Desacoplamiento SVD, referencias realizables: esbozo teórico

© 2024, Antonio Sala Piqueras, Universitat Politècnica de Valencia, Spain. Todos los derechos reservados.

Objetivos: comprender el significado "intuitivo" del desacoplamiento SVD y su relación con otras estrategias de "sentido común" para control multivariable basadas en:

- (a) "subconjuntos de sensores" o "medias ponderadas de sensores",
- (b) en "actuadores fusionados" por "reparto equilibrado de carga".

Presentaciones en vídeo:

<https://personales.upv.es/asala/YT/V/dsvdintu1.html> (teoría)

Esbozo teórico

- Dado G "escalado", matriz de ganancia estática de un sistema, su descomposición en valores singulares (svd), esto es, $G_{escalada} = U_{n \times n} S_{n \times m} V_{m \times m}^T$ permite identificar las **maniobras principales** (*direcciones de salida*: columnas de U ; *direcciones de entrada*: columnas de V), y sus *ganancias principales* (escaladas).
- Los problemas de **mínimos cuadrados** asociados a la pseudoinversa de G también tienen interpretación SVD, porque

$$\text{pinv}(G_{esc}) = \underline{V} S^{-1} U^T,$$

donde $\underline{S}^{-1} = \text{pinv}(S)$ se calcula invirtiendo sólo los valores singulares no cero de la diagonal de S (y transponiendo).

• Desacoplamiento SVD:

A partir de $G_{esc} = USV^T$, $y = G_{esc} \cdot u$, el cambio de variable:

$$y^{SVD} = U^T y, u^{SVD} = V^T u$$

permite expresar:

$$y^{SVD} = U^T y = U^T G_{esc} u = U^T (USV^T) u = S u^{SVD},$$

de modo que el comportamiento (en ganancia estática) entre la salida "virtual" y^{SVD} y la entrada "virtual" u^{SVD} es **diagonal**, incluso con plantas **NO cuadradas**.

Como "realmente" se mide y , hay que calcular $y^{SVD} = U^T y$ a partir de medidas, con lo que los reguladores calcularán:

$$u^{SVD} = K(s) \cdot e^{SVD} = K(s) \cdot U^T \cdot (r - y)$$

con un $K(s)$ **diagonal** (de ahí el nombre desacoplamiento).

Luego, la acción de control física (escalada) será $u = V \cdot u^{SVD}$. O sea, el cambio $u^{SVD} = V^T u$ realmente no es usado, sino su "inversa".

Por tanto, el regulador SVD final será:

$$u = V \cdot K(s) \cdot e^{SVD} = V \cdot K(s) \cdot U^T \cdot (r - y)$$

Si se decide NO controlar maniobras principales de baja ganancia (para evitar problemas de saturación/condicionamiento), algunos elementos de la diagonal de $K(s)$ pueden hacerse cero... o, equivalentemente, tener un $K(s)$ más pequeño y no multiplicar por las filas y columnas asociadas a las maniobras NO controladas, manteniendo "q" maniobras bajo control:

$$u = V_{(:,1:q)} \cdot K_{q \times q}(s) \cdot (U_{(:,1:q)})^T \cdot (r - y)$$

Aclaremos con ejemplos sencillos el significado de todo eso en futuros vídeos.