

Interconexión de sistemas en representación interna: casos no realimentados

Antonio Sala

Notas sobre control de sistemas complejos

DISA – Universitat Politècnica de València

Presentación en vídeo en: <http://personales.upv.es/asala/YT/V/opss.html>



UNIVERSITAT
POLITÀCNICA
DE VALÈNCIA

Introducción

Motivación:

En un diagrama de bloques pueden aparecer elementos en representación interna (de hecho, es recomendable en control multivariable).

Objetivos:

Comprender cómo calcular la representación interna de interconexiones sencillas de sistemas.

Contenidos:

Selección de variables, conexión en cascada, en paralelo (suma).



UNIVERSITAT
POLITÉCNICA
DE VALÈNCIA

Selección de variables

En algunos casos se dispone de un modelo con muchas entradas y salidas, pero se desea analizar las propiedades del mismo ante un:

- Subconjunto de **entradas**, y el resto se supone en p.f. ($=0$), o
- Subconjunto de **salidas**, el resto se consideran no de interés (aislar subsistema, conjunto limitado de sensores, ...)

Dado el sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

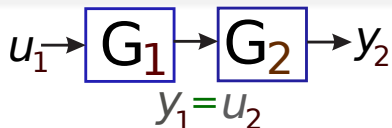
► Un subconjunto de **entradas** se selecciona eliminando las **columnas** de B y D asociadas al resto.

► Un subconjunto de **salidas** se selecciona eliminando las **filas** de C y D asociadas al resto.

Eliminar entradas disminuye la capacidad de “mover” el estado (controlabilidad), eliminar salidas disminuye la capacidad de “medir” el estado (observabilidad).



Conexión en cascada



► En FdT es $G_2(s)G_1(s)$.

Sean los sistemas:

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1$$

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2$$

$$y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1$$

$$y_2 = C_2 x_2 + D_2 u_2$$

interconectados con $u_2 = y_1$, esto es $u_2 = C_1 x_1 + D_1 u_1$. Resulta:

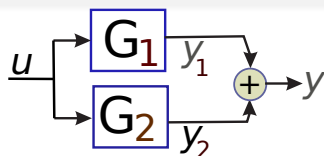
$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 D_1 \end{pmatrix}}_B u_1$$

$$y_2 = \underbrace{\begin{pmatrix} D_2 C_1 & C_2 \end{pmatrix}}_C \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} D_2 D_1 \end{pmatrix}}_D u_1$$



UNIVERSITAT
POLITÉCNICA
DE VALÈNCIA

Conexión en paralelo



► En FdT es $G_2(s) + G_1(s)$.

Los sistemas:

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1$$

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2$$

$$y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1$$

$$y_2 = C_2 x_2 + D_2 u_2$$

interconectados con $u_1 = u_2 = u$, $y = y_1 + y_2$ resultan en:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}}_B u$$

$$y = \underbrace{\begin{pmatrix} C_1 & C_2 \end{pmatrix}}_C \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{(D_1 + D_2)}_D u$$



UNIVERSITAT
POLITÉCNICA
DE VALÈNCIA

Conclusiones

- La selección de un subconjunto de entradas (salidas) de interés en un modelo se realiza seleccionando el subconjunto asociado de columnas de B y D (filas de C y D).
- La interconexión en cascada/suma de sistemas tiene una representación en variables de estado que se obtiene a partir de las matrices de la representación de los sistemas intervinientes.
- En la mayor parte de casos, resulta computacionalmente más sencilla que la multiplicación de matrices de transferencia en un caso **multivariable**: no es necesario, ni recomendable en muchos casos, el pasar a matriz de transferencia para operar con un diagrama de bloques multivariable.
- Las conexiones realimentadas o con inversas de sistemas se dejan para otra presentación, por brevedad.