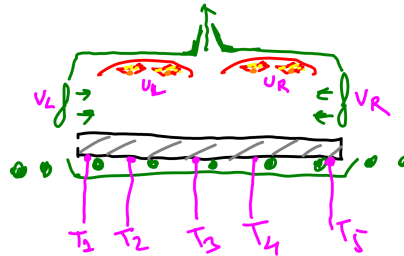


Mínimos cuadrados, pseudoinversa, ponderación, etc.: ejemplo "físico" para motivar su utilidad en control multivariable

© 2025, Antonio Sala, Universitat Politècnica de València, España. Todos los derechos reservados.

Objetivo: comprobar las diferentes opciones de control sobre un sistema con 2 entradas y 5 salidas (posibles variables controladas).



Presentación en vídeo:

<https://personales.upv.es/asala/DocenciaOnline/Video/lsforn.html>

Tabla de Contenidos

Modelo.....	1
Problema 1: controlar "T" por mínimos cuadrados [no ponderados].....	1
Problema 2: Subconjunto de variables controladas.....	2
Problema 3: Mínimos cuadrados ponderados.....	4
Opción 4: control de la temperatura "media".....	5

Modelo

```
Gfull=[10 11 9 5 2;-5 -4 -3 -1 0;  
3 6 9 12 10;0 -1 -2 -3 -5]'
```

Gfull = 5×4

10	-5	3	0
11	-4	6	-1
9	-3	9	-2
5	-1	12	-3
2	0	10	-5

*Ejemplo 1, sólo consideramos 2 actuadores:

```
G=Gfull(:, [1 3])
```

G = 5×2

10	3
11	6
9	9
5	12
2	10

Problema 1: controlar "T" por mínimos cuadrados [no ponderados]

IMPORTANTE: **variables controladas** deben tener las **mismas unidades**, si no, hay que "escalar".

```
K=pinv(G)
```

```
K = 2×5  
    0.0519    0.0448    0.0180   -0.0219   -0.0324  
   -0.0280   -0.0149    0.0118    0.0476    0.0496
```

```
incTdeseado=[50 50 50 50 50]';  
u=K*incTdeseado
```

```
u = 2×1  
    3.0219  
    3.3064
```

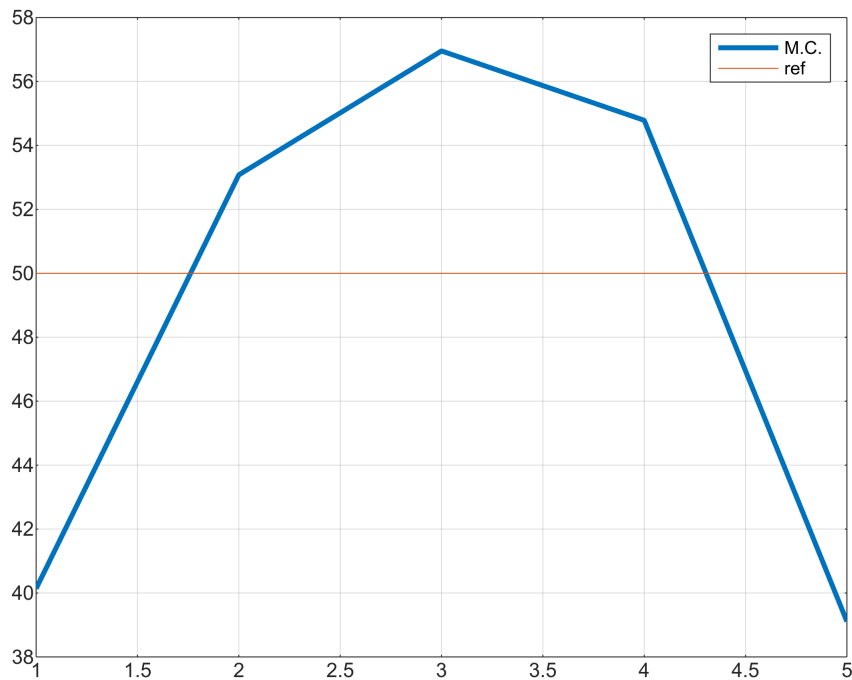
```
salidaLS=G*u
```

```
salidaLS = 5×1  
    40.1384  
    53.0795  
    56.9549  
    54.7863  
    39.1078
```

```
error=incTdeseado-salidaLS
```

```
error = 5×1  
    9.8616  
   -3.0795  
   -6.9549  
   -4.7863  
   10.8922
```

```
plot(salidaLS,LineWidth=2.5), hold on  
plot(incTdeseado), hold off, grid on  
legend("M.C.", "ref")
```



Problema 2: Subconjunto de variables controladas

```
TrozoG=G([2 4],:)
```

```
TrozoG = 2×2  
    11     6  
     5    12
```

```
%RGA=TrozoG.*inv(TrozoG')  
u2=inv(TrozoG)*[50;50]
```

```
u2 = 2×1  
    2.9412  
    2.9412
```

```
y2=G*u2
```

```
y2 = 5×1  
    38.2353  
    50.0000  
    52.9412  
    50.0000  
    35.2941
```

```
[salidaLS y2]
```

```
ans = 5×2  
    40.1384    38.2353  
    53.0795    50.0000  
    56.9549    52.9412  
    54.7863    50.0000  
    39.1078    35.2941
```

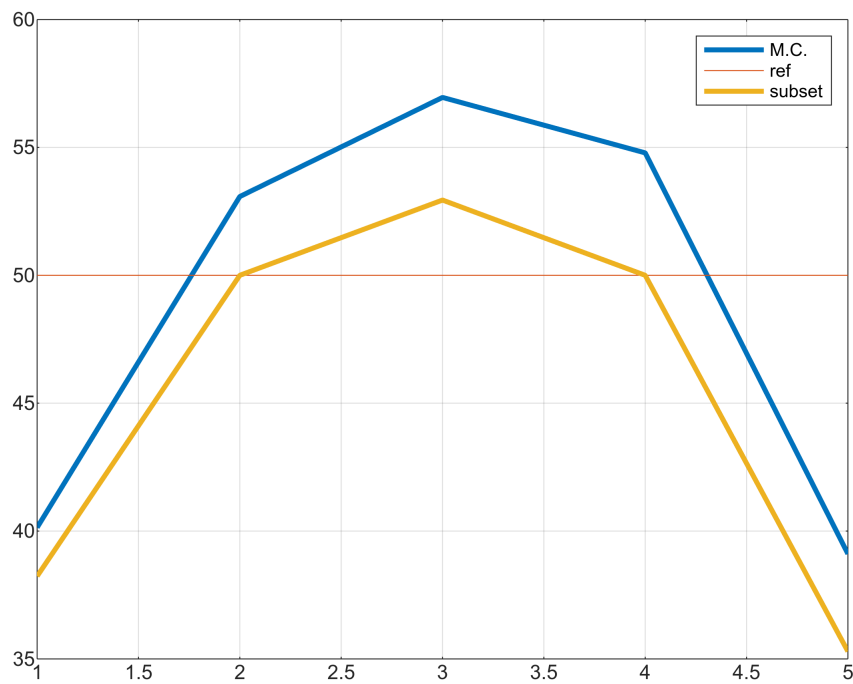
```
errs=incTdeseado-ans
```

```
errs = 5×2  
     9.8616    11.7647  
    -3.0795         0  
    -6.9549    -2.9412  
    -4.7863     0.0000  
    10.8922    14.7059
```

```
[norm(errs(:,1)) norm(errs(:,2))]
```

```
ans = 1×2  
    17.2236    19.0610
```

```
plot(salidaLS,LineWidth=2.5), hold on  
plot(incTdeseado),  
plot(y2,LineWidth=2.5)  
hold off, grid on, legend("M.C.", "ref", "subset")
```



Problema 3: Mínimos cuadrados ponderados

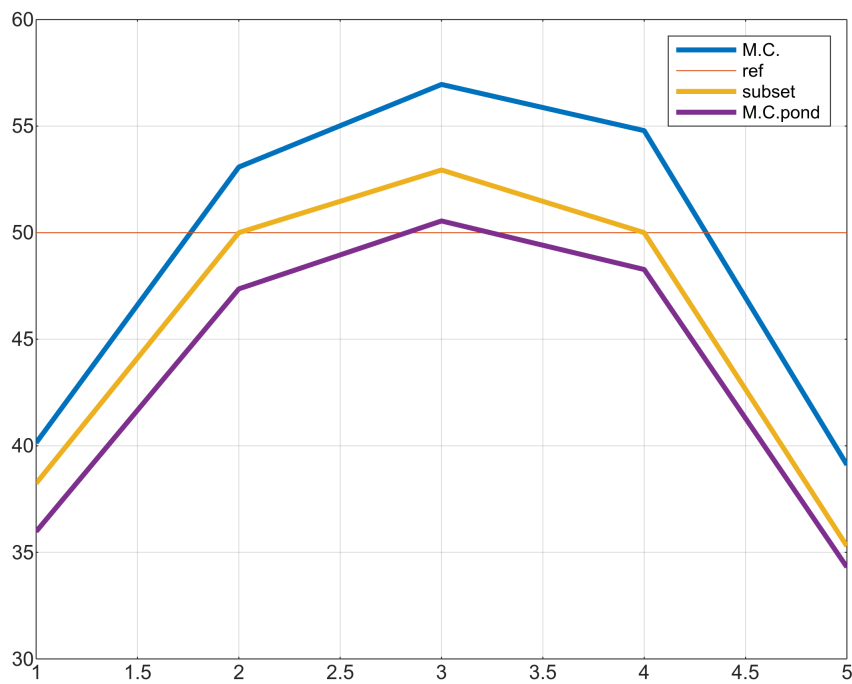
```
Pesos=[1 5 15 5 1];
%Pesos=[1 1e6 1 1e6 1];
Gesc=diag(Pesos)*G;
incTdeseadoESC=diag(Pesos)*incTdeseado;
u=pinv(Gesc)*incTdeseadoESC
```

```
u = 2x1
    2.7325
    2.8842
```

```
yLSpond=G*u;
[yLSpond salidaLS]
```

```
ans = 5x2
    35.9771    40.1384
    47.3621    53.0795
    50.5496    56.9549
    48.2723    54.7863
    34.3066    39.1078
```

```
plot(salidaLS,LineWidth=2.5), hold on
plot(incTdeseado),
plot(y2,LineWidth=2.5)
plot(yLSpond,LineWidth=2.5)
hold off, grid on, legend("M.C.", "ref", "subset", "M.C.pond")
```



Opción 4: control de la temperatura "media"

```
Gmed=[1 1 1 1 1]*G/5
```

```
Gmed = 1x2
      7.4000    8.0000
```

Me sobran actuadores... Podría utilizar sólo un actuador:

```
u1=inv(Gmed(1))*50
```

```
u1 =
      6.7568
```

El perfil de temperaturas sería:

```
yprueba=G*[u1;0]
```

```
yprueba = 5x1
      67.5676
      74.3243
      60.8108
      33.7838
      13.5135
```

```
mean(yprueba)
```

```
ans =
      50.0000
```

```
mean(salidaLS)
```

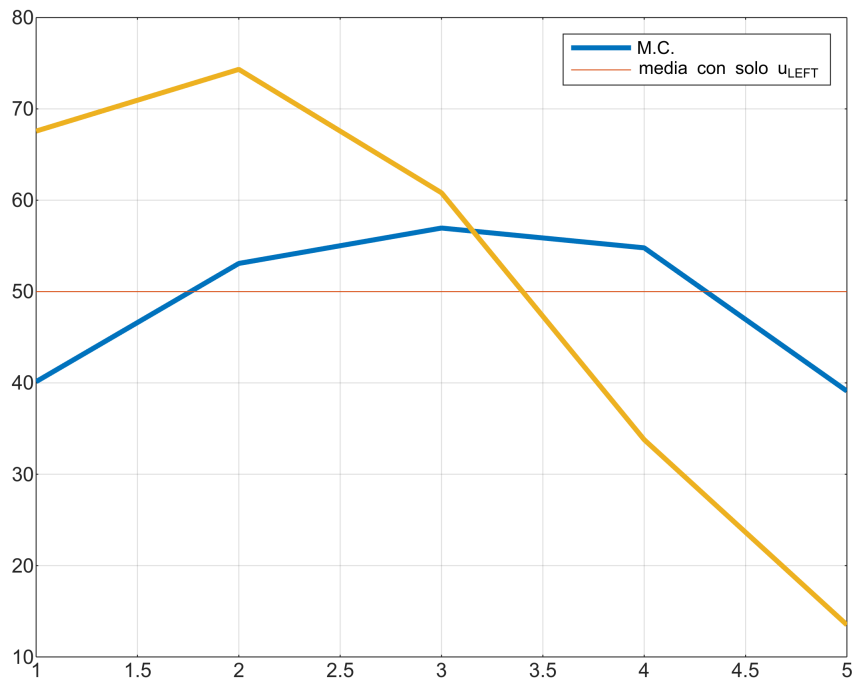
```
ans =
      48.8134
```

```
plot(salidaLS,LineWidth=2.5), hold on
```

```

plot(incTdeseado),
plot(yprueba,LineWidth=2.5), hold off, grid on
legend("M.C.", "media con solo u_{LEFT}")

```



Si quiero "repartir" el esfuerzo de control, puedo minimizar $u_L^2 + u_R^2$ que consigan la temperatura "media" deseada. IMPORTANTE: actuadores deben tener las mismas unidades, si no, hay que "escalar".

```

u_LSbalancing=pinv(Gmed)*50

```

```

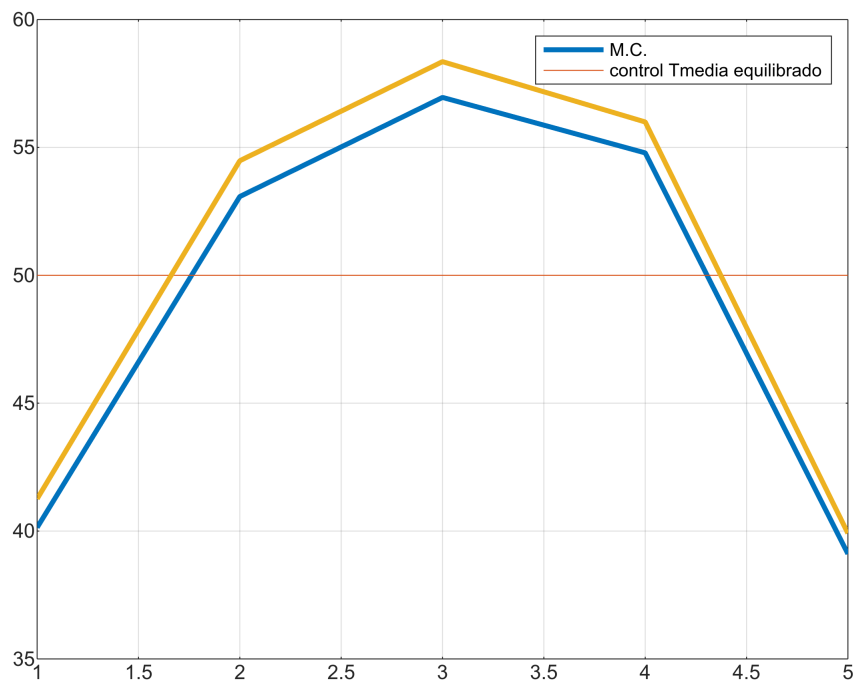
u_LSbalancing = 2x1
    3.1155
    3.3681

```

```

plot(salidaLS,LineWidth=2.5), hold on
plot(incTdeseado),
plot(G*u_LSbalancing,LineWidth=2.5), hold off, grid on
legend("M.C.", "control Tmedia equilibrado")

```



*Todas las respuestas son "relativamente parecidas", pero cada selección de variables controladas/índice de coste hará que el sistema de control reaccione de forma diferente ante "perturbaciones" sobre todo si son marcadamente asimétricas.

*Si el sistema estuviese "**mal condicionado**" (o el subconjunto de actuadores estuviese mal elegido) habría más diferencias entre las respuestas. Esto no es objetivo de este material.