

Dinámica Longitudinal aeronave modo "fugoide"

Antonio Sala

Modelado, Identificación y Control de Sistemas Complejos

Universitat Politècnica de València

Enlace a materiales, comentarios, etc. en descripción y web personal

Video presentation at: <http://personales.upv.es/asala/YT/V/fugoid1.html>



UNIVERSITAT
POLITÀCNICA
DE VALÈNCIA

Presentación

Motivación:

Los planeadores "planean" alrededor de cierto ángulo. Los drones de ala fija también. El modelo de un avión es "complicado" (6 GL, aerodinámica, aeroelasticidad, superficies de control)... A veces un modelo "simple" que explica de forma "comprensible" algo, aunque sea una cruda aproximación, puede servir para aprender/sacar conclusiones.

Objetivos:

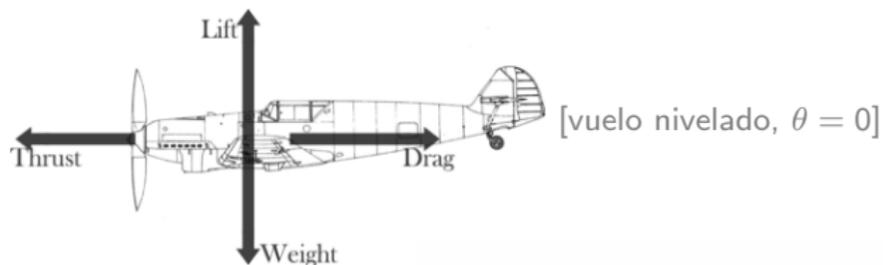
Modelar de forma "simplificada" el planeo de una aeronave (modo "fugoide" en la literatura).

Contenidos:

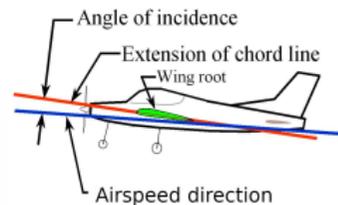
Hipótesis aproximadas de partida. Coordenadas intrínsecas. Balance de fuerzas. Ecuaciones de estado. Conclusiones.



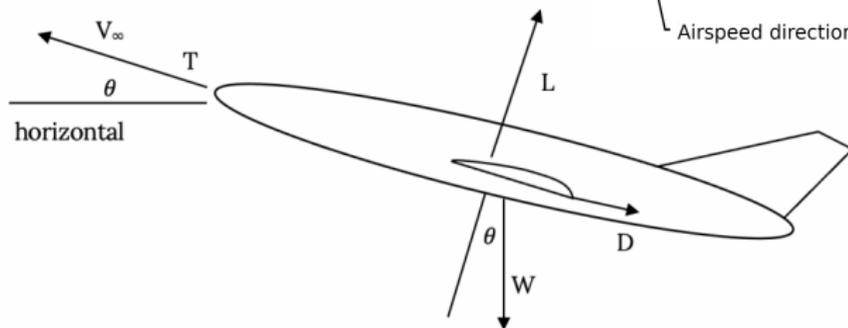
Fuerzas "longitudinales" en aeronave



*No consideramos par aerodinámico o fuerzas descentradas respecto CdG.



[ascenso, $\theta > 0$]



This page CC-BY-SA-4.0. Credits:

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Steady_flight.png#/media/File:Steady_flight.png Narkulome CC-BY-SA-4.0

https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Aerospace_Engineering/Aerodynamics_and_Aircraft_Performance_%28Marchman%29/05%3A_Altitude_Change-_Climb_and_Guide CC-BY-4.0 James F. Marchman.

Fugoide: usaremos coords. intrínsecas

- Sustentación (lift, L) y resistencia (drag, D) son por definición "normal" y "tangencial" respectivamente. Propulsión es "más o menos" tangencial.
- El piloto "percibe" la velocidad de avance del avión, la inclinación y los cambios de orientación del avión, $\frac{d\theta}{dt}$ (la velocidad angular que mediría un giróscopo).
- Parece, pues, recomendable trabajar en "tangente/normal" para que sólo el peso tenga fórmulas trigonométricas, e intentar hacer que el propio ángulo sea variable de estado.

Problema 1: como sistema de referencia no es "inercial", hay que ir con cuidado.

Problema 2: "body" frame \neq "path" frame; aquí suponemos que sí, maniobra suave.

Suposiciones modo longitudinal "fugoide"

- Movimiento en plano (x, y) , desplazamiento longitudinal vs. elevación.
- Efecto de **Momento de Inercia** despreciable. La aerodinámica le alinea "infinitamente rápido" en un ángulo fijo α con la velocidad del aire (el avión se comporta como una VELETA).
- Longitud avión despreciable respecto a radio curvatura trayectoria.

O sea, que se resume en una dinámica 2GL donde el ángulo depende de la trayectoria (x, y) , orden 4 en posiciones, orden 2 en velocidades.

*Fórmulas de Zhukovski (1891)-Lanchester (1908).

https://es.wikipedia.org/wiki/Nikol%C3%A1i_Zhukovski

El ángulo de incidencia α se supone constante (dependería de superficies de control, empuje... pero NO lo harán en las ecs. simplificadas). El avión está instantáneamente alineado con el vector "airspeed"; es una "veleta", en el ángulo que haga el "par resultante" cero.

Cinemática en coordenadas de Frenet (tangente/normal, coord. intrínsecas)

Vector tangente:

$$\vec{v}(t) := \nu(t) \cdot \vec{T}(t),$$

$$\vec{T}(t) = (\cos \theta(t), \sin \theta(t)),$$

- definimos \vec{T} como la dirección de la velocidad (unitario).
- La velocidad lineal ν será el "airspeed" (*velocidad aerodinámica*) de la trayectoria del centro de gravedad del avión.

Vector normal a la izquierda:

(mirando en dirección movimiento)

$$\frac{d\vec{T}}{dt} = (-\sin \theta, \cos \theta) \cdot \frac{d\theta}{dt} := \frac{d\theta}{dt} \vec{N}_L, \text{ perp. a } \vec{T}.$$



Dinámica en coordenadas tangencial/normal

Aceleración en coordenadas intrínsecas:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\nu}{dt} \vec{T} + \nu \frac{d\vec{T}}{dt}, \text{ Por tanto, } \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\nu}{dt} \vec{T} + \nu \frac{d\theta}{dt} \vec{N}_L$$

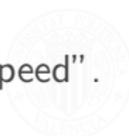
Esto es:

$$a_T = \frac{d\nu}{dt}, \quad a_{N_L} = \nu \frac{d\theta}{dt}$$

Con fuerzas (asumiendo masa constante):

$$m \cdot \frac{d\nu}{dt} = F_T, \quad m \cdot \nu \cdot \frac{d\theta}{dt} = F_{N_L}$$

*a partir de ahora, olvidamos \vec{v} y gastamos ν en vez de v para "airspeed".



Ecuaciones modo fugoide de una aeronave

Dinámica tangencial:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} F_{res, T} = \frac{1}{m} (-mg \sin \theta - Drag + Thrust)$$

Dinámica normal:

$$v \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{m} F_{res, N} = \frac{1}{m} (-mg \cos \theta + Lift)$$

*Si la propulsión no tuviera resultante exactamente tangencial (por construcción o porque el guiado se hace con *thrust vectoring*, cambiando γ abajo), sería:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{m} (-mg \sin \theta - Drag + Thrust \cdot \cos \gamma) \\ v \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{m} (-mg \cos \theta + Lift + Thrust \cdot \sin \gamma) \end{aligned}$$



Ecuaciones del modo fugoide (repr. interna normalizada)

Sustituyendo $Lift = l \cdot v^2$ y $Drag = d \cdot v^2$ por expresiones que, por simplicidad, sólo hacemos dependientes de v^2 (también dependen de la orientación de la aeronave con respecto al vector velocidad de aire, ...), tenemos:

$$\frac{dv}{dt} = -g \sin \theta - \frac{d}{m} \cdot v^2 + \frac{1}{m} u$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -g \frac{\cos \theta}{v} + \frac{l}{m} \cdot v$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cdot \cos \theta$$

$$\frac{dy}{dt} = v \cdot \sin \theta$$

Con esta ecuación de estado, ya podemos hacer simulación, p.ej., con [ode45](#).

*Si v se acerca a 0, tendríamos una singularidad.



Conclusiones

- El vuelo longitudinal "si momento inercia es pequeño" o/y "si el par corrector ante desviación angular es grande" puede aproximarse a 2GL, modelo orden 4 o modelo orden 2 en velocidades. El avión como un "punto".
- En coordenadas intrínsecas (tangencial y normal), hemos obtenido un modelo con velocidades lineal (tangencial) y angular como variables de estado (aparte de posiciones, claro).
- La velocidad angular es la de la trayectoria del CdG del avión, bajo ciertas suposiciones... incorporar "body frame" requiere momento de inercia, par resultante, y la variación de empuje/arrastre con el ángulo de incidencia (orientación "body" - orientación "trayectoria CDG").

