

Modelado y linealización de un sistema mecánico de 2 grados de libertad

© 2016, Antonio Sala Piqueras, Universitat Politècnica de València. Todos los derechos reservados.

Presentación en vídeo: <http://personales.upv.es/asala/YT/V/mod2mass.html>



Dos masas de 1 kg y 1 kg, con muelles/amort por en medio...

parámetros constantes del sistema:

```
k1=3; lnat1=0.4; klcubo=0.15; f1=.3; k12=30; lnat2=0.2; f12=1.2; M2=1; M1=1;
```

Ecuaciones:

```
syms U1 U2 x1 v1 x2 v2 dx1 dv1 dx2 dv2 Fmuelle1 Fmuelle2 Famort1 Famort2 inclong1 inclong2
Modelo=[dx1==v1; dx2==v2; ...
        M1*dv1==Fmuelle1-Famort1+Fmuelle2+Famort2+U1; M2*dv2==Fmuelle2-Famort2+U2; ...
        inclong1==x1-lnat1; inclong2==(x2-x1)-lnat2; ...
        Fmuelle1==k1*inclong1+klcubo*inclong1^3; Fmuelle2==k12*inclong2; ...
        Famort1==f1*v1;
        Famort2==f12*(v2-v1)];
sol=solve(Modelo,[dx1,dx2,dv1,dv2,Fmuelle1,Famort1,Fmuelle2,Famort2,inclong1,inclong2]);
EcEstado=[sol.dx1;sol.dv1;sol.dx2;sol.dv2]
```

EcEstado =

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ -\frac{3x_1^3}{20} + \frac{9x_1^2}{50} - \frac{4134x_1}{125} + U_1 - \frac{3v_1}{2} + \frac{6v_2}{5} + 30x_2 - \frac{2994}{625} \\ v_2 \\ U_2 + \frac{6v_1}{5} - \frac{6v_2}{5} + 30x_1 - 30x_2 + 6 \end{pmatrix}$$

```
EcSalida=[x1;x2];
```

Punto de Funcionamiento, escogemos arbitrariamente $x_2=1$; $U_1=0$;

```
ModeloEq=[Modelo; dx1==0; dx2==0; dv1==0; dv2==0; x2==1; U1==0];
PFEQ=solve(ModeloEq); %todo tiene ahora solución numérica
```

```
PFEQ.U2 %ecuaciones de grado 3, tambien tienen expresi3n algebraica
```

```
ans =
```

$$\frac{2200}{\left(\frac{\sqrt{27} \sqrt{10691200}}{27} + 40\right)^{1/3}} - 30 \left(\frac{\sqrt{27} \sqrt{10691200}}{27} + 40\right)^{1/3} + 12$$

```
pfu2=eval(PFEQ.U2)
```

```
pfu2 = 1.0975
```

```
pfx1=eval(PFEQ.x1)
```

```
pfx1 = 0.7634
```

Linealizaci3n:

```
VblesEstado=[x1;v1;x2;v2]; PF_Estado=[pfx1;0;1;0];  
Entradas=[U1;U2]; PF_Entrada=[0,pfu2];  
d_estado_dx=jacobian(EcEstado,VblesEstado)
```

```
d_estado_dx =
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{9x_1^2}{20} + \frac{9x_1}{25} - \frac{4134}{125} & -\frac{3}{2} & 30 & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 30 & \frac{6}{5} & -30 & -\frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

```
A=eval(subs(d_estado_dx,x1,pfx1))
```

```
A = 4x4
```

```
    0    1.0000    0    0  
-33.0594 -1.5000  30.0000  1.2000  
    0    0    0    1.0000  
 30.0000  1.2000 -30.0000 -1.2000
```

```
d_estado_du=jacobian(EcEstado,Entradas)
```

```
d_estado_du =
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
B=eval(d_estado_du)
```

```
B = 4x2
```

```
    0    0  
    1    0
```

```

0    0
0    1

```

```
d_sal_dx=jacobian(EcSalida,VblesEstado)
```

```
d_sal_dx =
```

```

(1 0 0 0)
(0 0 1 0)

```

```
C=eval(d_sal_dx)
```

```
C = 2x4
```

```

1    0    0    0
0    0    1    0

```

```
d_sal_du=jacobian(EcSalida,Entradas)
```

```
d_sal_du =
```

```

(0 0)
(0 0)

```

```
D=eval(d_sal_du)
```

```
D = 2x2
```

```

0    0
0    0

```

```

sys=ss(A,B,C,0);
size(sys)

```

State-space model with 2 outputs, 2 inputs, and 4 states.