

Respuesta en Frecuencia: Filtros sencillos en tiempo continuo

Antonio Sala

Universitat Politècnica de Valencia

Video-presentación disponible en <http://personales.upv.es/asala/YT/V/bode.html> (diagrama de Bode) y
<http://personales.upv.es/asala/YT/V/filt.html> (filtros sencillos)

Introducción

Motivación: La respuesta ante entradas periódicas es de gran importancia en ingeniería, descompuesta en componentes senoidales (FFT, serie de Fourier)

- Corriente alterna, vibraciones mecánicas, climatización, control

Objetivo: Presentar el diagrama de Bode y funciones de transferencia de filtros sencillos.

Contenidos:

- Fórmula de respuesta en frecuencia; Definición diagrama; ejemplos filtros.

Respuesta en frecuencia

- Los sistemas **lineales** $G(s)$ cambian la amplitud y la fase pero no la frecuencia de las señales de entrada.
- Una señal $A \cos(\omega t)$, tras pasar por $G(s)$ y terminar transitorio (c.i.) se convierte en

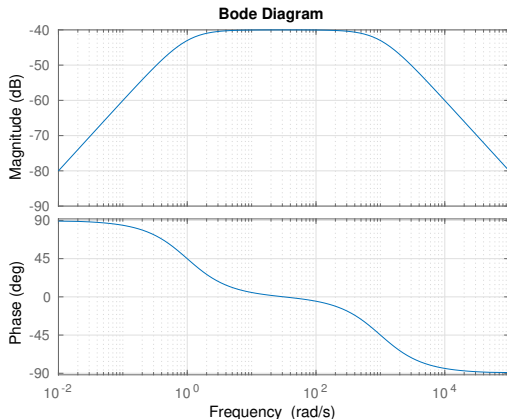
$$|G(j\omega)|A \cdot \cos(\omega t + \arg G(j\omega))$$

Diagrama de Bode

$$G(s) = \frac{10s}{(s+1)(s+1000)}$$

Consta de DOS diagramas:

- Diagrama de **Amplitud**:
 - eje x: logaritmo decimal de frecuencia $\log_{10} \omega$.
 - eje y: $20 \log_{10} |G(j\omega)|$ (decibelios)
- Diagrama de **Fase**:
 - eje x: logaritmo decimal de frecuencia $\log_{10} \omega$.
 - eje y: $\arg G(j\omega)$ (no logarítmico)



Justificación del diagrama de Bode

- Respuesta de oído logarítmica tanto en tono (sensación de “una octava” = multiplicar frecuencia por 2), como en amplitud (sensación de intensidad sonora proporcional al logaritmo de la amplitud. Similar respuesta a intensidad de luz en visión, etc.
- El trazado del diagrama de amplitud en sistemas sencillos puede aproximarse a unas rectas.
- Conexión en cascada = multiplicación en Laplace = suma de argumentos, multiplicación amplitudes (suma en escala logarítmica).

https://es.wikipedia.org/wiki/Hendrik_Wade_Bode

Filtros

Para manipular el contenido en frecuencia de las señales se utilizan FILTROS.

- Analógicos $G(s)$ o digitales $G(z)$.

Idea básica: El factor $G(s) = s + a$ tiene una resp. frec. $G(j\omega) = j\omega + a$ de módulo $M = \sqrt{(\omega^2 + a^2)}$.

- Frecuencia baja ($\omega \ll a$): $M \approx a$.
 - **Bode:** $y = 20 \log_{10} M = 20 \log_{10} a$
- Frecuencia alta ($\omega \gg a$): $M \approx \omega$.
 - **Bode:** $y = 20 \log_{10} M = 20 \log_{10} \omega = 20x$

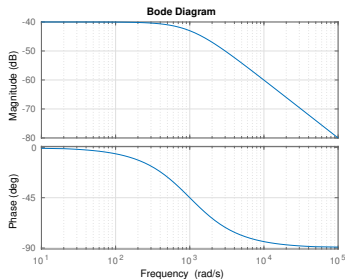
Filtros usuales: paso bajo

Por ejemplo:

$$\frac{K}{s + a}$$

- freq. baja ($< a$), amplitud K/a ; freq. alta ($> a$), amplitud K/ω .

$$G(s) = \frac{10}{s+1000}$$



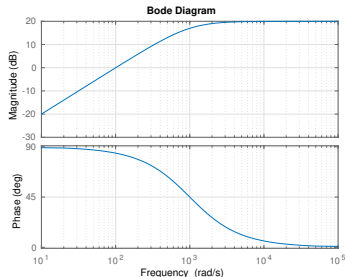
Filtros usuales: paso alto

Por ejemplo:

$$\frac{Ks}{s + a}$$

- freq. baja ($< a$), amplitud $K\omega/a$; freq. alta ($> a$), amplitud K .

$$G(s) = \frac{10s}{s+1000}$$



Filtros usuales: paso banda

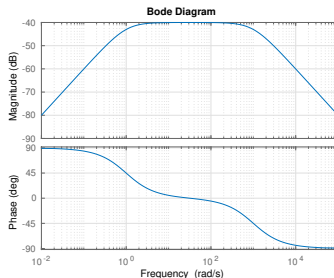
Por ejemplo:

$$\frac{Ks}{(s+a)(s+b)}$$

con $a \ll b$

- freq. baja ($< a$), amplitud $K\omega/(ab)$; freq. media ($a < \omega < b$), amplitud K/b ; freq. alta ($> b$), amplitud K/ω .

$$G(s) = \frac{10s}{(s+1)(s+1000)}$$



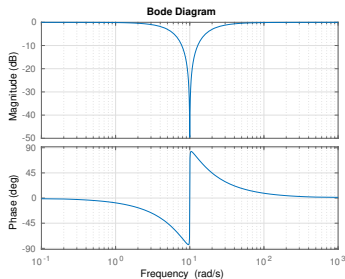
Filtros resonantes

Por ejemplo:

$$\frac{s^2 + 2\psi_N\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\psi_D\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Pico de resonancia si $\psi_D \ll \psi_N$, ranura “notch” si $\psi_D \gg \psi_N$.

$$G(s) = \frac{s^2 + 0.05s + 100}{s^2 + 15s + 100}$$



Conclusiones

- Diagrama de Bode: escalas logarítmicas.
- Utilizado en electrónica, comunicaciones, ing. mecánica, control...
- Filtros: paso bajo, alto, banda, corte, ranura,...
- El diseño de filtros analógicos y digitales es una disciplina muy desarrollada; sólo se han presentado los ejemplos más triviales.