

# Programa de Álgebra Matricial

## Tema 1. Álgebra matricial

- 1.1 Motivación: problemas sencillos que plantean grandes sistemas lineales.
- 1.2 Matrices: Definiciones básicas. Operaciones. Determinantes. Matriz inversa.
- 1.3 Aplicaciones: procesos de Markov y matrices de transición; Grafos y matrices de adyacencia.
- 1.4 Matrices por bloques y aplicaciones.

## Tema 2. Sistemas de ecuaciones lineales.

- 2.1 Definiciones básicas y ejemplos.
- 2.2 Método de eliminación de Gauss.
- 2.3 Algoritmo de Jordan-Gauss. Cálculo de la inversa. Número de operaciones.
- 2.4 Factorización LU. Aspectos computacionales. Descomposición de Cholesky. Resolución simultánea de sistemas.
- 2.5 Errores de redondeo. Pivotación parcial.

## Tema 3. Aplicaciones lineales.

- 3.1 Motivación, definiciones básicas y ejemplos.
- 3.2 Imagen y núcleo. Teorema de las dimensiones. Aplicación inversa.
- 3.3 Operaciones con aplicaciones lineales.
- 3.4 Representación matricial de una aplicación lineal.
- 3.5 Cambio de base.
- 3.6 Matrices semejantes. Propiedades.

## Tema 4. Problemas de valor propio y diagonalización.

- 4.1 Motivación: problemas de valor propio y sistemas vibrantes.
- 4.2 Valores y vectores propios de un endomorfismo. Ejemplos básicos.
- 4.3 Subespacio propio. Multiplicidad geométrica.
- 4.4 Problemas de valor propio matriciales.

- 4.5 Valores y vectores propios de un endomorfismo y de sus representaciones matriciales.
- 4.6 Diagonalización de endomorfismos y matrices. Teorema espectral.
- 4.7 Diagonalización ortogonal de matrices simétricas de tamaños 2 y 3.
- 4.8 Aplicaciones. Ecuaciones en diferencias.

**Tema 5.** Espacio Euclídeo.

- 5.1 Motivación: Geometrías en  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  y  $\mathbb{R}^n$ . Producto interior en  $\mathbb{R}^n$ . Producto interior en un espacio vectorial euclídeo (e.v.e.).
- 5.2 Distancia en un e.v.e. Norma. Propiedades de la norma.
- 5.3 Ortogonalidad. Bases ortonormales. Importancia de las bases ortonormales.
- 5.4 Proceso de Gram-Schmidt. Polinomios de Legendre y de Tchebyschev. Introducción a las series de Fourier.
- 5.5 Factorización QR de una matriz de columnas independientes.
- 5.6 Matrices ortogonales y unitarias.

**Tema 6.** Proyecciones ortogonales y aproximación

- 6.1 Motivación, ejemplos y planteamiento general del problema.
- 6.2 Ortogonalidad. Descomposición ortogonal Única. Proyección ortogonal y teorema de mejor aproximación.
- 6.3 Mínimos cuadrados. Ecuaciones normales. Propiedades e inconvenientes de  $A^t A$ .
- 6.4 Aproximación funcional.

**Tema 7.** Principios de mínimo.

- 7.1 Formas cuadráticas. Minimización y sistemas lineales.
- 7.2 Minimización y problemas de valor propio. Cociente de Rayleigh. Principios minimax.