

Planta caso 3x3, análisis propiedades

(c) 2021, Antonio Sala, Universitat Politècnica de Valencia. Todos los derechos reservados.

Presentación en vídeo: <http://personales.upv.es/asala/YT/V/props3x3.html>

Este código funcionó con Matlab R2020b

Objetivo: analizar propiedades de una planta 3x3, estimar límites de prestaciones alcanzables, estimar posibilidad de reducir orden de representación interna para tener controladores menos complejos posteriormente.

Tabla de Contenidos

Planta a controlar.....	1
Polos.....	1
Análisis de controlabilidad/observabilidad del estado.....	2
Análisis de controlabilidad entrada/salida.....	3
Ceros.....	7

Planta a controlar

Modelo:

```
s=tf('s');  
G=[ 4/(s+1)^2      3/(s+2)      3.1/(s+2);  
    4/(s+1.8)      4.5/(s+1.5)  4.0/(s+1.5);  
    0.6/(s+1.8)    0.75/(s+1.5)  1.2/(s+1.5)];
```

Asumiremos que G ya está escalada entradas y salidas a +/- 1, con lo que no necesitamos contemplar unidades "físicas" originales. La matriz G ha sido obtenida por identificación experimental, y no suponemos ningún significado físico a los estados asociados a los polos.

Hay 10 polos en los denominadores de la MdT, pero algunos repetidos: hagamos realización mínima y trabajemos en espacio de estados (sin significado físico de los mismos, claro).

```
Gss=minreal(ss(G));n=size(Gss.A,1)
```

```
4 states removed.  
n = 6
```

Polos

```
eig(Gss)
```

```
ans = 6x1 complex  
-1.8000 + 0.0000i  
-1.0000 + 0.0000i  
-1.0000 - 0.0000i  
-1.5000 + 0.0000i  
-2.0000 + 0.0000i  
-1.5000 + 0.0000i
```

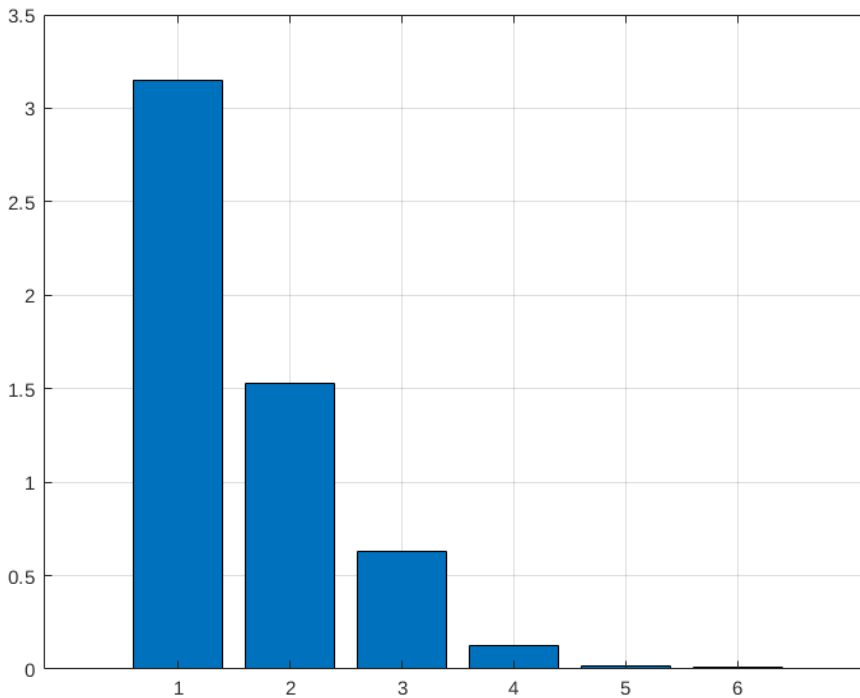
Coinciden con los de la MdT, pero sin repeticiones innecesarias.

Análisis de controlabilidad/observabilidad del estado

Como el estado de Gss no tiene significado físico, tampoco lo tiene analizar controlabilidad u observabilidad por separado. El "estado" es un "artefacto" para explicar las entradas y salidas experimentales.

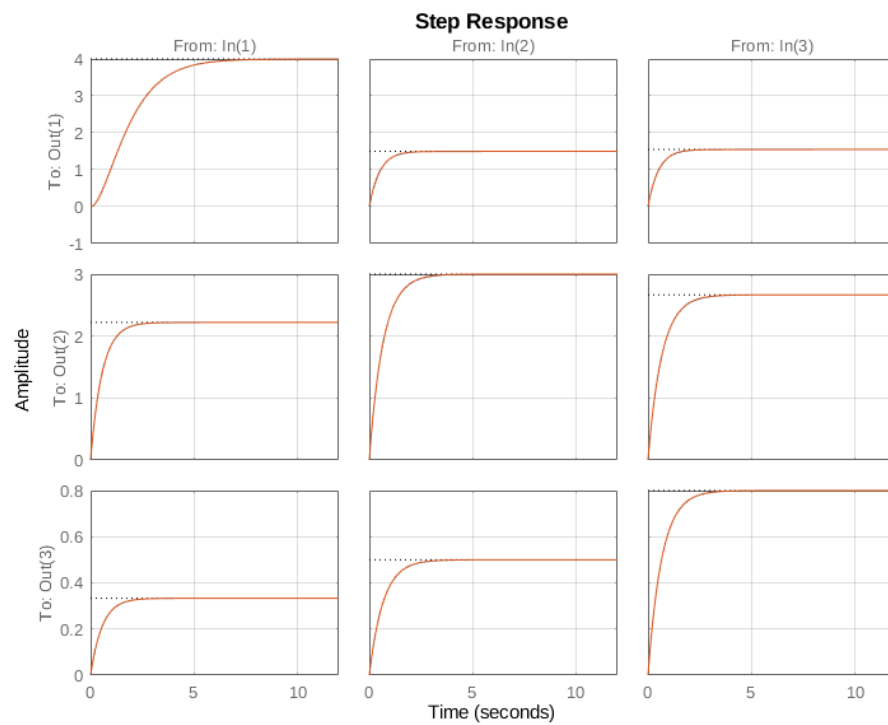
En realización equilibrada controlabilidad = observabilidad, al menos eso sí tiene cierto sentido.

```
[Gbal,hank]=balreal(Gss);  
bar(hank), grid on
```

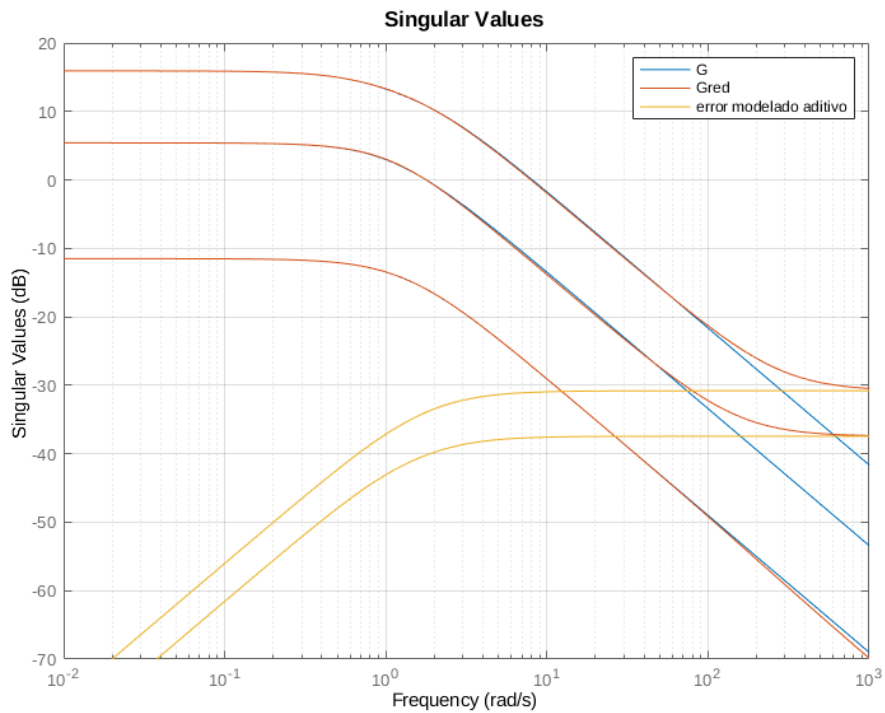


¿Podría ser suficiente con manejar una planta de orden 4 para diseño de controladores?

```
Gred=balred(Gss,4);  
step(G,Gred), grid on
```



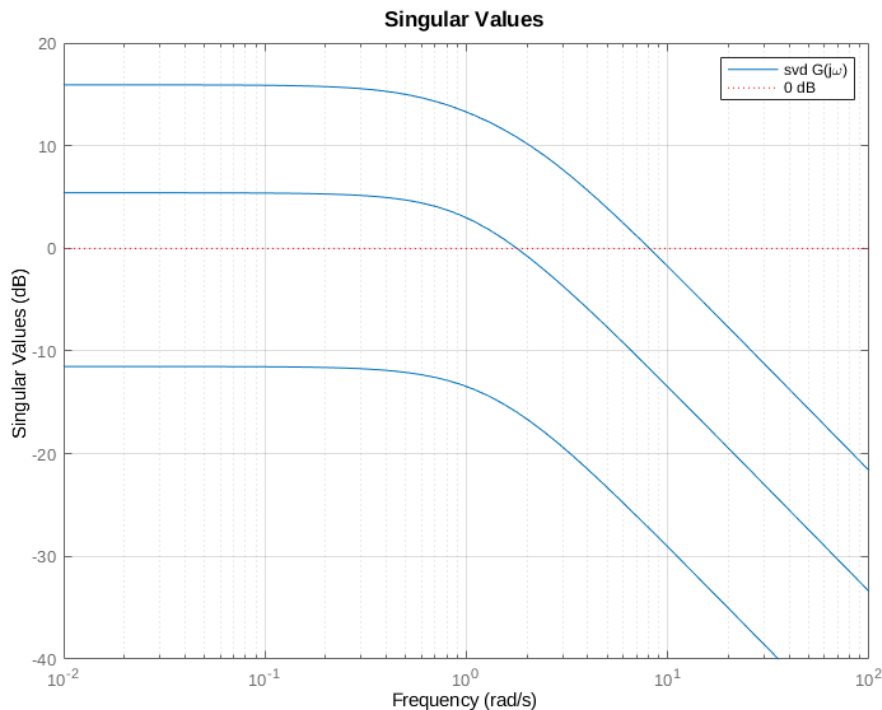
```
sigma(G,Gred,G-Gred), grid on, ylim([-70 20]), legend("G", "Gred", "error modelado aditivo")
```



Análisis de controlabilidad entrada/salida

Objetivo: conseguir $\|y\|_2 \geq 1$ en todas direcciones con acciones de control que verifiquen $\|u\|_2 \leq 1$

```
sigma(Gss,tf(1),'r:'),grid on, legend("svd G(j\omega)","0 dB")
axis([1e-2 1e2 -40 20])
```



```
semiperiodo_masrapido_maniobras=[pi/8.1 pi/1.8] %y otra que NO se puede controlar mucho
```

```
semiperiodo_masrapido_maniobras = 1x2
    0.3879    1.7453
```

```
diferencia_rapidez_maniobras=8.1/1.8
```

```
diferencia_rapidez_maniobras = 4.5000
```

Atención: tiempo de establecimiento ($\approx$ semiperíodo) es un estimado muy "aproximado" (• quizás en vez de tiempo de establecimiento sea tiempo de subida, • senoidal vs. escalón • sin tener en cuenta retrasos por observador con mala relación señal/ruido, • retardos en el proceso --fase no se ve en "sigma"-- • ceros de fase no mínima --ver abajo--): un controlador causal puede acabar dando unas prestaciones mucho menores.

Estudiemos en detalle la ganancia estática:

```
[U,S,V]=svd(dcgain(G))
```

```
U = 3x3
   -0.6940    0.7179    0.0537
   -0.7059   -0.6640   -0.2466
```

```

-0.1414    -0.2091    0.9676
S = 3x3
    6.2572         0         0
         0    1.8655         0
         0         0    0.2661
V = 3x3
-0.7019    0.7111   -0.0400
-0.5161   -0.5465   -0.6595
-0.4908   -0.4423    0.7506

```

Con este cambio de variable, la planta "parece" desacoplada al menos en ganancia (esto dará lugar al desacoplamiento SVD como metodología de diseño, válido incluso para plantas no cuadradas):

$$G(0) = USV^T$$

```

G_desacsvd=U'*Gss*V;
dcgain(G_desacsvd) %es "S"

```

```

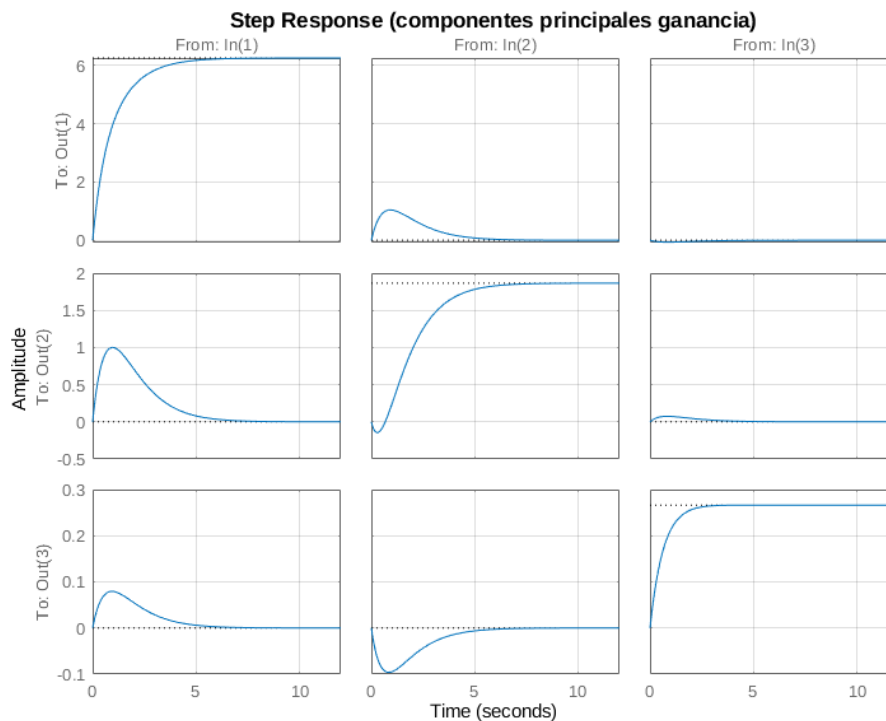
ans = 3x3
    6.2572    -0.0000    0.0000
    0.0000    1.8655   -0.0000
   -0.0000   -0.0000    0.2661

```

```

step(G_desacsvd), grid on
title("Step Response (componentes principales ganancia)")

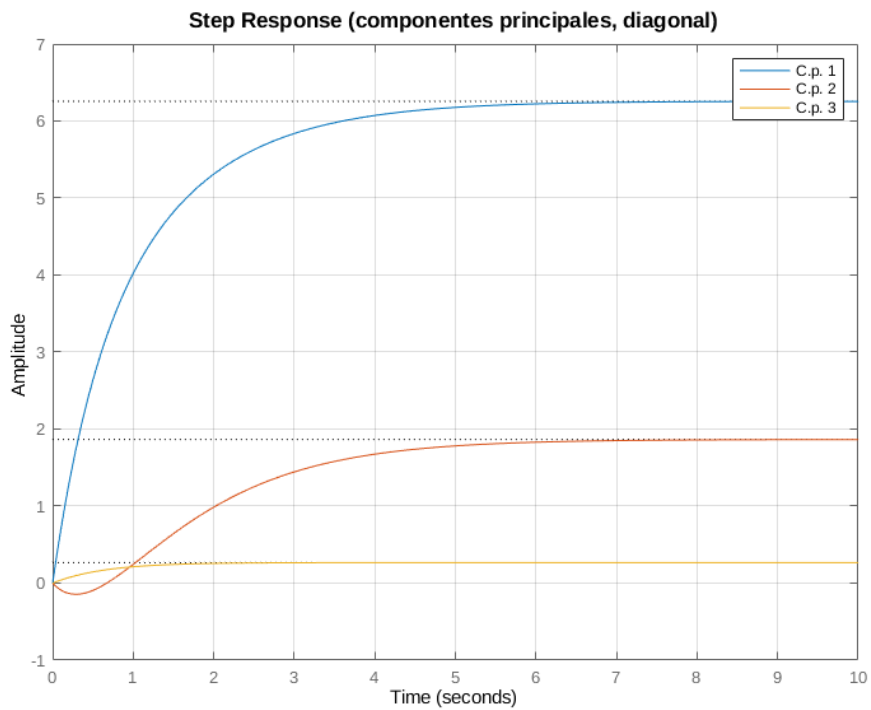
```



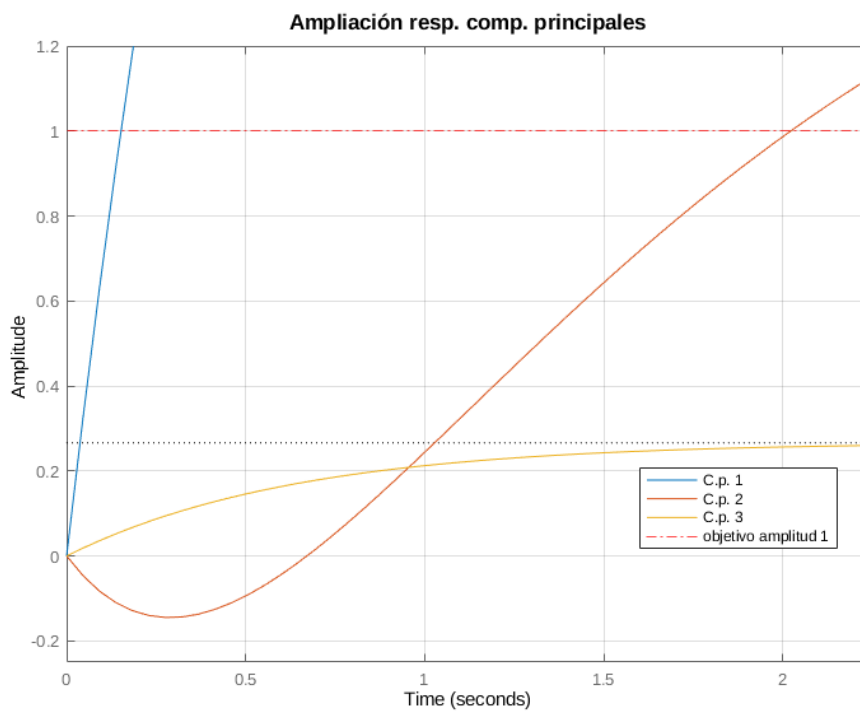
```

step(G_desacsvd(1,1),G_desacsvd(2,2),G_desacsvd(3,3)), grid on, legend("C.p. 1", "C.p. 2")
title("Step Response (componentes principales, diagonal)")

```



```
step(G_desacsvd(1,1),G_desacsvd(2,2),G_desacsvd(3,3)), grid on, yline(1,'-.r')
legend("C.p. 1","C.p. 2","C.p. 3","objetivo amplitud 1","location","best")
title("Ampliación resp. comp. principales"), axis([0 2.25 -.25 1.2])
```



*Provee de otro estimado de rapidez (lo más rápido saturando a norma 1 actuadores), optimista porque "hay que frenar". Podría dar un tiempo de subida orientativo de estas maniobras.

Conclusiones del análisis sigma/svd

No se pueden controlar **tres** "cosas", pero **dos** sí. Aparte de revisar especificaciones (rangos de y) o potencias de actuadores (rangos de u) en el proyecto de control (cambiar escalados), podremos considerar varias opciones:

- Controlar sólo dos salidas (**ventaja**: mantenemos significado "simple" en vez de combinaciones de entradas y salidas; quizás podamos hacer un control sencillo tipo PID descentralizado, cascada, desacoplamiento; **desventaja**: nos olvidamos del resto de cosas que podrían desviarse, y somos subóptimos porque no utilizamos el subespacio de "mayor ganancia" de G); QUITAR UNA FILA de G.
- Basarse en el SVD para diseñar el control, esto es, controlar G_{desacsvd} (desacoplamiento SVD, ventaja: usamos PIDs y igual funciona). Sólo habría que controlar DOS bucles (las dos maniobras >0 dB ganancia).
- Enfoques parecidos al desacoplamiento SVD, con control óptimo $\mathcal{H}_2$ o $\mathcal{H}_\infty$ incorporando las matrices resultado del SVD en los índices a optimizar.

Ceros

La planta tiene un cero de fase no mínima, que limitará las prestaciones alcanzables:

```
zz=tzero(Gss)
```

```
zz = 3x1 complex  
    1.3952 + 0.0000i  
   -1.6821 + 0.2149i  
   -1.6821 - 0.2149i
```

```
H1=evalfr(Gss,zz(1))
```

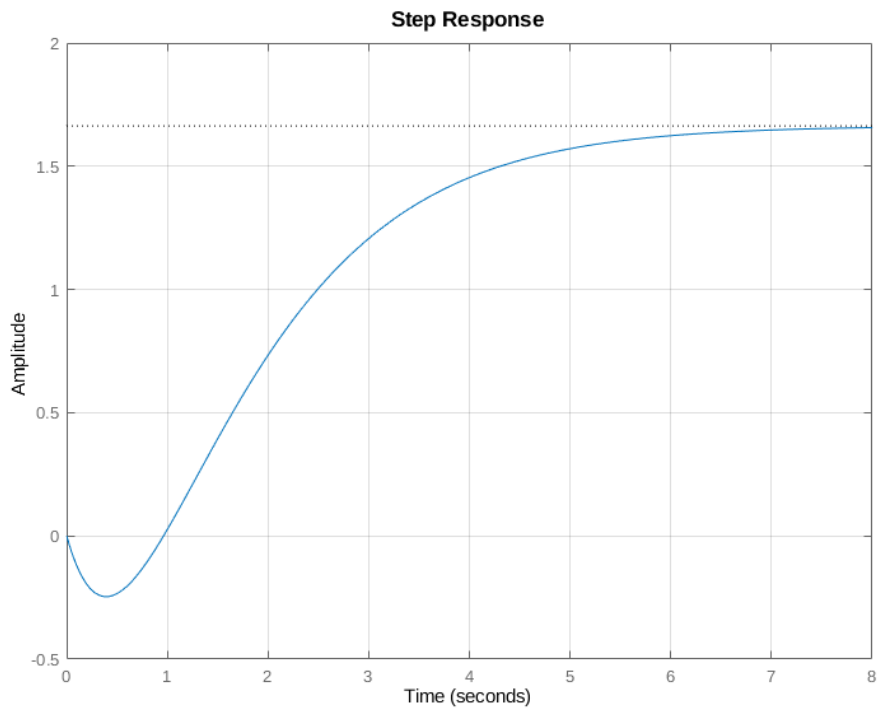
```
H1 = 3x3  
    0.6972    0.8836    0.9130  
    1.2519    1.5543    1.3816  
    0.1878    0.2590    0.4145
```

```
[Uz,Sz,Vz]=svd(H1)
```

```
Uz = 3x3  
   -0.5045    0.3900   -0.7703  
   -0.8454   -0.4043    0.3490  
   -0.1753    0.8273    0.5337  
Sz = 3x3  
    2.8698         0         0  
         0    0.1754         0  
         0         0    0.0000  
Vz = 3x3
```

-0.5028	-0.4493	0.7384
-0.6290	-0.3957	-0.6691
-0.5928	0.8010	0.0836

```
step(-Uz(:,3) '*Gss*Vz(:,3)), grid on
```



Controlar en "menos de 2 segundos" cambios de referencia en esa dirección no sería aconsejable.