Modelado de sistemas físicos: Señales, sistemas, modelos

Antonio Sala

Introducción a los sistemas de control automático

*Video presentación disponible (ver secciones)

Dept. Ing. Sistemas y Automatica (DISA)
Universitat Politècnica de València (UPV)

Sección 1

Señales, sistemas y modelos

Video-presentación disponible en:

http://personales.upv.es/asala/YT/V/mod1ssa.html

Video-presentación disponible en:

http://personales.upv.es/asala/YT/V/mod1ssb.html

Orígenes en la física

Magnitud física:

- Propiedades que pueden medirse y expresarse mediante un número y una unidad.

Estática:

- Estudio del "equilibrio" (qué debe ocurrir para que nada "cambie").

Dinámica:

- Estudio del "movimiento" de la materia y sus "causas" (fuerzas), desde Grecia antigua, inicialmente movimiento "mecánico" (posición, velocidad).
- (Actual): estudio de los cambios de magnitudes físicas en el tiempo y sus causas.

 ©2025, A. Sala

Señales y sistemas

Señales

- Información (p. ej., magnitud física) en función del tiempo $f(t)$.
  - En sistemas físicos, tiempo contínuo $t \in \mathbb{R}$
  - En sistemas digitales, suele ser tiempo discreto $t \in \mathbb{N}$
- Toma valores continuos (reales, $f(t) \in \mathbb{R}$), p.ej., una temperatura / binarios ($f(t) \in \{0, 1\}$, abierto/cerrado).

Parámetros **constantes**

- Información que no cambia durante los experimentos.
  - Resistencia constante, constante de muelle, ...

Parámetros **variantes en el tiempo**

- Realmente son *señales*, pero que se asume que varían "lentamente" o "muy poco" (cambio mucho más lento/pequeño que otras señales relacionadas) para simplificar.

 ©2025, A. Sala

Sistemas

Sistema: conjunto de elementos que producen una **relación** entre señales.

- Sistemas físicos
  - Sistemas eléctricos (Voltios, Amperios), mecánicos (Newtons, m/s, ...), electrónicos, electromecánicos (motor), químicos (pH, caudales, moles), biológicos (concentraciones de enzimas, biomasa, ...), ...
- Sistemas lógicos (redes, relés, autómatas, grafcet)
- Sistemas híbridos (control por computador físico+lógico)
- Sistemas sociales (inflación, mortalidad, macroeconomía, ...).

- La ciencia genera **modelos matemáticos** de los mismos: ecuaciones. Propiedades de las ecuaciones se corresponden con propiedades de los sistemas originales: **Teoría de Sistemas**.

 ©2025, A. Sala

Modelos

- Un "modelo" de un sistema físico es una **aproximación** con otro sistema más "**simple**" o "**fácil**" de usar/estudiar:
  - Sistema inmunitario humano ⇒ Sistema del chimpancé.
  - Red Eléctrica ⇒ programa de computador
  - Sistema solar ⇒ Leyes de Kepler, Newton...

- El modelo "perfecto" 0% error es, en general, **inalcanzable**, excepto en casos extremadamente simples.
  - Sólo una "copia perfecta" inicializada en el mismo "estado inicial", haciendo los mismos experimentos que se harán sobre el "original"... difícil de conseguir.

 ©2025, A. Sala

Modelos matemáticos

Desde hace 2500 años (Pitágoras), nace el uso de los números (matemáticas) para describir el mundo "objetivo".

Modelo matemático: Aproximación de una entidad física en lenguaje matemático

- En control, ecuaciones algebraico-diferenciales ($\dot{x} = f(x, y, t)$, $0 = g(x, y, t)$), ecuaciones en diferencias ($x_{k+1} = f(x_k, y_k, k)$)

El modelo perfecto es inalcanzable:

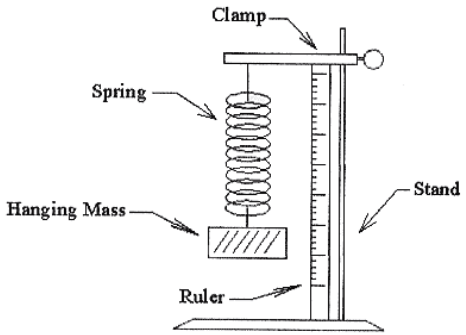
- Todos los procesos reales son **no-lineales**, de **orden infinito**, sujetos a entradas (ruido) **impredecibles**

Modelos computacionales: convertir el modelo matemático (aprox.) en un programa de computador: **SIMULACIÓN**.

 ©2025, A. Sala

No todo es matemáticas

- Oscilador mecánico:



Vertical Spring-Mass Oscillator

SOURCE: http://johnabbott.qc.ca/webpages/departments/physics/kerr/new/PhysicsKerr/FallWinter2001NYC/Experiments/ExpOne.pdf

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt} = -\kappa x - \beta \dot{x} + g$$

  - Las ecuaciones no consideran cómo de grueso ha de ser el acero del muelle, cómo hay que soldar, qué aleación usar, vibraciones laterales, fallos por fatiga, necesidad de arandelas en tornillos, ...

Ingeniería: hacer que las cosas funcionen mediante matemáticas + colección de "recetas" y "técnicas" ideadas y refinadas a base de experimentos.

- Programación, cableado, mantenimiento, seguridad, compras, ...

Clasificación de **sistemas**

- Por su naturaleza/tecnología: (ejemplos transp. anteriores)
- Por sus propiedades (abstractas):
  - Sistemas **estáticos**: relación en **mismo** instante de tiempo.
    - Resistencia $v(t) = R \cdot i(t)$, fricción $F = \mu \cdot \text{signo}(v)$,...
  - Sistemas **dinámicos**: relación en **diferentes** instantes de tiempo.
    - Depósito: $nivel(t) = nivel(0) + \int_0^t caudal(\tau)\, d\tau$,
      - nivel **actual** depende de caudales **pasados** – *Sist.* **recurrente**
    - Sistemas dinámicos **causales**: el valor presente de una señal es función de valores **presentes y pasados** de ella u otras.
      - Todos los sistemas físicos se supone que lo son (en física *clásica*).
    - Sistemas **realizables**: todas las señales son finitas para t finito.
    - Otras propiedades: estable/inestable, controlable/observable, mínimo, ...

Clasificación de **señales** por su efecto en el sistema

- Señal de **entrada**: puede variar de forma autónoma, no influida por otras variables del sistema (**causa**).
  - Entrada **manipulada** por un **usuario**: fuente de tensión, interruptor, calentador...
  - **Perturbación**: Interferencias, temp. ambiente, impurezas en reactivos, ...
- Señales dependientes de las entradas (**efecto**):
  - Señal de **salida**: aquéllas que son de interés para un usuario.
  - Variables **internas**: el resto.

- Variables de **estado**: conjunto de variables no-entradas asociadas a fenómenos que almacenan la "energía" que causará el "movimiento" futuro (ver más adelante).

 ©2025, A. Sala

Conclusiones

- Sistemas y señales (información que varía en el tiempo) se abstraen como modelos matemáticos.
- Sistemas: relación entre señales
- **En Matemáticas:** Señales: funciones; Sistemas: ecuaciones algebraico-diferenciales (DAE)
- Concepto de entrada (manipulada/perturbación), variables de salida, variables internas, variables de estado.

 ©2025, A. Sala