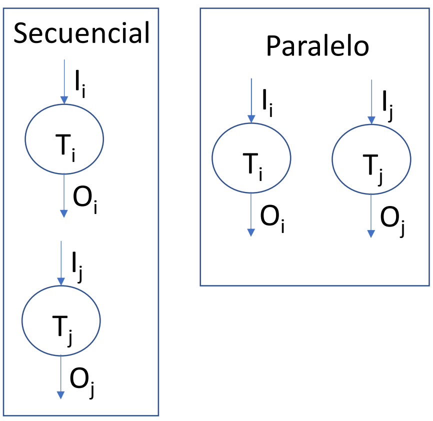
Transparencias adicionales T2

1

Condiciones de Bernstein



1. Si $O_i \cap I_j \neq \emptyset$, entonces puede suceder que una variable de entrada es usada por T_j cuando no ha sido modificada por T_i (**dependencia de flujo**)
2. Si $O_j \cap I_i \neq \emptyset$, entonces puede suceder que una variable de salida de T_j sea modificada, no habiéndose sido leída por T_i (**anti-dependencia**)
3. Si $O_i \cap O_j \neq \emptyset$, entonces puede suceder las dos tareas estén intentando a la vez modificar una variable de salida (**dependencia de salida**)

Condiciones de Bernstein para la independencia de tareas:

$$O_i \cap I_j = \emptyset \quad O_j \cap I_i = \emptyset \quad O_i \cap O_j = \emptyset$$

Para que $\mathbf{T_i}$ y $\mathbf{T_j}$ (en secuencial $\mathbf{T_i}$ precede a $\mathbf{T_j}$) puedan ejecutarse en paralelo es necesario que independientemente de la ejecución en paralelo de ambos el resultado final sea el mismo que la ejecución secuencial

2

Dependencia entre iteraciones en un bucle (Tr T2-15)

```
for (i=1; i<n; i++) {
   b[i] = b[i] + a[i-1];
   a[i] = a[i] + c[i];
}
```

i=1
b[1] = b[1] + a[0]
a[1] = a[1] + c[1]

i=2
b[2] = b[2] + a[1]
a[2] = a[2] + c[2]

i=3
b[3] = b[3] + a[2]
a[3] = a[3] + c[3]

……

i=n-3
b[n-3] = b[n-3] + a[n-4]
a[n-3] = a[n-3] + c[n-3]

i=n-2
b[n-2] = b[n-2] + a[n-3]
a[n-2] = a[n-2] + c[n-2]

i=n-1
b[n-1] = b[n-1] + a[n-2]
a[n-1] = a[n-1] + c[n-1]

Hay dependencia entre iteraciones:
Hay una dependencia de flujo en las iteraciones i= 1 e i=2, ya que a[1] es una variable de salida para la iteración i=1 y de entrada para la iteración i=2. Si, por ejemplo, la iteración i=1 la realizara el hilo H0 y la iteración i=2 la realizara el hilo H1, podría ocurrir que se realizase antes la iteración i=2 que la de i=1, por lo que el valor b[2] se calcularía mal.

Problema: Cuando las variables a[i] (salida) y a[i-1] (entrada) se usan en la misma iteración, existirá una dependencia entre iteraciones

Trasparencias T2 3

3

Solución

i=1
b[1] = b[1] + a[0]
a[1] = a[1] + c[1]

i=2
b[2] = b[2] + a[1]
a[2] = a[2] + c[2]

i=3
b[3] = b[3] + a[2]
a[3] = a[3] + c[3]

……

i=n-3
b[n-3] = b[n-3] + a[n-4]
a[n-3] = a[n-3] + c[n-3]

i=n-2
b[n-2] = b[n-2] + a[n-3]
a[n-2] = a[n-2] + c[n-2]

i=n-1
b[n-1] = b[n-1] + a[n-2]
a[n-1] = a[n-1] + c[n-1]

b[1] = b[1] + a[0]

i=1
a[1] = a[1] + c[1]
b[2] = b[2] + a[1]

i=2
a[2] = a[2] + c[2]
b[3] = b[3] + a[2]

a[3] = a[3] + c[3]
……

b[n-3] = b[n-3] + a[n-4]

a[n-3] = a[n-3] + c[n-3]
b[n-2] = b[n-2] + a[n-3]

i=n-2
a[n-2] = a[n-2] + c[n-2]
b[n-1] = b[n-1] + a[n-2]

i=n-1
a[n-1] = a[n-1] + c[n-1]

```
b[1] = b[1] + a[0];
for (i=1; i<n-1; i++) {
   a[i] = a[i] + c[i];
   b[i+1] = b[i+1] + a[i];
}
a[n-1] = a[n-1] + c[n-1];
```

Trasparencias T2 4

4

Cuestión 1-1 (boletín)

Según las condiciones de Bernstein, indica el tipo de dependencias de datos existente entre las distintas iteraciones en los casos que se presentan a continuación. Justifica si se puede eliminar o no esa dependencia de datos, eliminándola en caso de que sea posible

a)

```
for (i=1;i<N;i++)
    x[i-1] = x[i-1] + x[i];
```

⇨

i=1	x[0]=x[0]+x[1]
i=2	x[1]=x[1]+x[2]
i=3	x[2]=x[2]+x[3]
….	…..
i=N-3	x[N-4]= x[N-4]+x[N-3]
i=N-2	x[N-3]= x[N-3]+x[N-2]
i=N-1	x[N-2]= x[N-2]+x[N-1]

⇨

- Hay antidependencias en las iteraciones del bucle **for**
- No se pueden eliminar

5

Cuestión 1-1 (boletín)

b)

```
for (i=0;i<N;i++) {
    a[i] = a[i] + y[i];
    x =2.0+ a[i];
}
```

⇨

i=0	a[0]=a[0]+y[0] x=2.0+a[0]
i=1	a[1]=a[1]+y[1] x=2.0+a[1]
i=2	a[2]=a[2]+y[2] x=2.0+a[2]
….	…..
i=N-1	a[N-3]=a[N-3]+y[N-3] x=2.0+a[N-3]
i=N-2	a[N-2]=a[N-2]+y[N-2] x=2.0+a[N-2]
i=N-1	a[N-1]=a[N-1]+y[N-1] x=2.0+a[N-1]

Hay dependencias de salida en las iteraciones del bucle **for** pues la variable x es de salida en diferentes iteraciones (dependencia de salida)

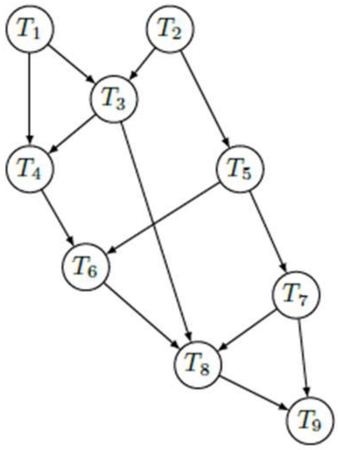
Solución

```
for (i=0;i<N;i++) {
    a[i] = a[i] + y[i];
}
x =2.0+a[N-1];
```


6

Cuestión 1-2 (boletín)

a) Dado el siguiente grafo de dependencias, en donde el coste de las tareas es igual a 1, determinar los caminos críticos, la longitud del camino crítico, el grado máximo de concurrencia y el grado medio de concurrencia



Solución:

Caminos críticos: T1–T3–T4–T6–T8–T9
T2–T3–T4–T6–T8–T9

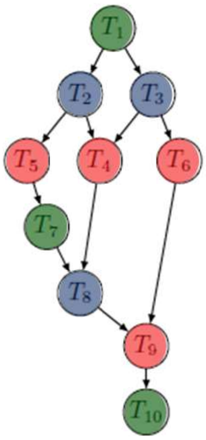
Longitud del camino crítico: L = 6

El grado máximo de concurrencia: 2

El grado medio de concurrencia: $M = \frac{9}{6} = 1.5$

Cuestión 1-2 (boletín)

b) Repite el apartado anterior para el siguiente grafo. Nota: en este caso el coste de cada tarea viene dado en flops (para un tamaño de problema n) según la tabla mostrada



T_1, T_7, T_{10}	$\frac{1}{3}n^3$
T_2, T_3, T_8	n^3
T_4, T_5, T_6, T_9	$2n^3$

Solución:

Camino crítico: T1–T2–T5–T7–T8–T9–T10

Longitud del camino crítico:

$$L = \frac{1}{3}n^3 + n^3 + 2n^3 + \frac{1}{3}n^3 + n^3 + 2n^3 + \frac{1}{3}n^3 = 7n^3$$

Grado máximo de concurrencia: 3

Grado medio de concurrencia:

$$M = \frac{3 \cdot \frac{1}{3}n^3 + 3 \cdot n^3 + 4 \cdot 2n^3}{7n^3} = \frac{12n^3}{7n^3} = \frac{12}{7}$$

Fórmulas para el cálculo de costes

$\boxed{\sum_{i=0}^{n-1} 1 = n}$ $\boxed{\sum_{i=0}^{n-1} k = kn}$ $\boxed{\sum_{i=a}^{b} 1 = b - a + 1}$ $\boxed{\sum_{i=a}^{b} k = k(b - a + 1)}$ $\boxed{\sum_{i=0}^{n-1} i \simeq \frac{n^2}{2}}$ $\boxed{\sum_{i=0}^{n-1} i^2 \simeq \frac{n^3}{3}}$

```
for( i=0; i<n; i++)
   for( j=0; j<n; j++)
      x = x + a[i][j];
```

$$\sum_{i=0}^{n-1} \boxed{\sum_{j=0}^{n-1} 1} = \sum_{i=0}^{n-1} n = n^2 \text{ flops}$$

```
for( i=0; i<n; i++)
   for( j=i; j<n; j++)
      x = x + 3*a[i][j];
```

$$\sum_{i=0}^{n-1} \boxed{\sum_{j=i}^{n-1} 2} = \sum_{i=0}^{n-1} 2(n-1-i+1) = \sum_{i=0}^{n-1} 2(n-i) = 2\sum_{i=0}^{n-1} n - 2\sum_{i=0}^{n-1} i \simeq 2n^2 - 2\frac{n^2}{2} = n^2 \text{ flops}$$

$\boxed{n^3}$ $\boxed{2n\sum_{i=0}^{n-1} i \simeq n^3}$ $\boxed{\frac{n^3}{3}}$

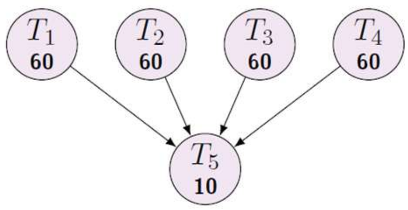
$\|$ $\|$ $\approxeq$

```
for( i=0; i<n; i++)
   for( j=i; j<n; j++)
         for( k=i; k<n; k++)
            x = x + a[i][k];
```

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i}^{n-1} \boxed{\sum_{k=i}^{n-1} 1} = \sum_{i=0}^{n-1} \boxed{\sum_{j=i}^{n-1} (n-i)} = \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 = \sum_{i=0}^{n-1} n^2 - \sum_{i=0}^{n-1} 2ni + \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \simeq \frac{n^3}{3} \text{ flops}$$

Ejemplo

Determinar el speed-up y la eficiencia para la ejecución paralela de las tareas T_1, T_2, T_3 y T_4 de la figura, considerando un número de hilos igual a 4 (p=4)



$$t_1 = 60 + 60 + 60 + 60 + 10 = 250$$

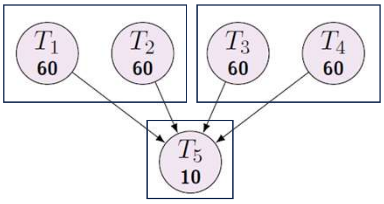
$$t_4 = 60 + 10 = 70$$

$$S_4 = \frac{t_1}{t_4} = \frac{250}{70} \approx 3.57$$

$$E_4 = \frac{S_4}{4} \approx 0.89$$

Ejemplo

Determinar el speed-up y la eficiencia para la ejecución paralela de las tareas T_1, T_2, T_3 y T_4 de la figura, considerando un número de hilos igual a 2 (p=2)



$$t_1 = 60 + 60 + 60 + 60 + 10 = 250$$

$$t_2 = 60 + 60 + 10 = 130$$

$$S_2 = \frac{t_1}{t_2} = \frac{250}{130} \approx 1.92$$

$$E_2 = \frac{S_2}{2} \approx 0.96$$