mediante una heurística de construcción de rutas específica. Posteriormente se emplea una variante del algoritmo del solterón basándose en una versión probabilista de la búsqueda por entornos variables “*Variable Neighborhood Search*” (VNS) (ver Mladenovic y Hansen, 1997).

4.1 Fase 1: Heurística económica de construcción secuencial de rutas.

Con objeto de analizar paramétricamente OBA, se parte de una misma solución inicial obtenida según una heurística económica de construcción secuencial de rutas derivada de Solomon (1987) denominada HESECOR (Yepes, 2002). Para ello se elige un cliente “semilla” que inicia la ruta y posteriormente se van agregando otros mientras se cumplan las restricciones del problema. Además se elige el vehículo con mayor capacidad y más veloz, con tal de disminuir en lo posible su número.

4.2 Fase 2: Algoritmo del solterón con búsqueda probabilista en entornos variables.

VNS constituye una metaheurística capaz de eludir óptimos locales si se permite el cambio sistemático de los operadores (Mladenovic y Hansen, 1997). El mismo efecto se obtiene si se elige un movimiento con cierta probabilidad (ver Yepes, 2002). Para resolver el problema de las flotas heterogéneas y ventanas temporales VRPHESTW se han empleado 9 tipos de operadores distintos, cuya descripción y uso pueden consultarse en Medina y Yepes (2004).

El algoritmo del solterón utilizado es una variante de la versión OBA2 de Hu *et al.* (1995), que se gobierna sólo con tres parámetros (ver Figura 2). La estrategia empleada es la “descensos rápidos y ascensos suaves”, es decir, cuando la solución va mejorando, el umbral se reduce rápidamente, mientras que en caso contrario, el aumento del umbral es suave. La variante presentada difiere de OBA2 en que: (1)no admite umbrales negativos, (2)el objetivo es maximizar el beneficio y (3)se parte de una misma solución inicial para analizar la influencia de los parámetros en los resultados.

Algoritmo OBA2 (M, Δ, δ)

M ≡ Número máximo de iteraciones.

Δ ≡ Parámetro de actualización del umbral.

δ ≡ Parámetro límite al número consecutivo de movimientos aceptados.

$count$ ≡ Número consecutivo de movimientos aceptados

1. $T_0=0$;
2. $count=1$; $prev_age=M$ (valor inicial alto);
3. Elegir aleatoriamente una solución inicial s_0 ;
4. For $i=0$ to $M-1$ do
 - a. Elegir aleatoriamente una solución vecina $s' \in N(s_i)$;
 - b. If $f(s') < f(s_i) + T_i$ then
 - $s_{i+1}=s'$;
 - $age=0$
 - If $prev_age < \delta$ then
 - $count=count+1$;
 - Else
 - $count=1$;
 - End if
 - $T_{i+1}=T_i-count*\Delta*(1-i/M)$;
 - c. Else
 - $s_{i+1}=s_i$;
 - $age=age+1$;
 - $T_{i+1}=T_i+(\Delta/\delta)*(1-i/M)$;
 - d. End if.
 - e. $Prev_age=age$.
5. End for.
6. Devolver s_i , $0 \leq i \leq M$, de forma que $f(s_i)$ sea mínimo.

Fig. 2 – Descripción genérica del algoritmo OBA2 (Hu *et al.*, 1995).

5. EJEMPLO DE APLICACIÓN AL PROBLEMA VRPHESTW.

Se analiza un problema del tipo VRPHESTW denominado HES-A y descrito en Yepes y Medina (2002). Este caso deriva del ejemplo R103 de Solomon (1987), al cual se incorporan ventanas temporales flexibles, flotas heterogéneas y una función económica caracterizada por unos ingresos y unos costes fijos y variables. El lenguaje código utilizado ha sido Visual Basic 6.0 ejecutándose los ejemplos en un ordenador Pentium IV 2.80 GHz.

En la Figura 4 se representa el beneficio obtenido y el tiempo empleado por la metaheurística descrita cuando se aplica al problema HES-A. Se ha dibujado la variable tiempo en escala logarítmica. Se parte de una solución inicial proporcionada por la heurística HESECOR (Yepes, 2002) y posteriormente se procede a su optimización con el algoritmo del solterón propuesto. Se ha empleado la misma solución de partida para comprobar el comportamiento de los tres parámetros que gobiernan el algoritmo presentado: el número de iteraciones, y los parámetros d y D .

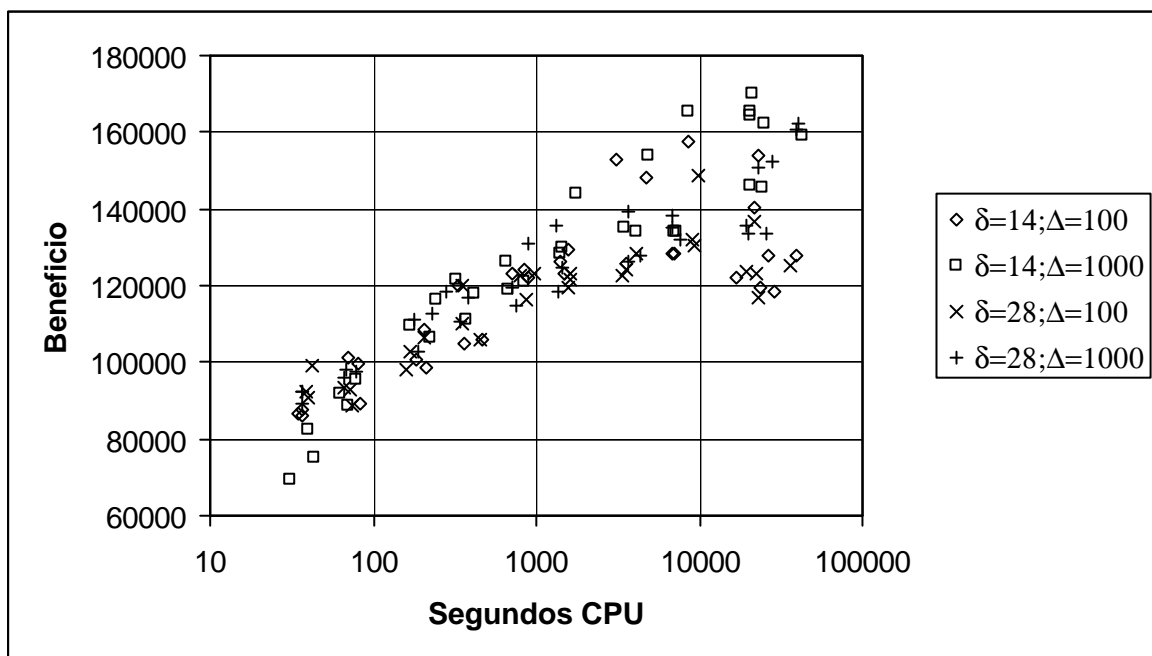


Fig. 4 – Beneficio obtenido en relación con el tiempo empleado en la resolución del problema HES-A con el algoritmo del solterón propuesto.

El número de iteraciones ha variado de $5 \cdot 10^3$ a $5 \cdot 10^6$. Además, se han tomado dos valores distintos para cada uno de los parámetros d y D . Se ha tomado el valor $d = \sqrt{2 \cdot |N|} \cong 14$, siguiendo las recomendaciones de Hu *et al.* (1995) para los problemas de rutas, donde N es el número de clientes a visitar, y su valor doble ($d=28$). Análogamente se han tomado los valores $D=100$ y $D=1000$ y se ha analizado el comportamiento en sus cuatro combinaciones. La Figura 4 muestra un crecimiento del beneficio que es, en un tramo, sensiblemente lineal con el logaritmo del tiempo empleado de cálculo (es decir, con el número de iteraciones). Sin embargo a partir de un tiempo de cálculo dilatado (unos 10.000 segundos de CPU, en este caso), los resultados se dispersan.

En la Tabla 1 se han recogido los valores óptimos en el sentido de Pareto (ver Voorneveld, 2003) que relacionan la mejor calidad de la solución obtenida para un tiempo de cálculo determinado. En dicha tabla, se han normalizado los valores de beneficio, distancia recorrida y demanda satisfecha a los máximos encontrados por la metaheurística. Se comprueba cómo para el problema analizado, la combinación dominante de parámetros es $d = 14$ y $D = 1000$. También se aprecia que, con tiempo suficiente de cálculo, se puede reducir el número de vehículos necesarios, lo cual provoca un incremento sustancial del beneficio.

Minutos CPU	Beneficio(*)	Vehículos necesarios	Distancia recorrida(*)	Demanda satisfecha(*)	Parámetro Δ	Parámetro d
0.7	0.58	14	1.19	1.00	100	28
1.2	0.60	14	1.18	1.00	100	14
2.8	0.64	14	1.15	1.00	1000	14
2.9	0.65	14	1.15	1.00	1000	28
3.9	0.66	14	1.13	1.00	1000	28
4.0	0.68	14	1.13	1.00	1000	14
4.6	0.70	14	1.13	1.00	1000	28
5.5	0.71	14	1.11	1.00	1000	14
10.9	0.74	14	1.10	1.00	1000	14
14.8	0.77	14	1.07	1.00	1000	28
22.2	0.80	14	1.06	1.00	1000	28
29.6	0.84	13	1.10	1.00	1000	14
52.2	0.90	13	1.01	0.98	100	14
80.7	0.90	13	1.06	1.00	1000	14
142.0	0.97	13	1.02	1.00	1000	14
356.0	1.00	13	1.00	1.00	1000	14

Tabla 1 – Resultados óptimos de Pareto para el problema HES-A aplicando el algoritmo del solterón propuesto. (*) Indica resultados normalizados a: beneficio=170335, distancia=1229.13 y demanda satisfecha=1458.

Los resultados medios de los tres ensayos realizados para cada combinación de parámetros se representan en la Figura 5. Se confirma también cómo los parámetros $d = 14$ y $D = 1000$ también suponen la mejor combinación para la resolución del problema.

El algoritmo del solterón propuesto, basado en la búsqueda en entornos variables, ha permitido encontrar una mejor solución con un beneficio de 170335. Dicha cifra supera en un 9.2% el mejor resultado conseguido por Yepes y Medina (2002) para el mismo problema empleando una metaheurística híbrida trifase basada en GRASP, la aceptación por umbrales y la reconstrucción de soluciones. En la Tabla 2 se han detallado los resultados alcanzados para la mejor solución para el problema HES-A.

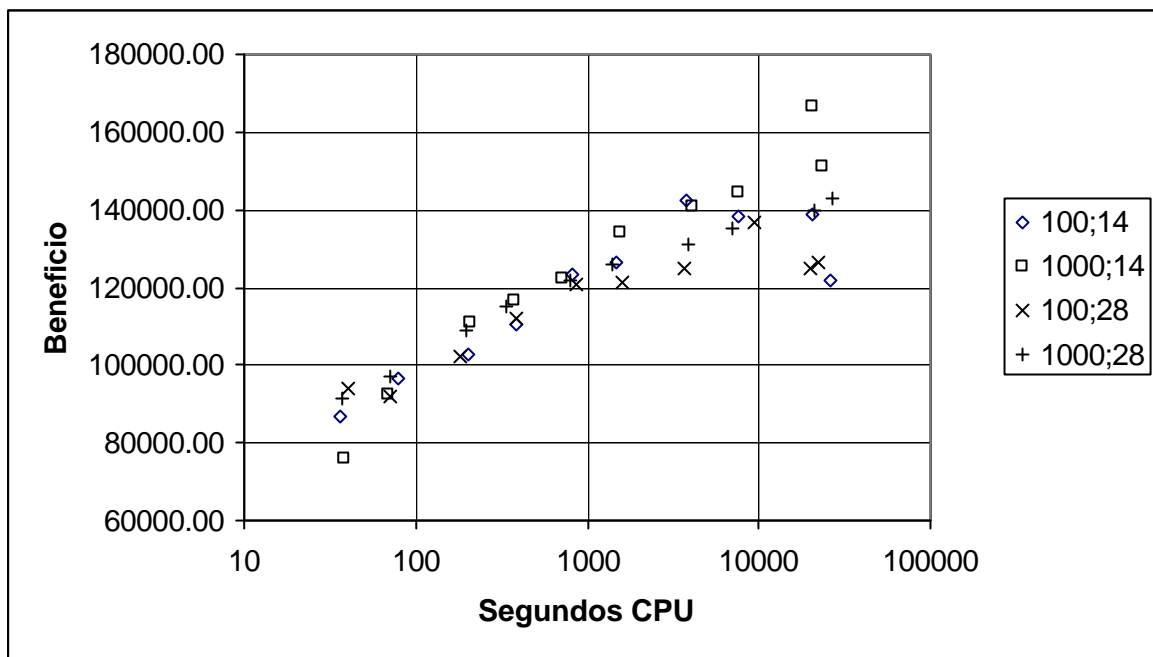


Fig. 5 – Beneficio medio de tres ensayos en relación con el tiempo medio empleado en la resolución del problema HES-A con el algoritmo del solterón propuesto.

Ingreso	Coste	Distancia	Hora llegada	Espera total	Horas ordinarias	Horas extra	Penalizaciones
703657	533322	1229,13	231,17	28,31	2333,26	170,20	1143,24

Tabla 2 – Resultados obtenidos para el problema HES-A.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una versión del algoritmo del solterón que emplea múltiples operadores dentro de un esquema de búsqueda aleatoria en entornos variables para resolver el problema VRPHESTW. Este algoritmo generaliza la aceptación por umbrales, permite la variación no monótona, se adapta al tiempo preestablecido de cálculo y sólo depende de tres parámetros. En los ensayos se ha comprobado que un aumento en el número de iteraciones proporciona un incremento en la calidad de las soluciones, si bien a partir de cierto momento la mejora deja de depender del tiempo de cálculo. Además, se comprueba que el resultado obtenido mejora sustancialmente al conseguido por otro tipo de metaheurísticas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y los fondos FEDER (Proyectos: BFM2001-2759 y MAR1998-0339).

REFERENCIAS

- BALL, M.O.; MAGNANTI, T.L.; MONNA, C.L.; NEMHAUSER, G.L. (Eds.) (1995). *Network Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 8. North-Holland, Amsterdam.
- DUECK, G.; SCHEUER, T. (1990). Threshold accepting: A general purpose optimisation algorithm appearing superior to simulated annealing. *Journal of Computation Physics* 90, pp. 161-175.
- DULLAERT, W.; JANSSENS, G.K.; SÖRENSEN, K.; VERNIMMEN, B. (2002). New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *J. Operational Res. Soc.*, 53, pp. 1232-1238.
- GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; MUSARAGNY, C.; TAILLARD, É.D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 26, pp. 1153-1173.
- HU, T.C.; KAHNG, A.B.; TSAO, C.W.A. (1995). Old bachelor acceptance: A new class of non-monotone threshold accepting methods. *ORSA Journal on Computing* 7(4), pp. 417-425.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.D.; VECCHI, M.P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science* 220, pp. 671-680.
- LIU, F.H.; SHEN, S.Y. (1999). A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and time windows. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*, 23(4), pp. 526-536.
- MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2003). Optimization of touristic distribution networks using genetic algorithms. *Statistics and Operations Research Transactions*, 27(1), pp. 95-112.
- MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2004). Optimización de rutas mediante la búsqueda en entornos variables y aceptación por umbrales estocásticos. *Actas del VI Congreso de Ingeniería del Transporte*. Zaragoza, 23-25 junio.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computer and Operations Research*, 24, pp. 1097-1100.
- SOLOMON, M.M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research* 35(2), pp. 254-265.
- TAILLARD, É.; BADEAU, P.; GENDREAU, M.; GUERTIN, F.; POTVIN, J.-Y. (1997). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows. *Transportation Science*, 31(2), pp. 170-186.
- VOORNEVELD, M. (2003). Characterization of Pareto dominance. *Operations Research Letters*, 31, pp. 7-11.
- YEPES, V. (2002). *Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. 352 pp.
- YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2002). Criterio económico para la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW, en Ibeas, A. y Díaz, J.M. (Eds.): *Actas del V Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 693-700. Santander, 11-13 junio.
- YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2003). Optimización económica de redes de transporte del tipo VRPTW. *Revista de Obras Públicas*, 3436, pp. 31-39