Control por computador mediante discretización de reguladores contínuos: período "grande"

Antonio Sala

Control de Sistemas Complejos

DISA – Universitat Politècnica de València

Video-presentación disponible en:

http://personales.upv.es/asala/YT/V/**dretg**.html

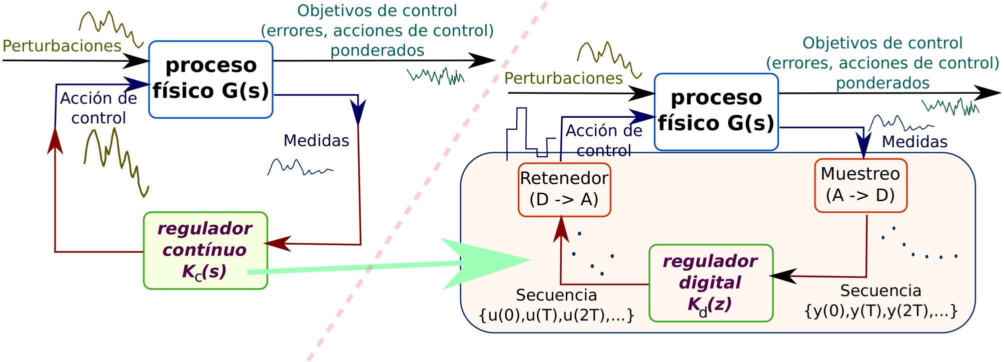
Introducción

Motivación:
La discretización de $K(s)$ a muestreo$\rightarrow$ $K(z)$ $\rightarrow$retenedor funciona bien a períodos pequeños, pero en ocasiones se está obligado a (o se desea) usar T grande.

Objetivos:
Comprender las modificaciones de diseño para poder utilizar períodos grandes (con bilineal/Tustin).

Contenido: Planteamiento del problema. Solución exacta $\hat{G}(s) =$`d2c(c2d(G,T,'zoh'),'tustin')`. Aproximaciones intermedias.

Discretización de reguladores contínuos



1. Diseño inicial en tiempo contínuo.
2. **Aproximación** de $K(s)$ por $\mathcal{K}:=\rightarrow$[Muestreo]$\rightarrow K(z) \rightarrow$[reten.]$\rightarrow$

Diseño para T grande: planteamiento

- Si el período no puede ser todo lo pequeño que se requeriría para que la discretización introdujera un error de aproximación "despreciable", la metodología (diseñar $K_c(s)$ para $G(s)$ y discretizar) **no funciona**.

- Se puede tratar de "parchearla": diseñar $K(s)$ para un **proceso "modificado"** $\hat{G}(s)$ de modo que $\hat{G}(s)$ incorpore los **efectos de "retraso" debidos a muestreo y retenedor**.

- Para períodos grandes, descartar Euler-FW por problemas de estabilidad y de deformación de respuesta en frecuencia. Escoger p.ej. **Tustin**, y utilizar:
  - Solución "exacta" con estabilidad garantizada, o...
  - Soluciones "aproximadas" intermedias (mejores que $\hat{G}(s) = G(s)$).

Diseño para T grande: solución "exacta"

Metodología* en cuatro pasos

1. Discretizar $G(s)$ de forma exacta (zoh): `Gdisc=c2d(G,T,'zoh');`
   - Si se tiene $G(z)$ directamente por identificación, este paso no es necesario.
2. Transformar de nuevo a continuo, $\hat{G}(s)$, con Tustin $z = (1 + Ts/2)/(1 - Ts/2)$, `Ghat=d2c(Gdisc,'tustin');`
3. Diseñar un regulador $K(s)$ para $\hat{G}(s)$.
4. Discretizar $K(s)$ con Tustin, `Kd=c2d(K,T,'tustin');`

Estabilidad bucle cerrado garantizada ¡para cualquier T!.
Prestaciones en frecuencia también, "desviadas" ($[0, \infty]$ mapea a $[0, \pi/T]$, aliasing, etc.)

*De hecho, esto se puede entender como una metodología de diseño para reguladores digitales.

T grande: aproximación del efecto retenedor.

Si $K(s)$ enviara un impulso unitario $\delta(t)$, lo mejor que se podría hacer en discreto + ZOH para aproximarlo es un pulso $h(t)$ de amplitud 1/T y duración T.

Transf. Laplace de $h(t)$ es $H(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{Ts}$, por lo tanto, se recomendaría diseñar controlador "continuo" para un sistema de FdT $G(s)H(s)$.

- Aproximación por cero de *fase no mínima*:

$$H(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{Ts} \approx \frac{1-(1-Ts+\frac{T^2}{2}s^2)}{Ts} = \left(1-\frac{T}{2}s\right)$$

Por ejemplo, con $G = 2/(s+1)$, para $T = 0.1$, el enfoque exacto c2d+d2c resulta $G_{zoh}(z) = \frac{0.1903}{z-0.9048}$, $\hat{G} = \frac{-0.099917(s-20)}{s+0.9992} = \frac{2(1-0.05s)}{1.00083s+1}$.

La aproximación rápida por un cero de fase no mínima resultaría $\hat{G}_{cero} = G*(1-T\cdot s/2) = \frac{2(1-0.05s)}{(s+1)}$.

Si el período fuera $T = 0.8$, entonces con c2d+d2c resulta $\hat{G} = \frac{2(1-0.4s)}{1.05s+1}$.

Ejemplo

El proceso $G = 2/(s+1)$, con control proporcional de ganancia $K = 4$ es estable.

- **Límite exacto de estabilidad (discreto):** La discretización exacta de G, `Gzoh=c2d(G,T,'zoh')`, con ese control proporcional, estable para $T < 0.2513$.
- **Límite exacto de estabilidad (contínuo):** El proceso continuo `Ghat=d2c(Gzoh,'tustin')`, con $K = 4$, también estable hasta $T < 0.2513$.
- **Límite aproximado con cero de fase no mínima (contínuo):** El bucle cerrado contínuo con $K = 4$ y $\hat{G}_{cero} = G(s) * (1 - Ts/2)$ es estable con $T < 0.2499$.

Conclusiones

- La discretización a período “pequeño” con Tustin es bastante satisfactoria, pero en ocasiones el período no puede ser todo lo pequeño que se desearía.

- Si se conoce T de antemano, puede tenerse en cuenta el efecto de muestreo y retenedor diseñando $K(s)$ para un proceso “modificado” $\hat{G}(s)$:
  - Metodología exacta $\hat{G}$ =`d2c(c2d(G,T,'zoh'),'tustin')`. Estabilidad y resp. frecuencia garantizadas para cualquier T, si $K(s)$ estabiliza $\hat{G}(s)$ y luego $K(s)$ se discretiza con tustin.
  - Usar simplificación $\hat{G}(s) = G(s) * (1 - T \cdot s/2)$, que da casi el mismo resultado si T no es demasiado grande.