Control de procesos discretos mediante “continuización”

Antonio Sala

Control de Sistemas Complejos

DISA – Universitat Politècnica de València

Presentación en vídeo en: http://personales.upv.es/asala/YT/V/**d2c**.html

Introducción

Motivación:

Existen muchas metodologías “analógicas” de diseño de reguladores $K_c(s)$ para un proceso contínuo $G_c(s)$. Si se dispone de un modelo $G_d(z)$, ¿podrían usarse de algún modo?

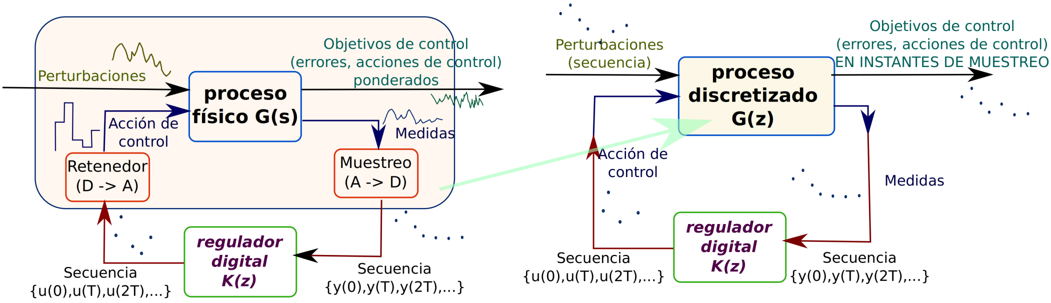
Objetivos:

Comprender el uso de la transformación bilineal/Tustin **inversa** para diseñar reguladores discretos usando técnicas contínuas con **garantía de estabilidad**.

Contenido:

Planteamiento del problema. Solución con $G_c(s)$ =`d2c(Gd,'tustin')`.

Diseño directo discreto de reguladores



- ¿Se puede **adaptar las técnicas de tiempo contínuo sin arriesgarse a ser inestable por culpa de las aproximaciones en la discretización de reguladores**?

Transformación bilineal

La transformación bilineal directa/inversa:

$$s := \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \qquad\qquad z := \frac{1+\frac{T}{2}s}{1-\frac{T}{2}s}$$

1. Preserva la estabilidad:
   - Al discretizar, dado $G_c(s)$, $G_d(z) := G_c(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1})$ estable discreto sii $G_c(s)$ es estable,
   - Al "continuizar" (invertir transformación): Dado $G_d(z)$, $G_c(s) := G_d(\frac{1+\frac{T}{2}s}{1-\frac{T}{2}s})$ estable en continuo sii $G_d(z)$ es estable.
2. Preserva (con distorsión) la resp. en frecuencia $G_d(e^{j\omega_{discr}T}) = G_c(j\omega_{cont})$:

$$\omega_{discr} = \frac{2}{T}\arctan\left(\frac{T}{2}\omega_{cont}\right), \qquad \omega_{cont} = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{T}{2}\omega_{discr}\right)$$

Diseño discreto por transformación bilineal

Supongamos que se dispone de un modelo $G_d(z)$ de un proceso a controlar a período T arbitrario.

1. Transformar $G_d(z)$ a continuo $G_c(s)$ con Tustin
   $z = (1 + Ts/2)/(1 - Ts/2)$ `Gc = d2c(Gd, 'tustin');`
2. Diseñar un regulador $K_c(s)$ que estabilice $G_c(s)$.
3. **Discretizar** $K_c(s)$ con Tustin, `Kd = c2d(Kc, T, 'tustin');`

Estabilidad bucle cerrado garantizada ¡para cualquier T!.

¡toda metodología contínua sirve para discreto con esta idea!

Nota: cuidado con la deformación en frecuencia...

- p. ej., con $T = 0.25$ un filtro discreto que haga algo a 6 rad/s debe ser diseñado en continuo a $2/T * \tan(T/2 * 6) = 7.453$ rad/s... y 12 rad/s en discreto serían 113 en continuo... (frec. Nyquist $\pi/T = 12.57$ rad/s $\rightarrow \omega_c = \infty$).

Diseño discreto por transformación bilineal

Supongamos que se dispone de un modelo $G_d(z)$ de un proceso a controlar a período T arbitrario.

1. Transformar $G_d(z)$ a continuo $G_c(s)$ con Tustin
   $z = (1 + Ts/2)/(1 - Ts/2)$ `Gc = d2c(Gd, 'tustin');`
2. Diseñar un regulador $K_c(s)$ que estabilice $G_c(s)$.
3. **Discretizar** $K_c(s)$ con Tustin, `Kd = c2d(Kc, T, 'tustin');`

Estabilidad bucle cerrado garantizada ¡para cualquier T!.

¡toda metodología contínua sirve para discreto con esta idea!

Nota: cuidado con la deformación en frecuencia...

- p. ej., con $T = 0.25$ un filtro discreto que haga algo a 6 rad/s debe ser diseñado en continuo a $2/T * \tan(T/2 * 6) = 7.453$ rad/s... y 12 rad/s en discreto serían 113 en continuo... (frec. Nyquist $\pi/T = 12.57$ rad/s $\rightarrow \omega_c = \infty$).

Conclusiones

- Invirtiendo la transformación bilineal (Tustin) se puede "**continuizar**" un proceso discreto.

- Cualquier regulador $K_c(s)$ que estabilice el proceso $G_c(s)$, transformado por Tustin a discreto estabilizará el discreto, sea cual sea la técnica de diseño, **sea cual sea el período de muestreo** T.

- Debido a la deformación de la transformación, hay que **verificar** las especificaciones discretas conseguidas, en tiempo y frecuencia, dado que lo único garantizado es "estabilidad" en bucle cerrado.
  - El efecto de la distorsión es mayor cuanto más grande es T.