Diseño de PID's por metodología IMC

Presentación en vídeo: http://personales.upv.es/asala/YT/V/imcpid.html

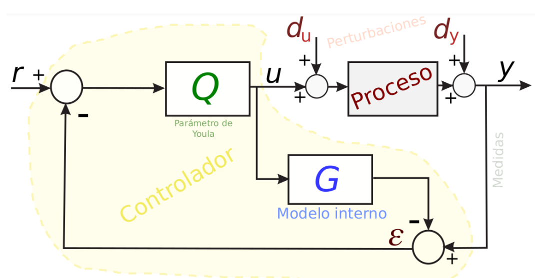
*Este código ejecutó sin errores en Matlab **`R2019b`**

`Objetivos:` comprender como transformar un regulador IMC para un proceso sencillo (primer o segundo orden con retardo pequeño) en una estructura tipo PID.

Tabla de Contenidos

Revisión teórica

Control por modelo interno (IMC)



Para un proceso estable y de fase mínima G, el regulador que consigue un modelo de referencia $y = Mr$ es un IMC de parámetro $Q = G^{-1}M$.

El IMC es equivalente a un regulador convencional $y = Ku$ con $K = \dfrac{Q}{1 - QG} = \dfrac{G^{-1}M}{1 - M}$.

Si el proceso tiene elementos de fase no mínima (ceros/retardo), entonces factorizamos $G = \tilde{G} \cdot G^{+}$, siendo G^{+} la parte "no invertible".

Si $Q = \tilde{G}^{-1}\tilde{M}$, entonces se consigue $y = G^{+}\tilde{M} \cdot r$ y el regulador equivalente es $K = \dfrac{\tilde{G}^{-1}\tilde{M}}{1 - \tilde{M}G^{+}}$.

Control IMC en plantas de 1 o 2 polos + retardo

Consideremos ahora el proceso: $G = \dfrac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$, que podemos factorizar como $\widetilde{G} = \dfrac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$, $G^{+} = e^{-\theta s}$.

Si selecionamos $\widetilde{M} = \dfrac{1}{\tau_c s + 1}$, el regulador resultante sería: $K = \dfrac{\widetilde{G}^{-1}\widetilde{M}}{1 - \widetilde{M}G^{+}} = \dfrac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{k} \cdot \dfrac{1}{\tau_c s + 1} \cdot \dfrac{1}{1 - \dfrac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1}}$

Operando con los dos últimos factores, resulta en:

$$K = \frac{\widetilde{G}^{-1}\widetilde{M}}{1 - \widetilde{M}G^{+}} = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{k} \cdot \frac{1}{\tau_c s + 1 - e^{-\theta s}}$$

Aproximación del retardo en el regulador, estructura PID (serie) resultante

Para evitar estructuras tipo "predictor de Smith" (retardos internos) y obtener una estructura equivalente a un PID, debe eliminarse el término $e^{-\theta s}$ de la expresión de K.

Si θ es suficientemente pequeño, a bajas frecuencias $e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s$, con lo que $1 - e^{-\theta s} \approx 1 - (1 - \theta s) = \theta s$, esto es:

$$K \approx \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{k} \cdot \frac{1}{(\tau_c + \theta)s} = \frac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)} \cdot \frac{\tau_1 s + 1}{\tau_1 s} \cdot (\tau_2 s + 1) = \frac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)} \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s}\right) \cdot (\tau_2 s + 1)$$

que ya tiene una forma tipo PID serie $K_c \cdot \dfrac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \cdot \dfrac{\tau_D s + 1}{\tau_F s + 1}$, con $K_c = \dfrac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)}$, $\tau_I = \tau_1$, $\tau_D = \tau_2$, habiendo añadido, obligatoriamente por realizabilidad, un filtro de ruido con τ_F suficientemente pequeño para no alterar la dinámica dominante, pero suficientemente grande para evitar que el ruido de alta frecuencia se transmita al actuador.

Se deja al lector la transformación a otras formas de parametrizar un PID.

Ejemplo numérico

Modelo de la planta:

```
s=tf('s');
tau1=1; k=8; theta=0.2;
tildeG=k/(tau1*s+1); Gplus=exp(-theta*s);
G=tildeG*Gplus
```

```
G =

                      8
  exp(-0.2*s) * -----
                  s + 1
```

```
Continuous-time transfer function.
```

Especificaciones de control:

```
tauc=tau1/4; %constante de tiempo deseada (retardo aparte, claro)
t_est_objetivo= tauc*4+theta %si gastara IMC con retardo interno (pred. Smith)
```

```
t_est_objetivo = 1.2000
```

Con ello, el IMC-PID se puede escribir directamente como:

```
KIMC=(tau1*s+1)/(k*(tauc+theta)*s);zpk(KIMC)
```

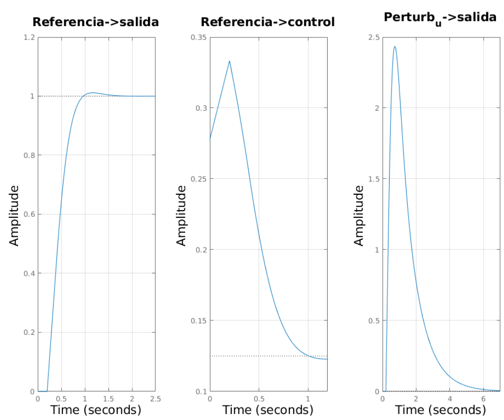
```
ans =

  0.27778 (s+1)
  -------------
        s

Continuous-time zero/pole/gain model.
```

Vamos a simular su respuesta temporal:

```
[T1,GS1,KS1]=SimulaBucle(G,KIMC);
```



Conclusiones

El IMC permite para plantas estables aproximadas a modelos $G = \dfrac{k}{\tau_1 s + 1} e^{-\theta s}$

o de tipo $G = \dfrac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$, diseñar reglas sencillas de PIDs

$K \approx \dfrac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{k} \cdot \dfrac{1}{(\tau_c + \theta)s} = \dfrac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)} \cdot \dfrac{\tau_1 s + 1}{\tau_1 s} \cdot (\tau_2 s + 1)$, esto es $K_c = \dfrac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)}$, $\tau_I = \tau_1$, $\tau_D = \tau_2$.

Limitaciones de la metodología: El IMC no funciona del todo bien cuando se trata de acelerar "mucho" al proceso respecto a sus constantes de tiempo dominantes... ante referencia GQ=M responde como se espera de rápido, pero ante perturbación de entrada (1-M)*G tiene los polos lentos de G, en general, por lo que ese tipo de perturbaciones no son canceladas de forma rápida. Aparte, la aproximación del retardo deja de ser válida.

Apéndice: funciones auxiliares

```
function [T,GS,KS]=SimulaBucle(G,K,Tiempo)
    arguments
     G
     K
     Tiempo = []
    end
    T=feedback(G*K,1);
    GS=feedback(G,K);
    KS=feedback(K,G);
    subplot(1,3,1)
    step(T,Tiempo), grid on, title('Referencia->salida')
    subplot(1,3,2)
    step(KS,Tiempo), grid on, title('Referencia->control')
    subplot(1,3,3)
    step(GS,Tiempo), grid on, title('Perturb_u->salida')
end
```