

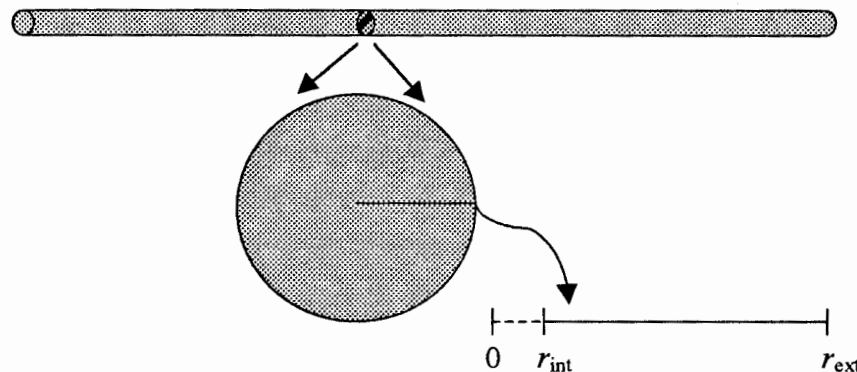
# E.T.S.I. TELECOMUNICACION

## ECUACIONES DIFERENCIALES

Examen ordinario Junio de 2002.

### PROBLEMA 1.

Ciertos problemas tridimensionales pueden ser aproximados mediante modelaciones unidimensionales, debido a sus características geométricas y físicas. Es el caso de cables, tubos, fibras, etc., de geometría cilíndrica larga (de modo que el efecto de los extremos puede despreciarse), por lo que inicialmente bastará realizar el estudio en una sección recta arbitraria del cilindro. Pero, dada la simetría axial, también es posible realizar el estudio en solamente uno, o parte de uno de sus radios. Tal es el caso del potencial entre cables coaxiales, de la distribución de temperaturas en la vaina metálica de refrigeración que contiene material radioactivo en un reactor nuclear, de la distribución de la concentración de alguna sustancia activa en una fibra muscular, etc., etc. En estos problemas se está interesado en la distribución de una magnitud primaria (potencial, temperatura, concentración, etc.) en función de su distancia al centro del cilindro, es decir en función de  $r$ , que varía entre  $r_{\text{int}}$  (radio interior) y  $r_{\text{ext}}$  (radio exterior), siendo, obviamente,  $0 \leq r_{\text{int}} < r_{\text{ext}}$ .



Consideraremos aquí la ecuación unidimensional que se obtiene para ciertos modelos al considerar las características anteriores:

$$\frac{d^2 C}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dC}{dr} = K$$

donde  $C(r)$  es la magnitud cuya distribución se desea estudiar y  $K$  es una propiedad material, que aquí tomará un valor constante. Se pide

- Integrar esta ecuación diferencial de las tres formas siguientes
  - Obtener una solución de la ecuación homogénea de la forma  $C_1 = r^\alpha$ , luego hallar otra solución  $C_2$  independiente de  $C_1$  y obtener la solución completa por variación de parámetros.
  - Multiplicar la ecuación por  $r^2$ , reconocer de qué tipo es e integrarla.
  - Observar que falta la variable dependiente, realizar el cambio necesario e integrarla.
- Considerar las condiciones de contorno  $C(r_{\text{int}}) = C_0$  (condición de Dirichlet) siendo  $r_{\text{int}} > 0$ ,  $C'(r_{\text{ext}}) = 0$  (condición de Neuman homogénea) y obtener la solución del problema de frontera. Particularizar para los valores  $r_{\text{int}} = 0.2$ ,  $r_{\text{ext}} = 1$ ,  $C_0 = 1$ .
- Obtener, para los valores numéricos del apartado anterior, la solución aproximada por diferencias finitas con  $h = 0.2$ .
- Representar y comparar las soluciones obtenidas.

Puntuación: a) 6, b) 1, c) 2, d) 1

## PROBLEMA 2.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones de orden superior:

$$\left. \begin{aligned} x' - x + y'' &= t^2 \\ x' + x + y' &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- a) Conviértalo en un sistema de ecuaciones de orden 1.
- b) Halle la solución de la homogénea.
- c) Halle una solución particular de la no homogénea.
- d) Halle la solución del sistema que verifica las condiciones iniciales  
 $x(0) = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 2.$

Puntuación: a) 2, b) 5, c) 2, d) 1