

# Ejemplo modelado/análisis de temperatura en una tubería

© 2019, Antonio Sala Piqueras, Universitat Politècnica de València. Todos los derechos reservados.

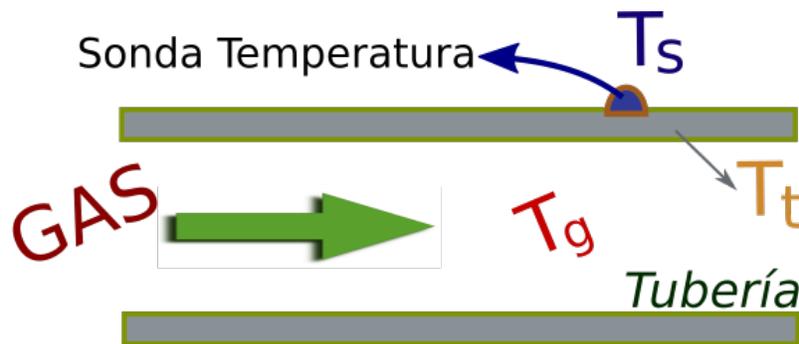
Presentación en vídeo: <http://personales.upv.es/asala/YT/V/tuboml.html>

Este código ejecutó sin errores en Matlab R2019a

**Objetivo:** comprender las ecuaciones de estado de un sistema térmico que modela la medición de una temperatura en una tubería (corta) recorrida por un gas. Analizar las propiedades del sistema dinámico resultante.

## Modelado

Ecuaciones de la física:  $C \frac{dT}{dt} = Q_{res}$ ,  $Q_{cond} = \kappa \cdot \Delta T$ .



Suponiendo  $T_g$  (temperatura gas) y  $T_a$  (temperatura ambiente) como entradas, tendríamos unas constantes de transmisión de calor y capacidades caloríficas que darían lugar a la ecuación de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} T_s \\ T_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-k_{st} - k_{sa})/C_s & k_{st}/C_s \\ k_{st}/C_t & (-k_{st} - k_{ta} - k_{tg})/C_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_s \\ T_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & k_{sa}/C_s \\ k_{tg}/C_t & k_{ta}/C_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_g \\ T_a \end{pmatrix}$$

**Nota:** este es un modelo **simplificado** de parámetros concentrados; la transmisión de calor en una tubería se rige por **ecuaciones en derivadas parciales** fuera de los objetivos de este modelado. Supondremos, por tanto, que la tubería es "**corta**" y que el gas circula rápido, y las pérdidas de entalpía del gas (calor transmitido a la tubería) son despreciables.

Vamos a dar valores numéricos

```
kst=.3; ktg=.25; kta=.08; ksa=0.01; Cs=.4; Ct=1.5;
A=diag([1/Cs 1/Ct])*[-kst-ksa kst; kst -ktg-kta-kst];
B=diag([1/Cs 1/Ct])*[0 ksa; ktg kta];
C=eye(2); %queremos simular las dos temperaturas (sonda y tubo)
sys=ss(A,B,C,0);
sys.InputName={'Tgas','Tambiente'};
sys.OutputName={'Tsonda','Ttuberia'};
sys
```

```

sys =

A =
      x1      x2
x1  -0.775   0.75
x2   0.2    -0.42

B =
      Tgas  Tambiente
x1      0    0.025
x2   0.1667  0.05333

C =
      x1  x2
Tsonda  1  0
Ttuberia 0  1

D =
      Tgas  Tambiente
Tsonda    0    0
Ttuberia  0    0

```

Continuous-time state-space model.

```
zpk(sys)
```

```

ans =

From input "Tgas" to output...
      0.125
Tsonda: -----
      (s+1.024) (s+0.1715)

      0.16667 (s+0.775)
Ttuberia: -----
      (s+1.024) (s+0.1715)

From input "Tambiente" to output...
      0.025 (s+2.02)
Tsonda: -----
      (s+1.024) (s+0.1715)

      0.0533333 (s+0.8688)
Ttuberia: -----
      (s+1.024) (s+0.1715)

```

Continuous-time zero/pole/gain model.

## Análisis de propiedades

```
eig(A)' %polos (es estable)
```

```
ans = 1x2
      -1.0235   -0.1715
```

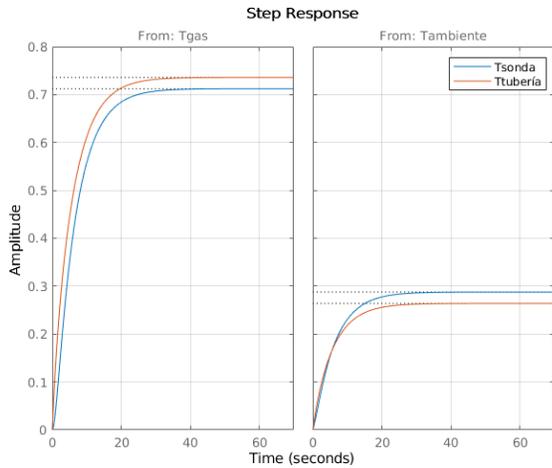
```
t_esta_prox=4./eig(A)' %tiempo de establecimiento
```

```
t_esta_prox = 1x2
      -3.9080  -23.3284
```

```
[V,D]=eig(A)
```

```
V = 2x2
    -0.9492    -0.7791
     0.3146    -0.6269
D = 2x2
    -1.0235     0
     0          -0.1715
```

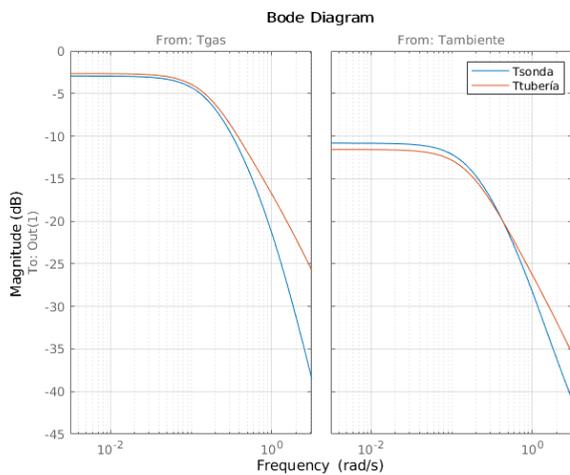
```
step(sys(1,:),sys(2,:)), grid on, legend('Tsonda','Ttubería')
```



```
dcgain(sys)
```

```
ans = 2x2
    0.7123    0.2877
    0.7360    0.2640
```

```
bodemag(sys(1,:),sys(2,:),logspace(-2.5,0.5))
grid on, legend('Tsonda','Ttubería')
```



```
pi/0.1
```

```
ans = 31.4159
```