Análisis de Robustez de un bucle de control de dos entradas y dos salidas ante incertidumbre aditiva no estructurada

Presentación en vídeo: http://personales.upv.es/asala/YT/V/IncAd2.html

Este código funcionó correctamente con Matlab **R2020a**

Objetivo: comprender cómo usar las fórmulas de análisis de robustez ante incertidumbre aditiva en un caso multivariable.

Tabla de Contenidos

1. Modelado y estimación de error de modelado

Consideremos el proceso:

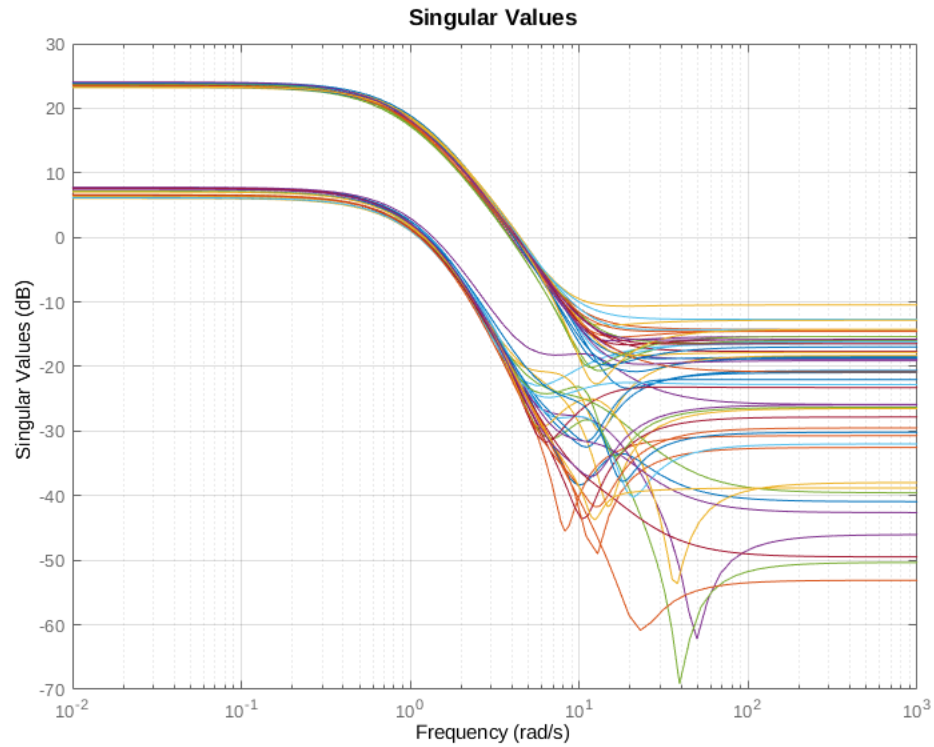
```
s=tf('s');
G=[6.7/(s+1)^2  4/(0.8*s+1)^2;
   -13/(s+1)^2 -2.7/(0.5*s+1)^2];
```

Y consideremos la posibilidad de que el proceso real esté en determinado intervalo de incertidumbre alrededor de él:

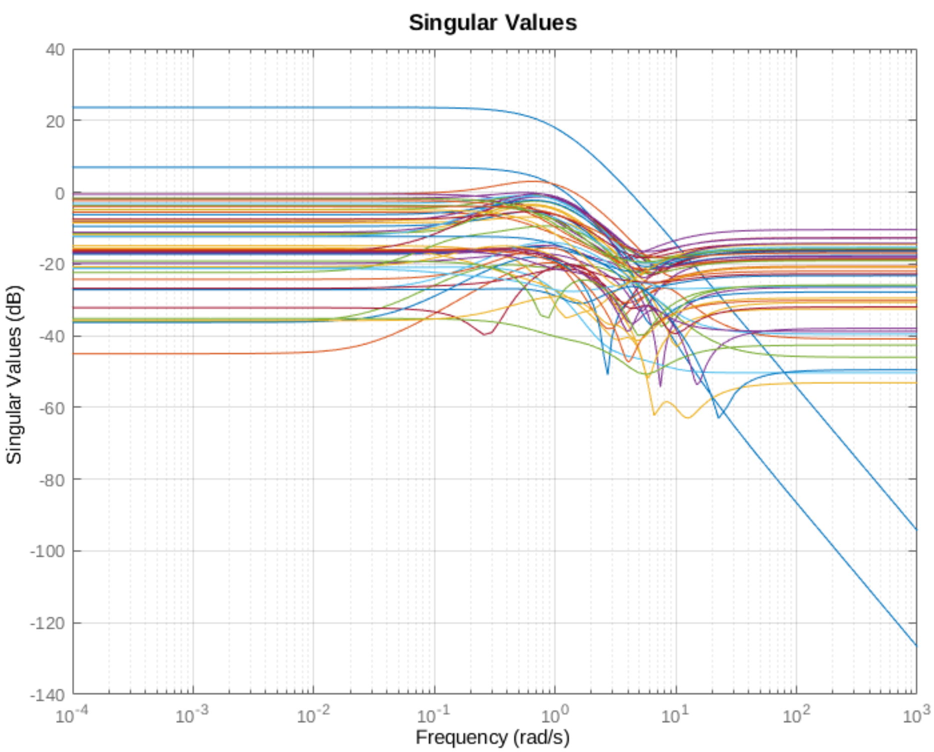
```
randinter=@(low,up) low+rand()*(up-low);
Ntests=25;
for i=1:Ntests
   tau1=randinter(0.9,1.1);
Greal{i}=[randinter(6.5,6.9)/(tau1*s+1)^2  randinter(3.8,4.2)/(randinter(0.75,0.85)*s+1
         -randinter(12,14)/(tau1*s+1)^2 -randinter(2.5,2.9)/(randinter(0.45,0.55)*s+1)
         +randn(2)*.09*s/(s+10);
      errormod{i}=G-Greal{i};
      normerr{i}=norm(errormod{i},inf); %estimamos el tamaño del error
end
cotaerrmod=max([normerr{:}])
```

```
cotaerrmod = 1.4185
```

```
sigma(Greal{:}), grid on
```




```
sigma(G,errormod{:}), grid on
```



2. Diseño Nominal (PID multibucle)

Comprobamos condicionamiento y diseñamos PIDs por multibucle (RGA), como es 2x2 no hace falta Niederlinski

```
gan=dcgain(G)
```

```
gan = 2×2
    6.7000    4.0000
  -13.0000   -2.7000
```

```
svd(gan)
```

```
ans = 2×1
   15.2390
    2.2252
```

```
cond(gan)
```

```
ans = 6.8484
```

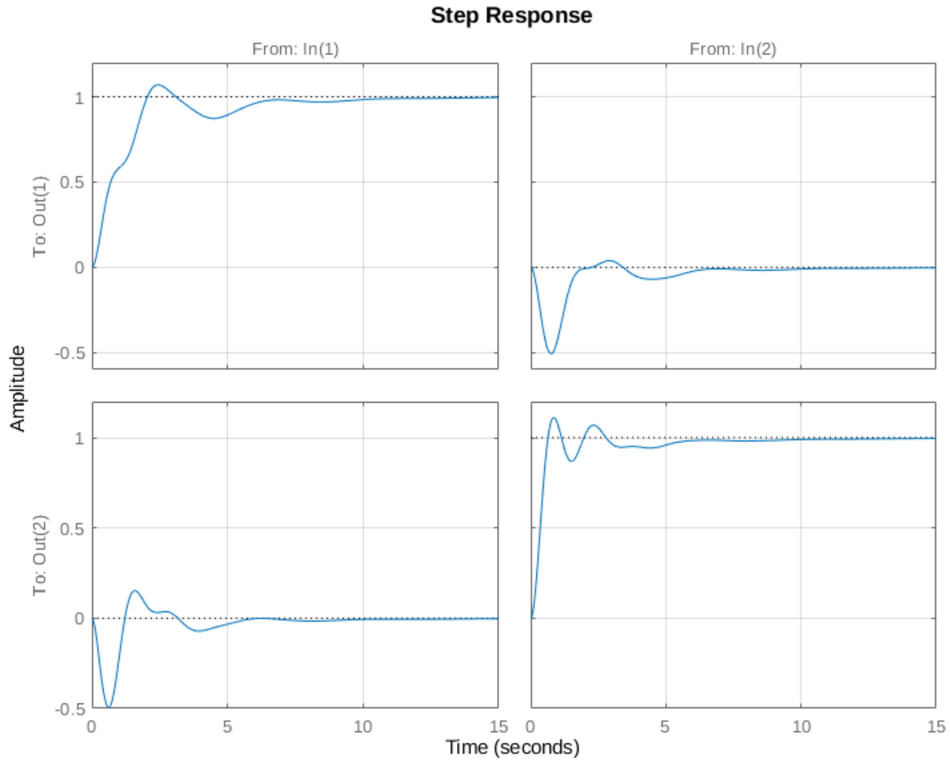
```
%sigma(G), grid on
rga=gan.*inv(gan')
```

```
rga = 2×2
   -0.5335    1.5335
    1.5335   -0.5335
```

```
K=[0 -(.9+.2/s); .9+.3/s 0];
bucley=feedback(minreal(ss(G*K)),eye(2));
```

```
1 state removed.
```

```
step(bucley,15), grid on
```



3. Análisis de robustez por pequeña ganancia (inc. aditiva no estructurada)

```
bucleu=feedback(K,G); %ref->u %INCERT ADITIVA
nunu=norm(bucleu,inf)
```

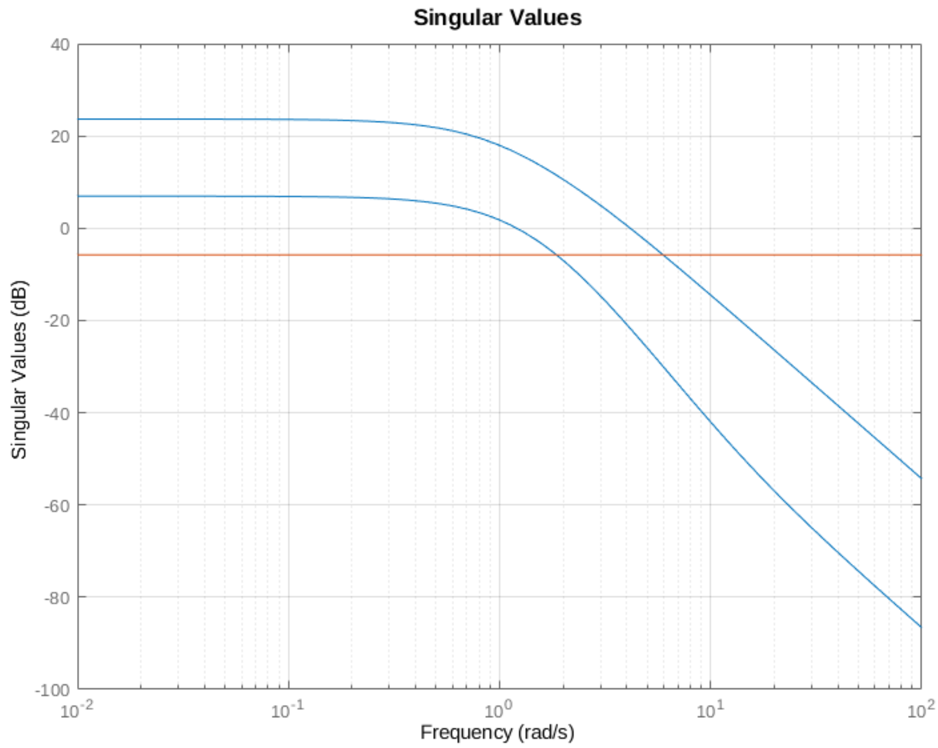
```
nunu = 1.9450
```

Cota "pequeña ganancia":

```
tamanyomaximodeltaaditiva=1/nunu %estimado "pesimista", ante cualquier no-linealidad (c
```

```
tamanyomaximodeltaaditiva = 0.5141
```

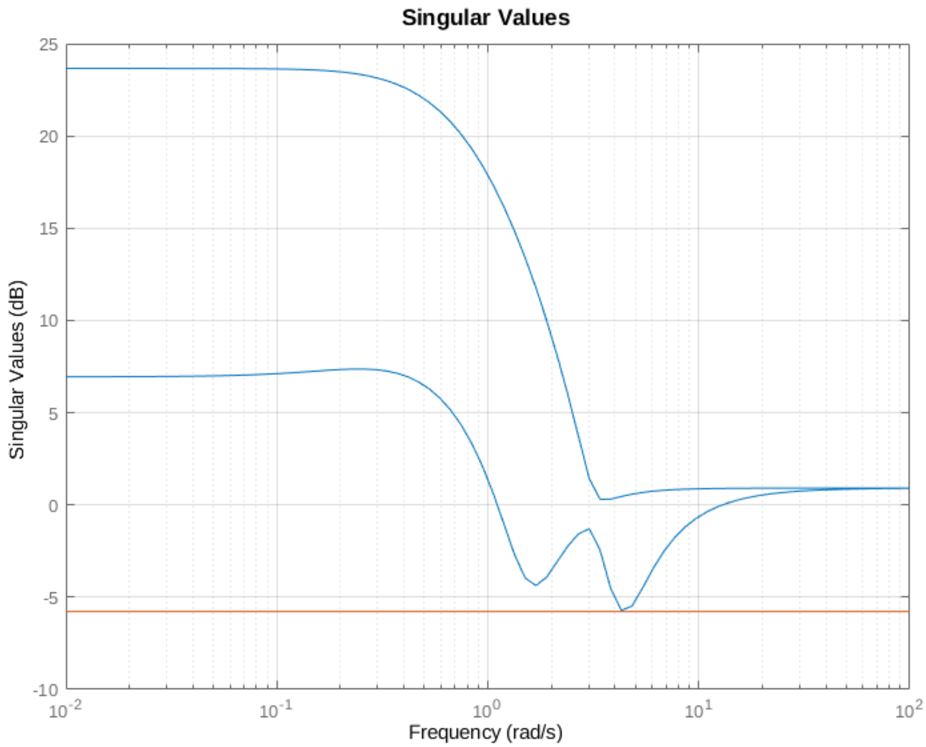
```
sigma(G,tf(tamanyomaximodeltaaditiva)),grid on %el proceso puede ser cualquier cosa por
```



Cota "pequeña ganancia" ante incertidumbre LTI (vale frecuencia a frecuencia):

Dibujemos las cotas de error de modelado aditivo (LTI y no-lineal o variante en el tiempo):

```
w=logspace(-2,2,80);
sigma(inv(bucleu),tf(tamanyomaximodeltaaditiva),w),grid on
```



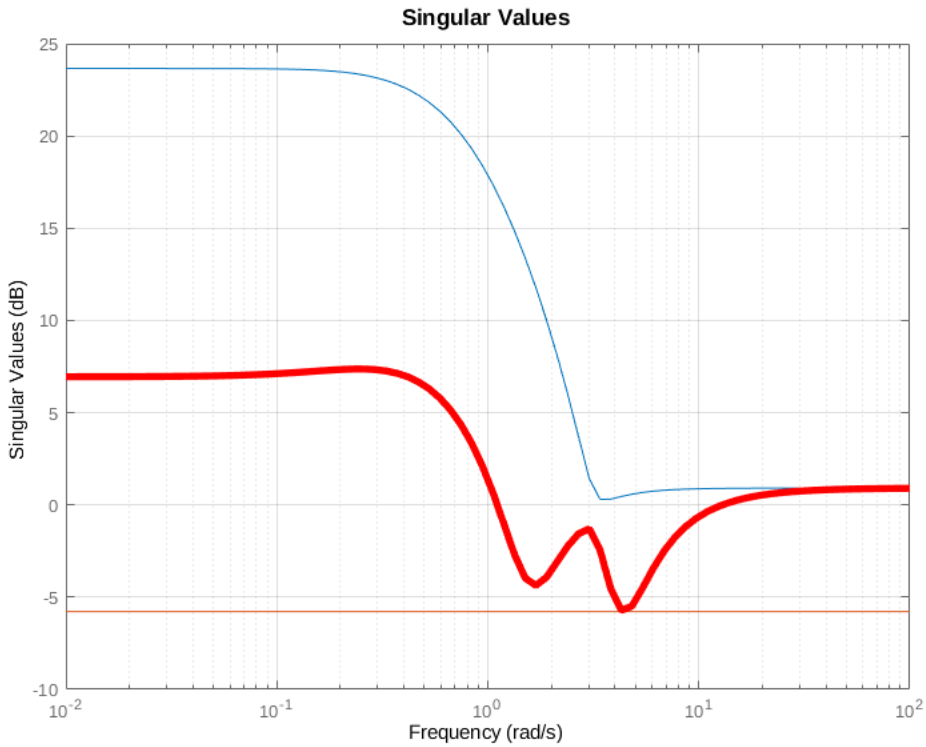

```
sigma(inv(bucleu),tf(tamanyomaximodeltaaditiva),w),grid on
```

La cota del teorema de pequeña ganancia se refiere a la inversa de la ganancia máxima (= ganancia mínima de la inversa). Resaltemos sólo ese valor singular:

```
[sv]=sigma(inv(bucleu),w);
size(sv)
```

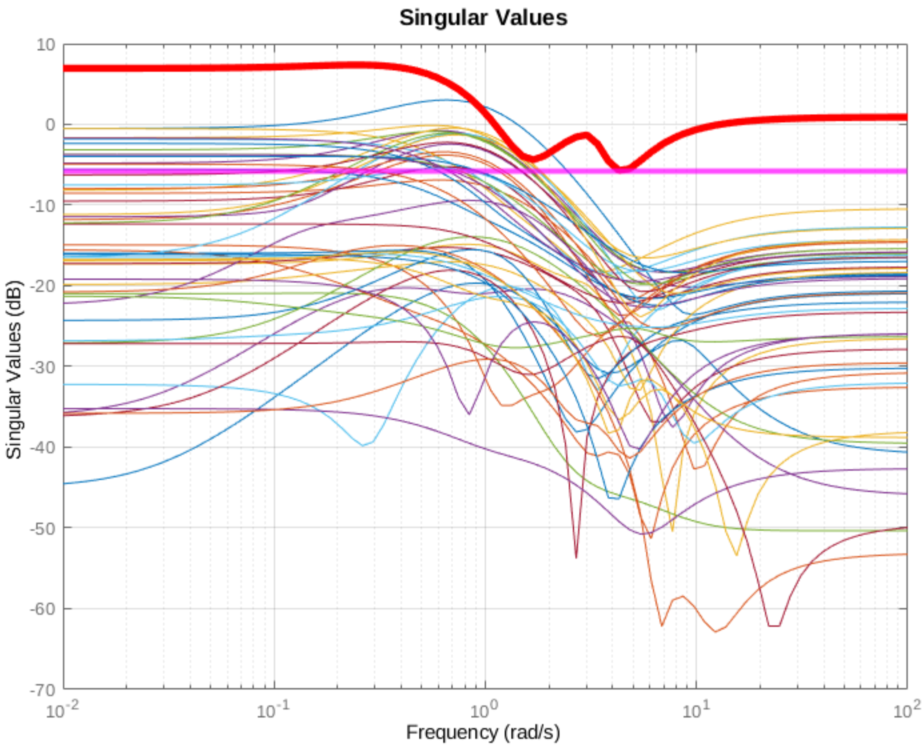
```
ans = 1×2
     2    80
```

```
minsv=sv(2,:)';
hold on
plot(w,20*log10(minsv),'r','LineWidth',4)
hold off
```



Verifiquemos si el error de modelado de la familia de procesos lo cumple o no:

```
sigma(errormod{:},w),grid on
hold on
plot(w,20*log10(minsv),'r','LineWidth',4)
yline(20*log10(tamanyomaximodeltaaditiva),'m','LineWidth',3)
hold off
```



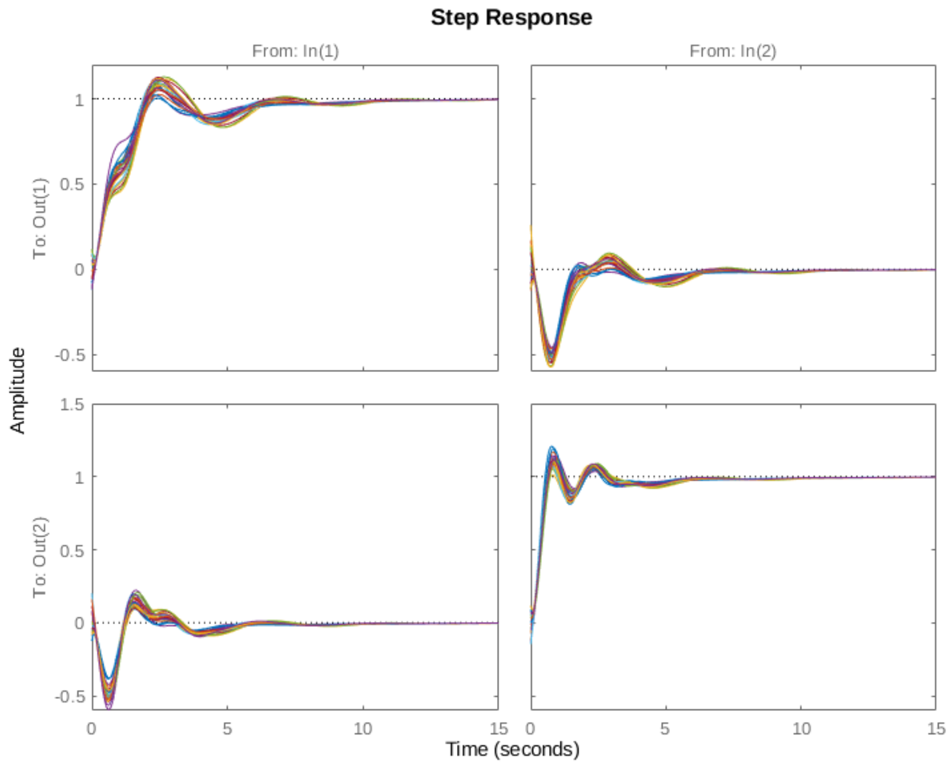
4. Respuesta temporal

```
[U,S,V]=svd(gan);
for i=1:Ntests
   bcreal_y{i}=feedback(minreal(ss(Greal{i})*ss(K)),eye(2));
end
```

```
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
1 state removed.
```

```
1 state removed.
1 state removed.
```

```
step(bcreal_y{:},15)
```



Conclusiones

Hemos comprobado cómo estimar el error de modelado ante una familia de sistemas de 2 entradas y 2 salidas y cómo reducir la ganancia de los PIDs ha conseguido mejor robustez (pero transitorio más lento) usando las fórmulas de incertidumbre aditiva. De todos modos, las fórmulas son **conservativas** ante incertidumbre **estructurada** (como la incertidumbre "paramétrica" que hemos insertado), y superar los umbrales no implica que "seguro" haya inestabilidad: el teorema de pequaña ganancia sólo asegura que si NO se superan los umbrales entonces el bucle cerrado será ESTABLE.