

# E.T.S.I.TELECOMUNICACION

ECUACIONES DIFERENCIALES. Examen ordinario de Junio de 1997.

ALGEBRA LINEAL Y ECUACIONES DIFERENCIALES (primera parte).

## PROBLEMA 1.

Se considera el problema de contorno en el intervalo  $[0,3]$

$$2(x+1)^2 y'' + y = x + 2$$
$$y(0) = y(3) = 2$$

- Utilice el cambio de variable independiente  $x + 1 = t$  para transformar la ecuación diferencial homogénea en una ecuación de Euler y resuélvala.
- Obtenga la solución del problema planteado.
- Obtenga una solución aproximada de la forma  $\tilde{y}(x) = 2 + \alpha \sin \frac{\pi x}{3} + \beta \sin \frac{2\pi x}{3}$  utilizando los puntos  $x = 1$  y  $x = 2$  como puntos de colocación. Compare con los resultados exactos en  $x = 1$  y  $x = 2$ .

Puntuación: a) 3 puntos. b) 3 puntos. c) 4 puntos.

## PROBLEMA 2.

Un sistema mecánico está formado por dos muelles acoplados de los que penden sendas masas. El sistema de ecuaciones diferenciales siguiente modeliza el mecanismo en términos del desplazamiento  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  de las masas  $m_1$  y  $m_2$ , respectivamente

$$m_1 y_1'' = -k_1 y_1 + k_2 (y_2 - y_1) - c_1 y_1' + F_1(t)$$
$$m_2 y_2'' = -k_2 (y_2 - y_1) - c_2 y_2' + F_2(t)$$

Los coeficientes  $k_1$  y  $k_2$  son las constantes elásticas positivas de los muelles; los  $c_1$  y  $c_2$ , también positivos, son los coeficientes de amortiguamiento y las funciones  $F_1$  y  $F_2$  representan el forzamiento exterior

- Transforme este sistema de orden 2 en otro equivalente de orden 1 en forma matricial.
- Utilice los valores numéricos  $m_1 = 2$ ,  $m_2 = 4$ ,  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 2$ ,  $c_1 = 3$ ,  $c_2 = 0$  y obtenga un sistema fundamental de soluciones reales para el sistema homogéneo. (Nota: utilice la descomposición  $4\lambda^4 + 6\lambda^3 + 12\lambda^2 + 3\lambda + 3 \equiv 4(\lambda^2 + 1.4\lambda + 2.5)(\lambda^2 + 0.14\lambda + 0.30)$ , para factorizar de manera aproximada el polinomio característico y obtener los valores propios; trabaje siempre con *dos cifras significativas*).
- Obtenga una solución particular si  $F_1(t) = e^t$ ,  $F_2(t) = 1$ .
- Obtenga la solución del problema para condición inicial nula en desplazamiento y velocidad para ambas masas. Describa el estado límite del sistema.

Puntuación: a) 2; b) 3; c) 2; d) 3.