La ley de Gauss permite estimar el exceso de masa debajo de una superficie, en donde la componente vertical de la gravedad es conocida.

Supongamos que conocemos la componente vertical g_z del campo gravitatorio creado por una distribución de masas con masa total M, que la suponemos por debajo del plano $z = 0$. Encerramos esta distribución en la semiesfera $V = \{\mathbf{x} : \|(x, y, z)\| \leq R, z \leq 0\}$. Sea S_1 la tapa superior (el círculo $z = 0$, $x^2 + y^2 \leq R^2$) y S_2 el resto de la semiesfera. Por la ley de Gauss,

$$-4\pi GM = \iint_{S_1} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\vec{S} + \iint_{S_2} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\vec{S}. \tag{1}$$

Ahora bien, en S_1 el vector normal exterior unitario es $(0, 0, 1)$. Por lo que

$$\iint_{S_1} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_1} g_z(x, y, 0)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y. \tag{2}$$

Para simplificar la integral sobre S_2 usaremos coordenadas esféricas. El vector normal exterior unitario es $\mathbf{e}_\rho$. Recordando que $\mathbf{E} = -\nabla U$ y usando la expresión del gradiente en coordenadas esféricas;

$$\langle \mathbf{E}, \mathbf{e}_\rho \rangle = -\langle \nabla U, \mathbf{e}_\rho \rangle = -\left\langle \frac{\partial U}{\partial \rho}\mathbf{e}_\rho + \frac{1}{\rho\cos\phi}\frac{\partial U}{\partial \lambda}\mathbf{e}_\lambda + \frac{1}{\rho}\frac{\partial U}{\partial \phi}\mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_\rho \right\rangle = -\frac{\partial U}{\partial \rho}.$$

Por lo que

$$\iint_{S_2} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = -\int_0^{2\pi}\int_{-\pi/2}^{0} \frac{\partial U}{\partial \rho}(R, \phi, \lambda) R^2 \cos\phi\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\lambda.$$

Si el punto $\mathbf{P}$ donde medimos el potencial está lejos de la distribución de masas, se tiene que $\mathrm{d}(\mathbf{P}, \mathbf{X}) \simeq \mathrm{d}(\mathbf{P}, \mathbf{0}) = \|\mathbf{P}\|$, para los $\mathbf{X}$ que crean el campo. Por tanto

$$U(\mathbf{P}) = -G \iiint_V \frac{\delta(\mathbf{X})}{\mathrm{d}(\mathbf{X}, \mathbf{P})}\,\mathrm{d}\mathbf{X} \simeq -\frac{G}{\|\mathbf{P}\|}\iiint_V \delta(\mathbf{X})\,\mathrm{d}\mathbf{X} = -\frac{GM}{\|\mathbf{P}\|}.$$

Interprétese físicamente esta ecuación.

Por tanto $U(\rho, \phi, \lambda) \simeq -GM/\rho$, luego $\partial U/\partial\rho \simeq GM/\rho^2$. Luego

$$\iint_{S_2} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\vec{S} \simeq -\int_0^{2\pi}\int_{-\pi/2}^{0} \frac{GM}{R^2} R^2 \cos\phi\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\lambda = -2\pi GM. \tag{3}$$

Por (1), (2) y (3) se obtiene

$$\iint_{S_1} g_z(x, y, 0)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \simeq -2\pi GM. \tag{4}$$

En principio la ecuación (4) proporciona un método para medir las anomalías del campo gravitatorio producidas por un exceso de masa. Obsérvese que no se necesita conocer ni la densidad ni la forma de las masas que crean el campo. Sin embargo este método tiene sus limitaciones: sobre todo, debido a que fuentes aisladas no existen en la naturaleza, y es difícil separar las masas de interés de las que no lo sean.