Diseño de reguladores robustos: regulador óptimo ante incertidumbre factorizada

Antonio Sala

Control de Sistemas Complejos

DISA – Universitat Politècnica de València

Presentación en vídeo en:
http://personales.upv.es/asala/YT/V/**ncfsyn**.html

Introducción

Motivación:

Dado que la incertidumbre en factorización normalizada (o en representación equivalente 2 entradas / 2 salidas) engloba una combinación de múltiples incertidumbres (aditivas/multiplicativas/inversas), es de interés diseñar el controlador que más incertidumbre de dicho tipo tolere.

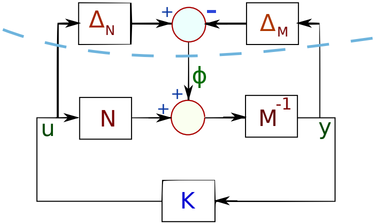
Objetivos:

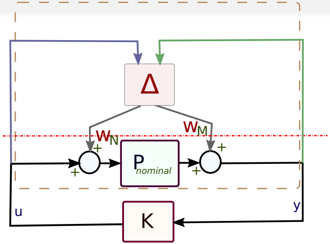
Comprender la planta generalizada $\mathcal{H}_\infty$ asociada al problema de control óptimo. Saber utilizar los comandos asociados de la Robust Control Toolbox de Matlab.

Contenido:

Revisión fórmula pequeña ganancia, planta generalizada, comandos de Matlab, conclusiones.

Tma peq. ganancia en representación factorizada $M^{-1}N$





$$y = (M + \Delta_M)^{-1}(N + \Delta_N) \qquad y = \underbrace{(I + \Delta_{*of} - P\Delta_{+f})^{-1}(P(I + \Delta_{*i}) - \Delta_+)}_{P_{real}}\, u$$

Si $\|T\|_\infty \leq 1$ el sistema será estable robustamente para todo $\|\Delta\|_\infty < 1$.
Esta función $T(s)$ es, en cada caso (si $[M\ \ N]$ es fact. normalizada, la norma coincide):

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (M - NK)^{-1}}^{T_{[ncf]}} \cdot \phi, \qquad \begin{pmatrix} u \\ y \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - PK)^{-1} \begin{pmatrix} I & P \end{pmatrix}}^{T_{4\Delta}} \begin{pmatrix} w_M \\ w_N \end{pmatrix}$$

Diseño óptimo ante incertidumbre coprima

Minimizar la norma de ϕ a (u, y) (diagrama izquierdo) o la norma de (w_M, w_N) a (u, y) (diagrama derecho) es un problema de control $\mathcal{H}_\infty$ estandard construyendo la adecuada planta generalizada.

Ejemplo lado derecho (no necesaria computación de M, N):

$$\begin{pmatrix} y \\ u \\ \cdots \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P & I & \vdots & P \\ 0 & 0 & \vdots & I \\ \cdots & \cdots & \cdot & \cdots \\ P & I & \vdots & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_N \\ w_M \\ \cdots \\ u \end{pmatrix}$$

Matlab/octave

Análisis de margen de estabilidad de un par (P, K):
`ncfmargin(P,K)`

Distancia entre dos sistemas: `gapmetric(P1,P2)`

Es el mínimo $\|(\Delta_M \ \Delta_N)\|$ que puede expresar P_2 como $(M+\Delta_M)^{-1}(N+\Delta_N)$ siendo $P_1 = M^{-1}N$ (Glover *et al.*, tutorial en Trans Inst MC 1992)

Cálculo del controlador con robustez óptima:
`[K,CL,GAM,INFO]=ncfsyn(P);`

El resultado es el controlador lineal que más incertidumbre (en los diagramas – equivalentes en norma– anteriores) tolera.

Conclusiones

- Incertidumbre en "factorización coprima" / "norma ante perturbaciones de entrada y salida" combina muchas incertidumbres (aditiva, multiplicativa, inversa).
- Calcular el controlador con mayor margen de estabilidad ante dicha incertidumbre es un problema $\mathcal{H}_\infty$ estandard.
- Matlab lo implementa en el comando `ncfsyn`.
- Interés práctico en modelos "muy" inciertos en numerador y denominador (o inestables en bucle abierto, para primeras pruebas).
  - [-] Si los tamaños de las distintas incertidumbres esperadas no son "similares", o si se requieren determinadas "prestaciones" entonces la cosa se complica (hay que introducir pesos).