

Introducción a Identificación de Sistemas

Antonio Sala Piqueras

Mínimos cuadrados estático

Notas de clase sobre control de sistemas multivariables/complejos

Dept. Ing. Sistemas y Automática (DISA)

Universitat Politècnica de València (UPV)

– Video-presentación disponible de algunas de las secciones –



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Conceptos previos

- Se recomienda revisar conceptos de matrices, pseudoinversas, optimización, mínimos cuadrados en notas de asignaturas previas o, brevemente, en: personales.upv.es/asala/videos/mgo.html
- Asimismo, conceptos básicos de estadística; una escueta revisión aparece en: personales.upv.es/asala/videos/est1.html
 - Aconsejable, quizás para una segunda lectura, los conceptos de predicción lineal óptima y su aplicación al observador óptimo (Filtro de Kalman), personales.upv.es/asala/videos/est2k.html



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Sección 1

Otras variaciones del problema Mínimos cuadrados



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Subsección 1

Identificación de Modelos No lineales (estáticos)

Video-presentación disponible en:

personales.upv.es/asala/videos/id3.html



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Modelos NO lineales

Problema a resolver: Dados y , X ,

- identificar un modelo determinista

$$y = \mu(X, \theta), \quad \hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \|y - \mu(X, \theta)\|_2$$

- o aleatorio, ajustar θ “puntual” $\hat{\theta}$ para que f función de densidad de probabilidad

$$f(y|x, \theta)$$

verifique max-likelihood (el $\hat{\theta}$ que hace y más probable), u otros criterios probabilísticos.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Casos posibles

- [Fácil] Modelos lineales en parámetros:

$$y = \mu_x(X)\theta, \quad y = \mu_x(X)\theta + v, \quad v = \mathcal{N}(0, V)$$

- Se pueden extrapolar algunas conclusiones
- [Difícil] Caso general, no-lineal en parámetros
 - Optimización no-lineal genérica, fmincon...
 - Se pueden sacar algunas conclusiones a partir de la linealización:

$$\Delta y \approx \frac{\partial \mu}{\partial \theta}(x, \theta_{pf}) \Delta \theta$$



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Modelos NO lineales, lineales en parámetros

Independencia estadística **no** se puede “probar” ... se puede probar que no hay “correlación” (lineal) entre y y X , o entre $y - X\hat{\theta}$ y X .

- Puede existir correlación entre $y - X\hat{\theta}$ y funciones **no lineales** añadidas a X que permitan predecir con más precisión.
 - Ajuste polinomial:

$$y = \underbrace{\left[\overbrace{x_1 \ x_2}^{\text{func. lineal de los datos}} \ x_1 x_2 \ x_1^2 \ x_2^2 \ x_1^2 x_2 \ \dots \ x_2^3 \right]}_X \cdot \theta$$

- Otros ajustes: splines, redes neuronales,
- En general, modelo $y = f(X)\theta + v$, $v = \mathcal{N}(0, V)$ permite:
 - Identificar θ por mínimos cuadrados (normales, recursivo...).
 - Mismas conclusiones teóricas (varianza, etc.) sustituyendo X por $f(X)$.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Modelos NO lineales en parámetros

Considerar $y = f(x, \theta)$.

- Si se supone que los parámetros “reales” θ están cerca de unos parámetros nominales θ^N conocidos...

El SVD de la linealización $\frac{\partial f}{\partial \theta}$, evaluado en (x, θ^N) , nos indica la información del experimento para identificar ese modelo no lineal –si los datos correctos están cerca del pto. de linealización–.

- Las variables de distrib. normal, pasadas por funciones no lineales dejan de tener distrib. normal. Moda, media, predicción mínimo-cuadrática, ya **no** coinciden; además, describir las funciones de densidad se complica...

Matlab: `fitnlm` ajusta un modelo no-lineal en parámetros, y `predict` realiza predicciones incluyendo los intervalos de confianza estadísticos.

and Machine Learning toolbox]



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

[Statistics

Conclusiones

- Identificación es de gran relevancia práctica en I+D.
- Problemas de identificabilidad/diseño de experimentos no suele haberlos en “sistema con 6 parámetros ajustables muestreado cada 2 ms con sensor 16 bits durante 3 horas con entrada quasi-aleatoria”.
- Pero sí los hay, y serios en:
 - Páncreas artificial: modelo biomecánico de 30 parámetros ajustables. ¿Qué dar de comer al paciente? ¿Cuánto debe durar el ensayo? ¿realmente son los 30 parámetros importantes para predecir la curva de glucosa? ¿Cada cuánto medir y con qué precisión?
 - Ensayo en producción: los incrementos de entradas deben ser pocos (para no tener que tirar producto), y donde algunos resultados deben obtenerse de un análisis “caro” que “tarda 3 horas”.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA