Selección de período de muestreo en control digital

Antonio Sala

Control de Sistemas Complejos

DISA – Universitat Politècnica de València

Presentación en vídeo en http://personales.upv.es/asala/YT/V/**selpm**.html

Introducción

Motivación:
El control de sistemas complejos requiere implementación por computador, que toma medidas de las señales a intervalos regulares.

Objetivos:
Comprender las cuestiones "básicas" inherentes a la selección de un período de muestreo razonable en control.

Contenido: Revisión definiciones muestreo y Tma Shannon. Problemática particular en control. Reglas "prácticas" de selección. Conclusiones.

Definiciones

Muestreo: Proceso de tomar valores $\{x(t_0), x(t_1), x(t_2), x(t_3), \dots\}$ en un conjunto discreto de instantes $\{t_0,\ t_1,\ t_2,\ t_3\}$ de una señal de tiempo contínuo $x(t),\ t \in \mathbb{R}$.

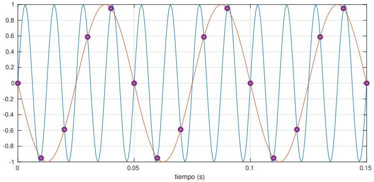
*Señales de tiempo contínuo también se denominan en electrónica *señales analógicas*, de tiempo discreto *señales digitales*. El proceso de muestreo se denomina conversión Analógico→Digital (AD).

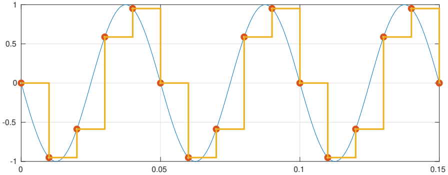
Muestreo regular: los instantes están espaciados un **período de muestreo**, T, $t_k = kT$.

Frecuencia de muestreo: Inversa del período $f_s = 1/T$ (en Hz), $\omega_s := 2\pi/T$ (en rad/s).

Teorema de Shannon

Señales de hasta ω radianes requieren una frecuencia de muestreo de 2ω o mayor (período $T \leq \pi/\omega$) para evitar "aliasing" (traslado de frecuencia) y posibilitar **reconstrucción** (Tma Shannon, reconstrucción ideal no causal, sólo "aproximada" en la práctica).





*Si el período T está fijado, se recomienda filtro anti-alias continuo antes de muestrear, para eliminar (aprox) componentes de frecuencia mayor a π/T.

La reconstrucción en la práctica es siempre con retenedor de orden cero... posibilidades no causales en comunicaciones (a cambio de retraso).

Consecuencias para control

En control, todo esto es sólo "orientativo":

1. El objetivo es reducir error a "bajas frecuencias" (hasta un ancho de banda de planta/actuadores), no "transmitir señales".
2. El filtro anti-alias introduce "retardo" (dinámica adicional).
   - Es inevitable si hay ruido significativo: o filtramos en analógico o, tras muestrear, filtramos en discreto.
3. Cerrar un bucle de control cambia el espectro en frecuencia de la señal:
   - $y = (I + GK)^{-1} d$ suele disminuir la varianza a baja frecuencia de y (respecto a bucle abierto $K = 0$), pero aumentar la de alta frecuencia (efecto "*cama de agua*").

► Los períodos usados en control son **bastante más grandes** que los que Shannon recomendaría para "reconstruir" las lecturas continuas.

Reglas prácticas heurísticas

Idea básica: Tomar suficientes muestras para saber que no pasa nada raro “entre medio”… Elegir período hasta considerar que **no hay nada entre muestras significativo para ingeniería de control** (resonancias, oscilaciones ocultas).

- 15 o 20 muestras durante el transitorio (tiempo de establecimiento de **bucle cerrado**) como mínimo.
- Si hay oscilaciones, muestrear con dos (o más) veces su frecuencia... Oscilaciones, claro, con la frecuencia que vayan a tener según los polos de bucle **cerrado**, o según pico de resonancia de bucle cerrado.
- Entre muestras, el proceso está en bucle abierto: considerar también los polos oscilatorios en bucle abierto poco amortiguados en la selección... o usar filtro anti-alias si poco importantes.

Propuesta como regla general aproximada

- Polos de bucle cerrado en $s = -\alpha \pm j\omega_p \Rightarrow T < \min(\frac{\pi}{\omega_p}, \frac{1}{6\alpha})$
  - Si no hay problemas de cómputo, $T \approx \min(\frac{\pi}{2\omega_p}, \frac{1}{10\alpha})$ podría ser razonable.

    *El razonamiento aplica a los polos "dominantes"... si un modelo tiene un polo en bucle cerrado muy alejado del dominante, apenas influye en la respuesta salvo que estén muy poco amortiguados.
- Si se tiene un regulador contínuo $K(s)$ adecuado, comprobar la frecuencia de resonancia ω_{res} de $e = (1 + G(s)K(s))^{-1}r$ y asegurar que está por debajo de la frec. de Nyquist ($\omega_{res} \leq \frac{\pi}{T}$, aconsejable $\omega_{res} \leq \frac{\pi}{2T}$).
- Con acción integral lenta, t_e puede ser grande, pero haber una dinámica inicial rápida. Entonces, recomendable $T < 0.1*$tiempo de **subida**.

Otras cuestiones que pueden modificar la elección

- Tiempo de cómputo, precisión numérica de coeficientes y cuantización de las entradas/salidas.
- Ruido de medida alto, o error de modelado alto.
- Reguladores discretos obtenidos por "integración numérica" de continuos.
- Ancho de banda de actuadores limitado.

No entran en los objetivos de este material, por brevedad.

Conclusiones

- Los requisitos para **transmitir** una señal de audio/video con "alta fidelidad" son muy diferentes a los de aplicaciones de **control**.
- Los objetivos en control son de "error de bucle pequeño" en "baja" frecuencia.
- **Poca aplicabilidad** "directa" del **teorema de Shannon** en control. Usualmente, los períodos en control son **bastante más grandes** que los utilizados en "digital signal processing" para comunicaciones.
- 8-10 muestras en tiempo de subida, 20-25 en tiempo de establecimiento, 4-6 por período de oscilaciones (en **bucle cerrado**) son un punto de partida razonable. Puede ser modificado en determinadas circunstancias (ruido, carga de red, integración numérica, ...).