

Selección de actuadores y variables a controlar: referencias régimen permanente

Antonio Sala

DISA-UPV

Video-presentación disponible en:

<http://personales.upv.es/asala/YT/V/sarefp1.html>, <http://personales.upv.es/asala/YT/V/sarefp2.html>



UNIVERSITAT
POLITÀCNICA
DE VALÈNCIA

Estrucutura del vídeo

Motivación: Seleccionar combinaciones de salidas controladas y actuadores que las muevan lo suficiente.

Objetivo: Comprender las condiciones para que pueda alcanzarse un conjunto de salidas sin saturar actuadores (en equilibrio).

Contenido: Planteamiento del problema, condiciones sobre inversa/pseudoinversa, poliedro no vacíos, conclusiones.



Motivación, Preliminares

Ingeniería de sistemas: proyectar sistemas **fáciles de controlar**.

- ① Seleccionar punto de operación
- ② **Seleccionar actuadores automáticos y variables controladas (tienen referencia)**
- ③ Seleccionar sensores
- ④ Diseñar control.

2. Los actuadores deben ser capaces de mover “mucho” las variables seleccionadas para ser controladas:

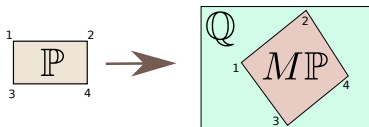
- **Para seguir incrementos grandes de referencia.**
- Para cancelar efectos de perturbaciones grandes.

Al menos en equilibrio (**régimen permanente**)... si eso se cumple, determinar “con qué rapidez” (análisis transitorio).

Transformaciones de poliedros

Una transformación **lineal** $r = Mx$ (también **afín** $r = Mx + n$) **transforma** rectas en rectas, planos en planos... **poliedros en poliedros**:

$$\mathbb{P} := \{x : Rx \leq \lambda\} \Rightarrow (M\mathbb{P}) = \bigcup_{x \in \mathbb{P}} Mx$$



El poliedro $M\mathbb{P}$ está **dentro** de otro poliedro \mathbb{Q} **sí y sólo sí** para todo $\nu \in \text{vert}(\mathbb{P})$, $M\nu \in \mathbb{Q}$.

Seguimiento de Referencias (rég. perm)

Modelo: Se tiene ganancia linealizada $y = Gu$, $y \in \mathbb{R}^q$, $u \in \mathbb{R}^m$.

Objetivo: Se desea comprobar si todas las combinaciones “extremas” de salidas deseadas pueden conseguirse sin saturar los actuadores: la ganancia debe ser “suficientemente grande”.

Suponemos que queremos $y \in \mathbb{B}_q$, siendo \mathbb{B}_q el hipercubo cuyos vértices ν_i , $i = 1, \dots, 2^q$, son todas las combinaciones de límites inferior/superior de cada variable y .

Si $\bar{u}_i = \text{inv}(G)\nu_i$ es admisible (no satura actuador), para todo $i = 1, \dots, 2^q$, entonces se puede controlar sin saturar, con error nulo. [$m = q$]

Demostración: transformación lineal de poliedros, $G^{-1}\mathbb{B}_q$ no satura si para todo $y \in \text{Co}(\nu_1, \dots, \nu_{2^q})$, $u \in \text{Co}(\text{pinv}(G_{\text{esc}})\nu_1, \dots, \text{pinv}(G_{\text{esc}})\nu_{2^q})$.

*Los poliedros no tienen por qué ser simétricos.



UNIVERSITAT
POLITÉCNICA
DE VALÈNCIA

Ejemplo

Sistema 2 entradas y 2 salidas linealizado alrededor del punto $y_e = (6, -4)$, $u_e = (5, 1.5)$, ganancia estática: $G = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$. Los actuadores tienen límites de saturación: $0 \leq u_1 \leq 8$, $0 \leq u_2 \leq 2$. Comprobar (aproximadamente, basándose en el modelo linealizado) si los actuadores pueden mover las salidas a cualquier punto del rango $\mathbb{B}_q = \{3 \leq y_1 \leq 8, -6 \leq y_2 \leq -3\}$.

Solución:

- [1] Pasamos a coord. incrementales, $-5 \leq \Delta u_1 \leq 3$, $-1.5 \leq \Delta u_2 \leq 0.5$, $-3 \leq \Delta y_{e,1} \leq 2$, $-2 \leq \Delta y_{e,2} \leq 1$.
- [2] Enumeramos vértices de salida: $\{(-3, -2), (-3, 1), (2, -2), (2, 1)\}$
- [3] Comprobamos G^{-1} por cada vértice:

$$G^{-1} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.7 \\ 1.8 \end{pmatrix}, \quad G^{-1} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.8 \end{pmatrix}, \quad G^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

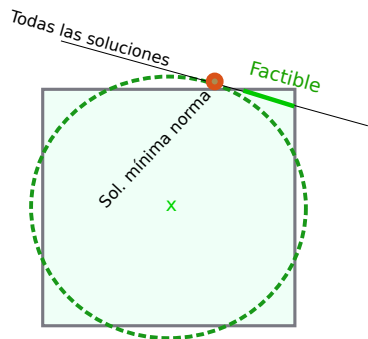
*Dos números se salen de rango de Δu , **no** se puede hacer las maniobras deseadas.

Escalado: En situación **simétrica** alrededor del pto. func. y con variables adecuadamente **escaladas**, los vértices de Δu , Δy admisibles son las combinaciones con coordenadas ± 1 .

Factibilidad con exceso de actuadores

¿Sustituir inversa con pseudoinversa (escalada)? Si $\bar{u} = \text{pinv}(G_{\text{esc}})\nu_i$ no satura, se puede controlar. Razonable y rápido... pero **conservativo**:

- $\nu_i = Gu$ tiene **infinitas soluciones**: la solución de menor norma no está en un poliedro, pero puede existir otra de mayor radio que sí lo esté.



Región válida de accs. control:

$$\mathbb{B}[u] := \{u : Ru \leq \lambda\}$$

Comprobar si el poliedro

$$\{u : \nu_i = Gu, Ru \leq \lambda\}$$

no es vacío (para cada ν_i).

Por ejemplo, si `linprog(ones(1,m), R, λ, G, νi)` o `quadprog(eye(m), zeros(1,m), R, λ, G, νi)` no devuelven solución vacía/error.

Conclusiones

- Los grupos de “salidas controladas” y “actuadores para control” están bien elegidos si los actuadores pueden mover a las salidas como mínimo a los extremos de un rango prefijado.
- Cualitativamente, con modelo $y = Gu$, G “suficientemente grande”.
- Cuantitativamente: comprobar $u = G^{-1}v_i$ es factible (no satura), que $u = \text{pinv}(G) * v_i$ no satura o, más exacto, comprobar que los poliedros $\{v_i = Gu, Ru \leq \lambda\}$ no son vacíos.