Diseño de control robusto lineal para un proceso (depósito) no lineal

Presentaciones en vídeo:

http://personales.upv.es/asala/YT/V/dsnl3.html , http://personales.upv.es/asala/YT/V/dsnl4.html .

Este código funcionó sin errores en Matlab `R2021a`

Objetivo: diseñar un regulador lineal para un proceso no lineal (depósito) de modo que exista garantía de prestaciones no sólo en un entorno "infinitesimal" (como lo sería con el modelo linealizado por deriv. parciales), sino en un entorno "finito, suficientemente grande" alrededor de un punto de funcionamiento ([0 10] m de nivel). Simular el resultado en Simulink (proceso no lineal).

Tabla de Contenidos

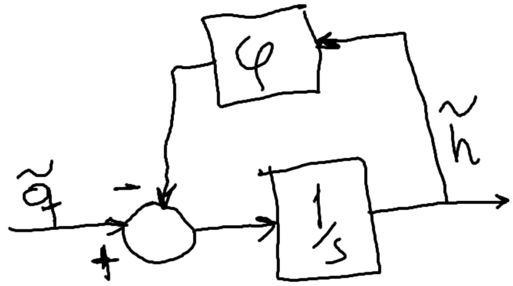
Modelo y acotación de sector

Hemos modelado un depósito no lineal $\frac{dh}{dt} = -\sqrt{h} + q$, alrededor de $h_{pf} = 4$, $q_{pf} = 2$, introduciendo variables incrementales $\tilde{h} = h - h_{pf}$, $\tilde{q} = q - q_{pf}$, como:

$$\frac{d\tilde{h}}{dt} = -\left(\underbrace{\left(\sqrt{\tilde{h}+4}-2\right)}_{\phi(\tilde{h})} + 2\right) + (\tilde{q}+2)$$

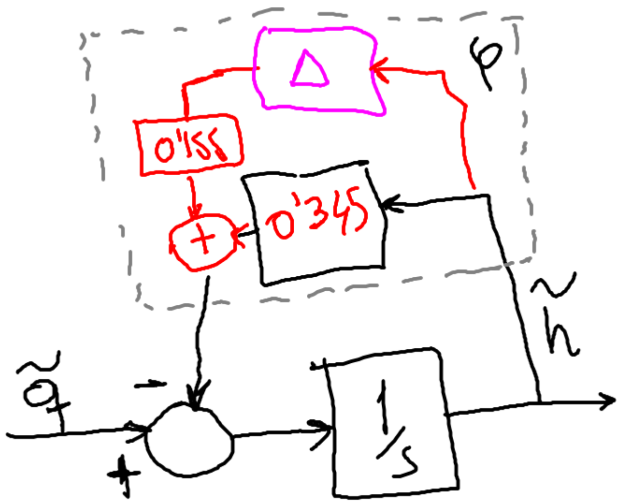
$$\frac{d\tilde{h}}{dt} = -\phi(\tilde{h}) + \tilde{q}$$

donde $\phi(\tilde{h})$ es el incremento de caudal de salida cuando la altura se incrementa del pto. funcionamiento.



y hemos acotado la no-linealidad por:

$$\phi(\tilde{h}) = (0.345 + 0.155\Delta(\tilde{h})) \cdot \tilde{h}\text{, siendo } \|\Delta\|_\infty \leq 1$$



Para expresarlo como "planta generalizada con incertidumbre, debemos "sacar" lo desconocido del modelo:

$$\frac{d\tilde{h}}{dt} = -0.345\tilde{h} + \tilde{q} - 0.155 \cdot m$$

y decir (aunque luego no se gaste explícitamente porque Δ es desconocido) que $m = \Delta \cdot \tilde{h}$, $|\Delta| \leq 1$.

*Podríamos "informalmente" escribir:

$$\frac{d\tilde{h}}{dt} + 0.345\tilde{h} + 0.155 \cdot \Delta\tilde{h} = \tilde{q}$$

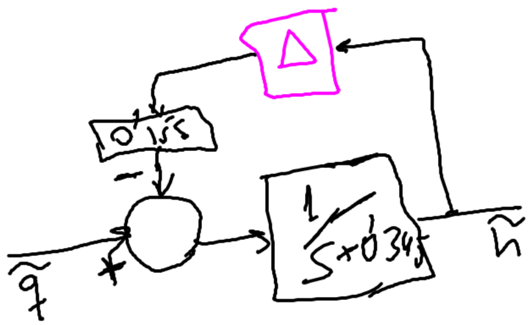
$$\tilde{h}(s) = \frac{1}{s + 0.345 + 0.155\Delta} \cdot \tilde{q}$$

modelando como incertidumbre en "denominador", pero el razonamiento **no** es técnicamente correcto porque como Δ es no-lineal, entonces no existe la transformada de Laplace ni la FdT. Mejor LFT, pequeña ganancia, etc.

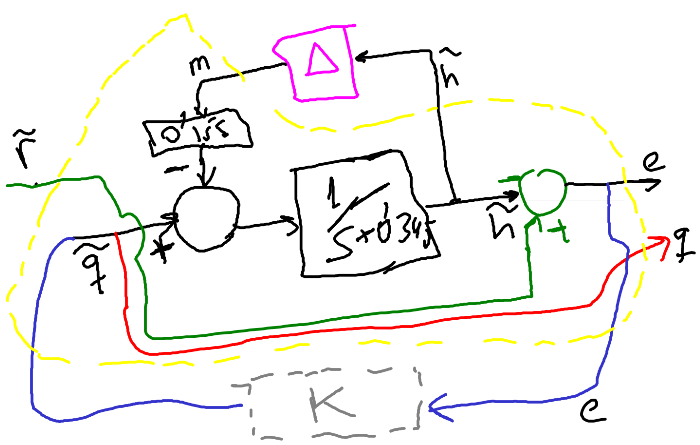
Planta Generalizada para seguimiento de referencias 1GL

Podemos, entonces, decir (nota: quitamos "tildes", todo es incremental a partir de ahora):

$$h(s) = \frac{1}{s + 0.345} \cdot (q - 0.155m)$$



Si queremos seguir referencias, denominando $G = \dfrac{1}{s + 0.345}$, planteamos una planta generalizada con:



$$\begin{pmatrix} h \\ \dots \\ e \\ q \\ \dots \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.155G & 0 & G \\ 0.155G & 1 & -G \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.155G & 1 & -G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ \dots \\ r \\ \dots \\ q \end{pmatrix}$$

```
s=tf('s');ele=0.155;G=1/(s+0.345);
PG=minreal(ss([-ele*G 0 G;ele*G 1 -G;0 0 1;ele*G 1 -G]));
```

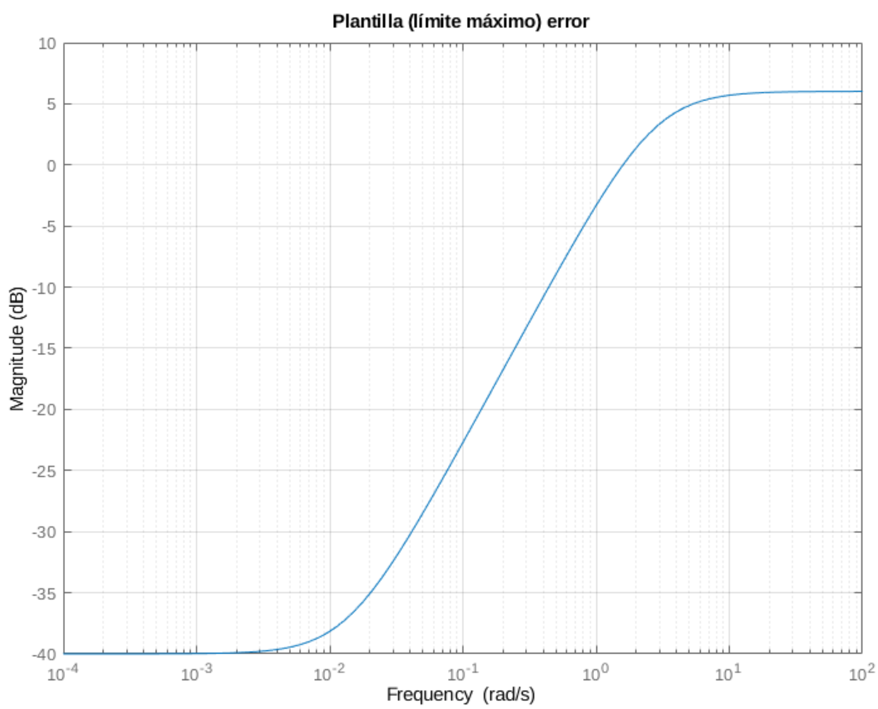
```
1 state removed.
```

```
PG.InputName={'m','ref','q_m'};
PG.OutputName={'h','err_c','q_c','err_m'};
size(PG)
```

```
State-space model with 4 outputs, 3 inputs, and 1 states.
```

Planta generalizada ponderada

```
anchobanda=1.59;
plantilla_error=makeweight(0.01,anchobanda,2);
bodemag(plantilla_error), grid on, title("Plantilla (límite máximo) error")
```




```
plantilla_u=tf(2);% para saturación, o sea 2 litros por incremento 1 de ref...
Werr=1/plantilla_error;
Wu=1/plantilla_u;
PGPond=minreal(blkdiag(1,Werr,Wu,1)*PG);
```

```
1 state removed.
```

Diseño del regulador

Sólo prestaciones nominales

Si hacemos sin incertidumbre, una especie de mixsyn, prestaciones nominales (+ saturación u):

```
opts=hinfsynOptions("RelTol",1e-3);
[Kms,~,GAM,~]=hinfsyn(PGPond([2 3 4],[2 3]),1,1,opts); GAM %vamos sobrados
```

```
GAM = 0.9119
```

```
zpk(Kms)
```

```
ans =

    2767.5 (s+0.345)
  --------------------
  (s+1817) (s+0.01377)

Continuous-time zero/pole/gain model.
```

Esta posibilidad no está, realmente tan mal: tenemos "estabilidad robusta ante incertidumbre aditiva Wu", y es grosso modo un PI... Pero el objetivo aquí es garantizar "prestaciones robustas ante la no-linealidad".

Incorporando "prestaciones robustas", pero sin multiplicadores

```
[K,~,GAM,~]=hinfsyn(PGPond,1,1,opts);GAM %prestaciones robustas (peq. ganancia), no val
```

```
GAM = 1.1958
```

No se consigue GAM<1.

Prestaciones robustas con teorema de pequeña ganancia escalado

Para pequeña ganancia escalado, gastamos multiplicador:

```
multiplicador=0.43;
PGPond_peqganescalado=blkdiag(multiplicador,1,1,1)*PGPond*blkdiag(1/multiplicador,1,1);
[K,CL,GAM,INFO]=hinfsyn(PGPond_peqganescalado,1,1,opts);GAM
```

```
GAM = 0.9978
```

Análisis de la respuesta obtenida

```
zpk(K)
```

```
ans =

   6507.1 (s+0.4319)
  --------------------
  (s+3770) (s+0.01377)

Continuous-time zero/pole/gain model.
```

El polo rápido es por tolerancias numéricas de hinfsyn. No va a ser relevante con anchos de banda de menos de 2 rad/s. Lo eliminamos:

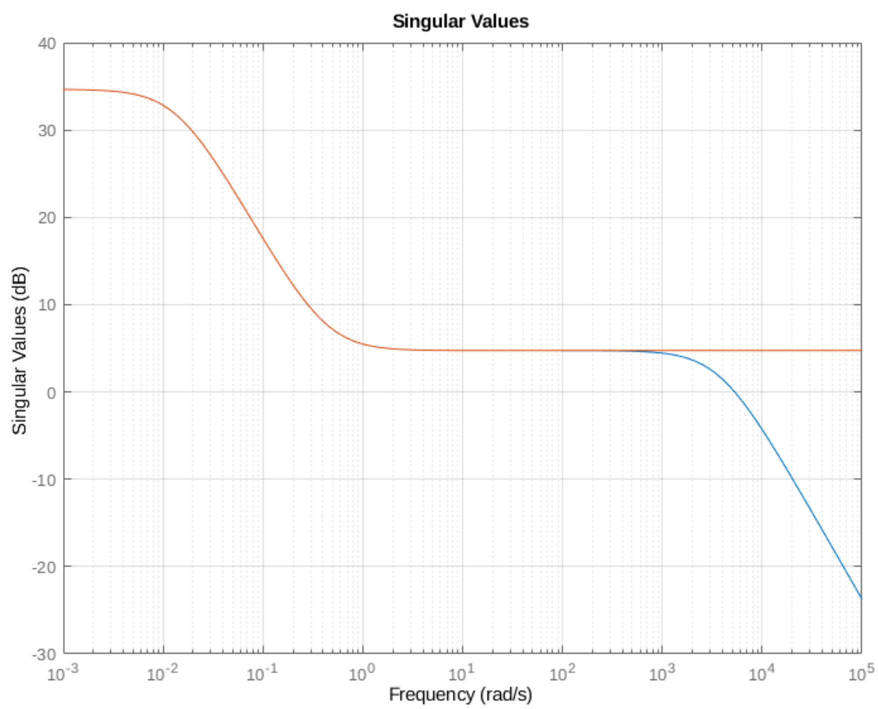
```
[Kslow,Kfast]=freqsep(K,20);
Kr=Kslow+dcgain(Kfast);
zpk(Kr) %es un PI
```

```
ans =

  1.7258 (s+0.4319)
  -----------------
     (s+0.01377)

Continuous-time zero/pole/gain model.
```

```
sigma(K,Kr), grid on
```



Para ver el bucle cerrado, no lo podemos cerrar con el depósito no lineal usando "lft"... Primero simularemos "varios sistemas lineales" con constantes de tiempo en los intervalos de pendiente... que no es realmente lo que queremos, pero, bueno...

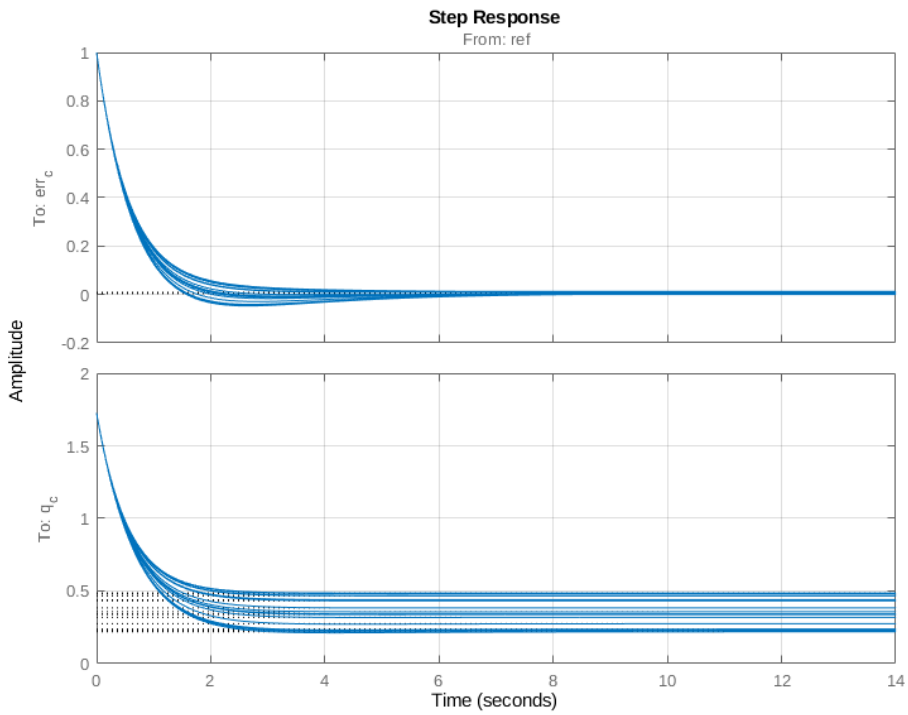
Primero cerramos "por arriba" con incerdidumbre

```
PGsim=lft(ureal,PG); %ureal modela incertidumbre en un parámetro constante en rango [-1
size(PGsim)
```

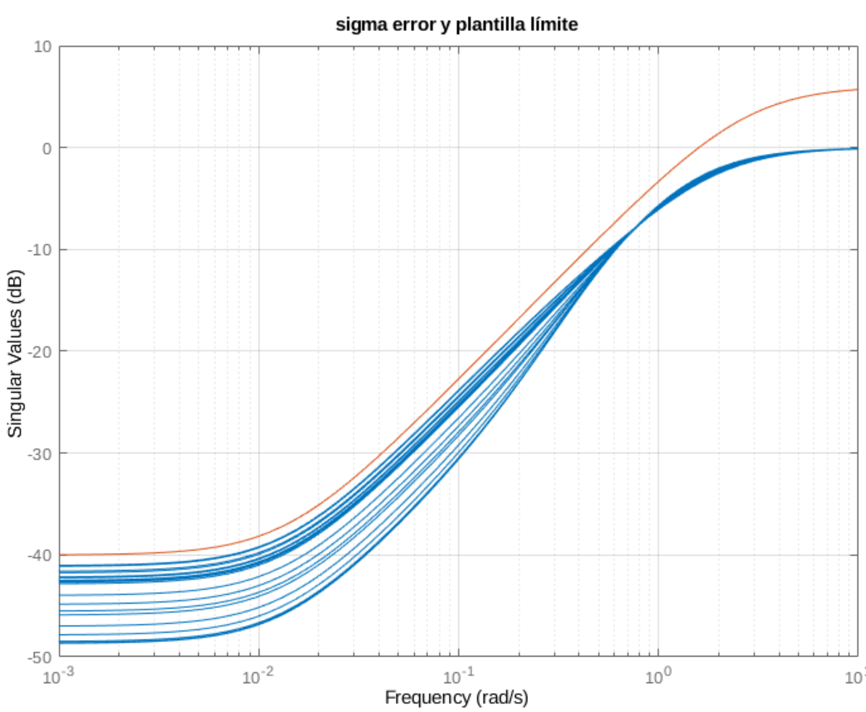
```
Uncertain state-space model with 3 outputs, 2 inputs, 1 states, and 1 blocks.
```

Luego cerramos bucle "por abajo" con el regulador:

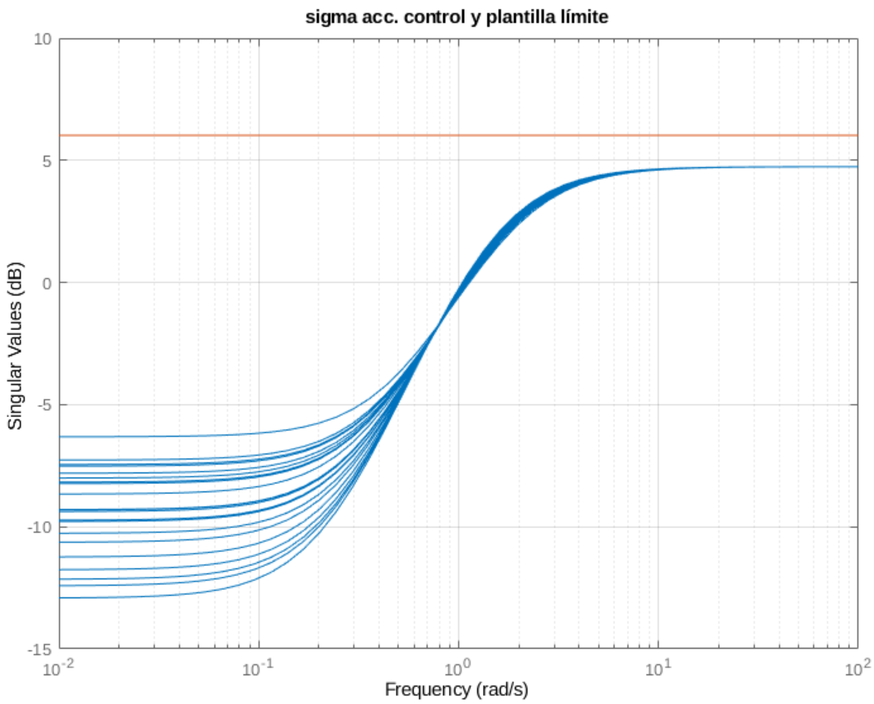
```
PCBCsim=minreal(lft(PGsim,Kr)); %bucle cerrado
step(PCBCsim), grid on
```




```
sigma(PCBCsim(1,:),plantilla_error), grid on, title('sigma error y plantilla límite')
```




```
sigma(PCBCsim(2,:),plantilla_u,logspace(-2,2)), grid on, title('sigma acc. control y pl
```



El no lineal toca hacerlo en Simulink (o bien preparando rutinas para ode45), y la interpretación "frecuencial" de las prestaciones es obviamente "informal" y "cualitativa" dado que los sistemas no lineales NO tienen "respuesta en frecuencia".

```
open("depositonolineal.slx")
```

Conclusiones

Aunque es "matar moscas a cañonazos" porque en sistemas de primer orden "todo funciona, hasta el todo/nada", las técnicas aquí presentadas ilustran cómo diseñar controladores LINEALES para procesos NO LINEALES con garantía matemática de prestaciones, acotando la no-linealidad en un sector y luego diseñando un control que consiga prestaciones robustas ante toda incertidumbre en dicho sector, si el estado se mueve en un entorno NO INFINITESIMAL del punto de funcionamiento elegido (en el caso "linealización Taylor" sólo habría garantía en un entorno infinitesimal).

*Las interpretaciones "frecuenciales" y las simulaciones step/sigma con "parámetros congelados" deben ser interpretadas "informalmente", dado que la no linealidad es una "ganancia variable en el tiempo" y los sistemas no lineales / variantes en el tiempo no tienen ni "función de transferencia" en el dominio de Laplace ni respuesta en "frecuencia".