

Responsable del Tratamiento: Universitat Politècnica de València (UPV)

Finalidad: Prestación del servicio público de educación superior en base al interés público de la UPV (Art. 6.1.e del RGPD).

Ejercicio de derechos y segunda capa informativa: Podrán ejercer los derechos reconocidos en el RGPD y la LOPDGDD de acceso, rectificación, oposición, supresión, etc., escribiendo al correo dpd@upv.es.

Para obtener más información sobre el tratamiento de sus datos puede visitar el siguiente enlace: <https://www.upv.es/contenidos/DPD>.

Propiedad Intelectual: Uso exclusivo en el entorno del aula virtual.

Queda prohibida la difusión, distribución o divulgación de la grabación de las clases y particularmente su compartición en redes sociales o servicios dedicados a compartir apuntes.

La infracción de esta prohibición puede generar responsabilidad disciplinaria, administrativa y/o civil.

OLIMPIADA DE FÍSICA- DISTRITO UNIV. DE VALENCIA 2024-25

Prueba preselección Jueves, 24 de octubre de 2024 Hora: 16-18:30 h

Aulas 114, 115 y 116, Escuela Técnica Superior de Arquitectura, UPV

PROGRAMACIÓN CURSO PREPARACIÓN OLIMPIADA DE FÍSICA

sessió	Fecha	Aula	Horario	Tema	Profesor/a
	05/11/2024 martes	Sala Lise Meitner (Facultat de Física-UV)	de 17 a 18:30	APLAZADA	APLAZADA
	07/11/2024 jueves	Aula 1G 0.1 ETSI Informática (UPV)	de 16 a 19 h	APLAZADA	APLAZADA
1	12/11/2024 martes	on line, se enviará enlace	de 16 a 19:30 h	Presentación (30 min) Mecánica el punto	Ch. Ferrer y M ^a J. Hernández (presentación) Jose A.Gómez (clase)
2	14/11/2024 jueves	on line, se enviará enlace	de 16 a 19 h	Mecánica del punto	José Antonio Gómez
3	19/11/2024 martes	on line, se enviará enlace	de 16 a 19 h	Mecánica del sólido rígido	José Antonio Gómez
4	21/11/2024 jueves	on line, se enviará enlace	de 16 a 19 h	Mecánica del sólido rígido	José Antonio Gómez
5	26/11/2024 martes	on line, se enviará enlace	de 16 a 19 h	Física de fluidos	José Antonio Gómez
6	28/11/2024 jueves	on line, se enviará enlace	de 16:30 a 19:30 h	Campo eléctrico	Jorge Más
7	03/12/2024 martes	on line, se enviará enlace	de 16 a 19 h	Corriente eléctrica	Juan Ángel Sans
8	05/12/2024 jueves	on line, se enviará enlace	de 16 a 19 h	Corriente eléctrica	Juan Ángel Sans
9	10/12/2024 martes	Aula 1G 0.1 ETSI Informática (UPV)	de 16:30 a 19:30 h	Condensadores	Jorge Más
10	12/12/2024 jueves	Aula 1G 0.1 ETSI Informática (UPV)	de 16:30 a 19:30 h	Campo magnético	Jorge Más
11	17/12/2024 martes	Aula 1G 0.1 ETSI Informática (UPV)	de 16:30 a 19:30 h	Inducción em	Jorge Más
12	19/12/2024 jueves	Aula 1G 0.1 ETSI Informática (UPV)	de 16:30 a 19:30 h	Inducción em	Jorge Más
sessió	Fecha	Aula	Horario	Tema	Profesor/a

Mecánica del Punto



- Cinemática.
- Dinámica del punto.
- Gravitación.

Cinemática del punto



- Movimiento de traslación

- Uniforme: $v = (x - x_0)/t = cte$ $x = x_0 + v_0 t$

- Uniformemente acelerado/decelerado: $v = v_0 \pm at$
 $x = x_0 + v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$

- Relativo de dos partículas: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{BA}$ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$

- Movimiento de rotación:

- Uniforme: $\omega = (\theta - \theta_0)/t = cte$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t$

- Uniformemente acelerado/decelerado: $\omega = \omega_0 \pm \alpha t$
 $\theta = \theta_0 + \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$

Problema 2019



Un guarda forestal desea disparar un dardo tranquilizante a un mono que cuelga de una rama. El guarda apunta directamente al mono. En el mismo instante que el guarda dispara el dardo, el mono se suelta de la rama y cae del árbol sin velocidad inicial, esperando evitar el dardo.

a) En el ejemplo de la figura, el mono se encuentra a una distancia horizontal $x=20$ m y a una altura $h=12$ m, y el dardo sale con una velocidad inicial $v_0=40$ m/s. Las distancias están referidas respecto a la posición del rifle de dardos. Determina:

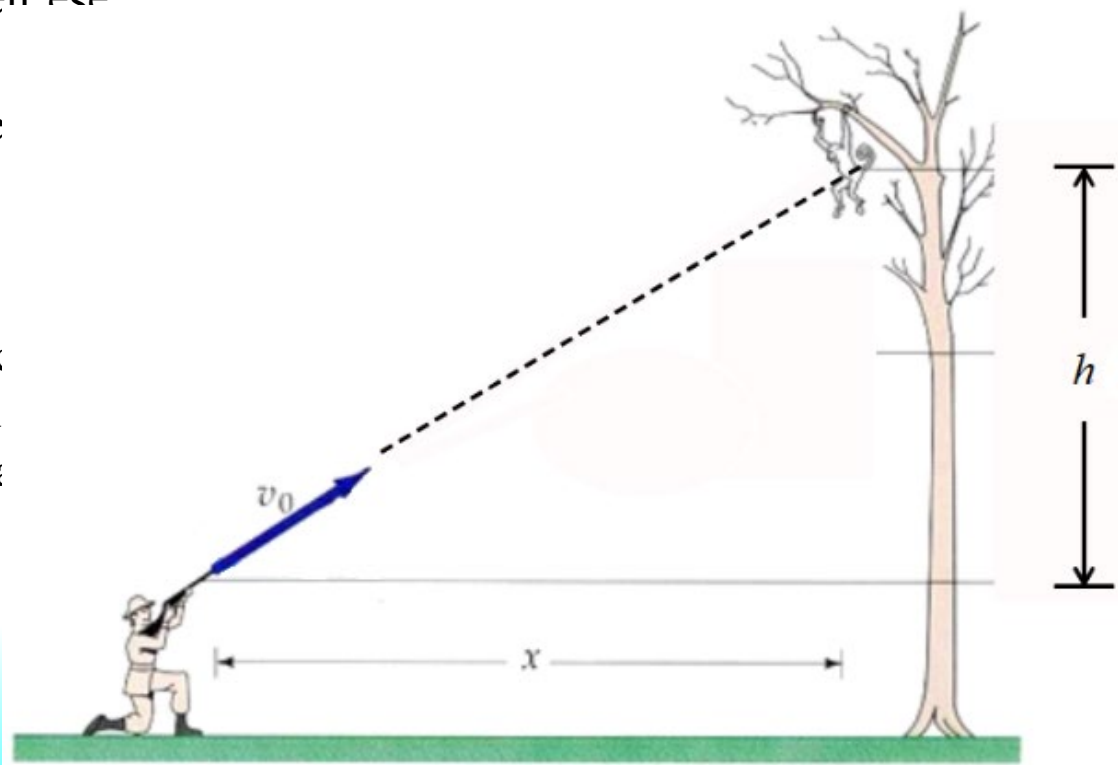
a.1) El tiempo que tarda el dardo en alcanzar el árbol donde se encuentra el mono (en la misma vertical del mono).

a.2) La altura a la que se encuentra el dardo en ese instante.

a.3) La altura a la que se encuentra el mono e instante.

$g=9,8$ m/s².

b) Demostrar que el mono será alcanzado independientemente de cuál sea la velocidad inicial del dardo, con tal que sea suficientemente grande como para recorrer la distancia horizontal que hay hasta el árbol antes de dar contra el suelo.



Problema 2019



a.1)

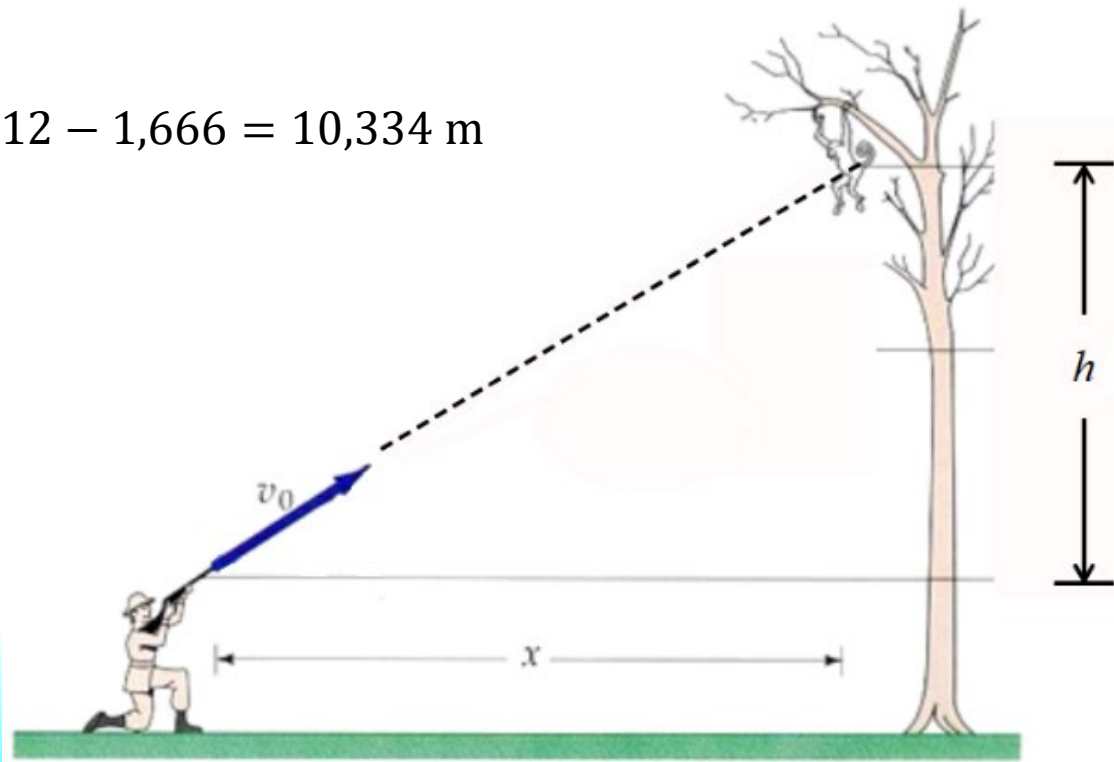
$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{x}{v_0 \cos \theta} = \frac{20}{40 \cdot 20/\sqrt{20^2 + 12^2}} = \frac{\sqrt{544}}{40} = \frac{\sqrt{34}}{10} = 0,583 \text{ s}$$

a.2) Tomando un sistema de referencia cuyo origen de coordenadas se encuentra en la posición del rifle:

$$y_D = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 = 40 \frac{12}{\sqrt{544}} \frac{\sqrt{544}}{40} - \frac{1}{2}9,8 \frac{34}{100} \\ = 12 - 1,666 = 10,334 \text{ m}$$

a.3) En el mismo sistema de referencia

$$y_m = h - \frac{1}{2}gt^2 = 12 - \frac{1}{2}9,8 \frac{34}{100} = 12 - 1,666 = 10,334 \text{ m}$$



Problema 2019



b) Para demostrar que el dardo alcanza al mono, hay que demostrar que cuando el dardo alcanza la vertical del mono,

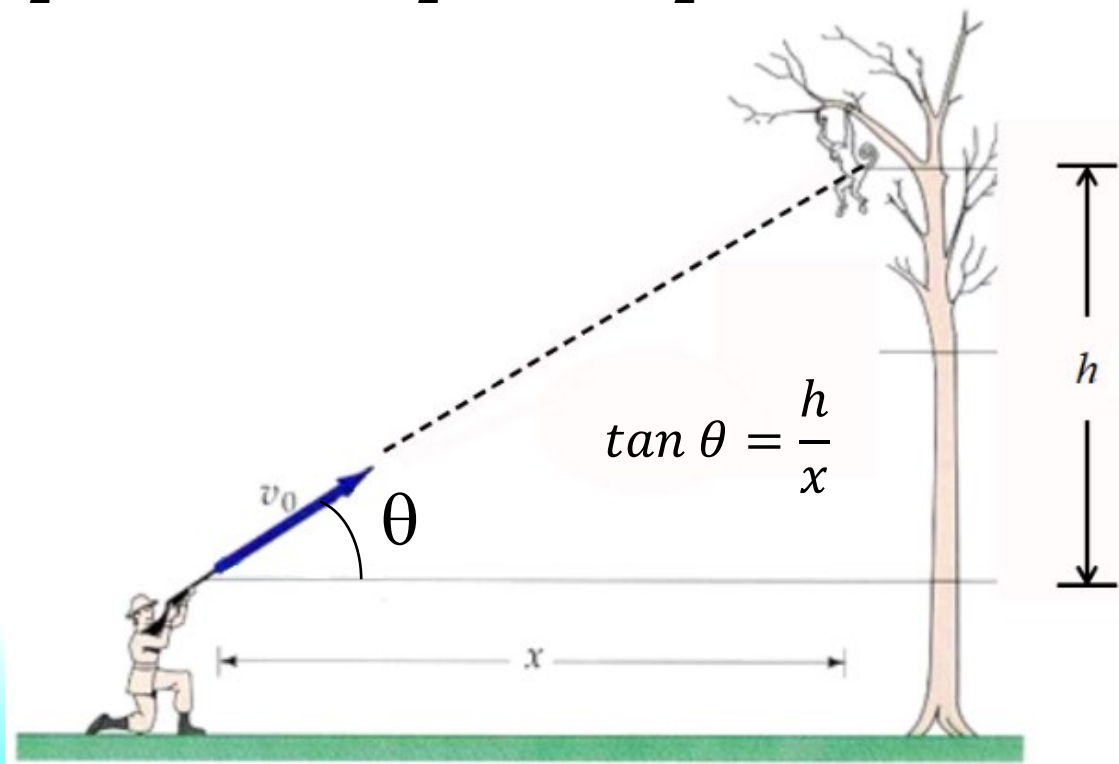
$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$$

La posición y del mono:

$$y_m = h - \frac{1}{2}gt^2$$

es igual a la posición y del dardo:

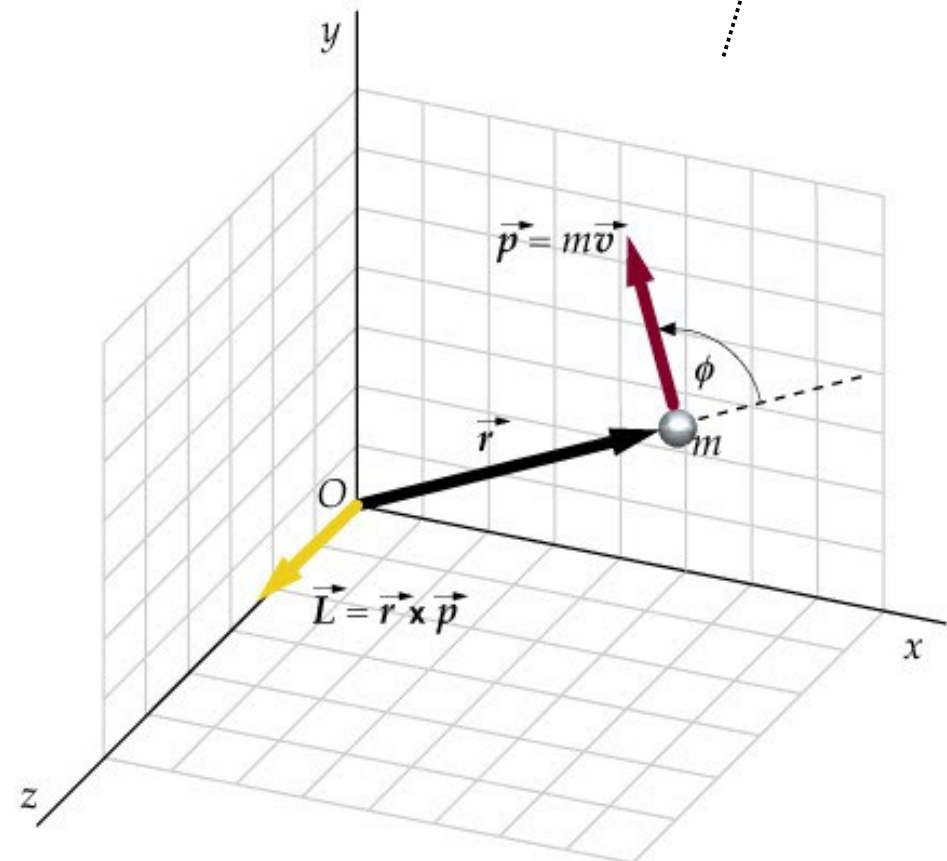
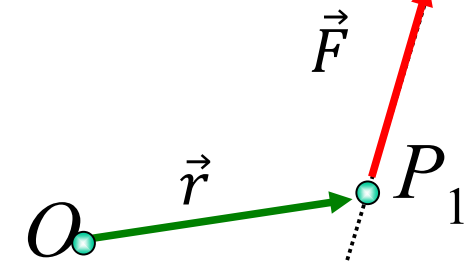
$$y_D = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \operatorname{sen} \theta \frac{x}{v_0 \cos \theta} - \frac{1}{2}gt^2 = x \tan \theta - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2 = y_m$$



Dinámica del punto

- Momento lineal: $\vec{p} = m\vec{v}$
- Momento de una fuerza (par): $\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$
- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$



Leyes de Newton



- 1) Si no actúa una fuerza neta sobre un cuerpo, éste permanece en su estado inicial de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme.
- 2) La relación que existe entre la fuerza neta que se aplica a un cuerpo y la aceleración que éste adquiere es un coeficiente característico del cuerpo, que recibe el nombre de *masa inerte*.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- 3) Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, éste responde con una fuerza sobre el primero de igual módulo y dirección, pero sentido contrario.

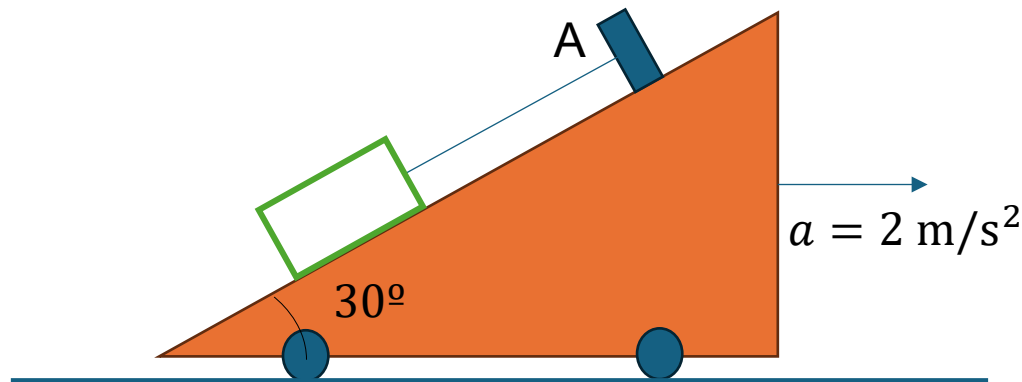
Problema (2005-06)



El plano inclinado (30°) de la figura se está moviendo sobre una superficie horizontal con una aceleración de 2m/s^2 . Un bloque de 5kg reposa sobre el plano y está suspendido por una cuerda ligera en el punto A. No existe fricción entre el plano y el bloque.

- ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
- ¿Qué fuerza normal ejerce el plano sobre el bloque?
- ¿En qué porcentaje difieren las fuerzas anteriores de los valores obtenidos cuando el plano está en reposo?

SOL: a) $T=33,16\text{ N}$. b) $N=37,43\text{ N}$. c) 35% y 12%.



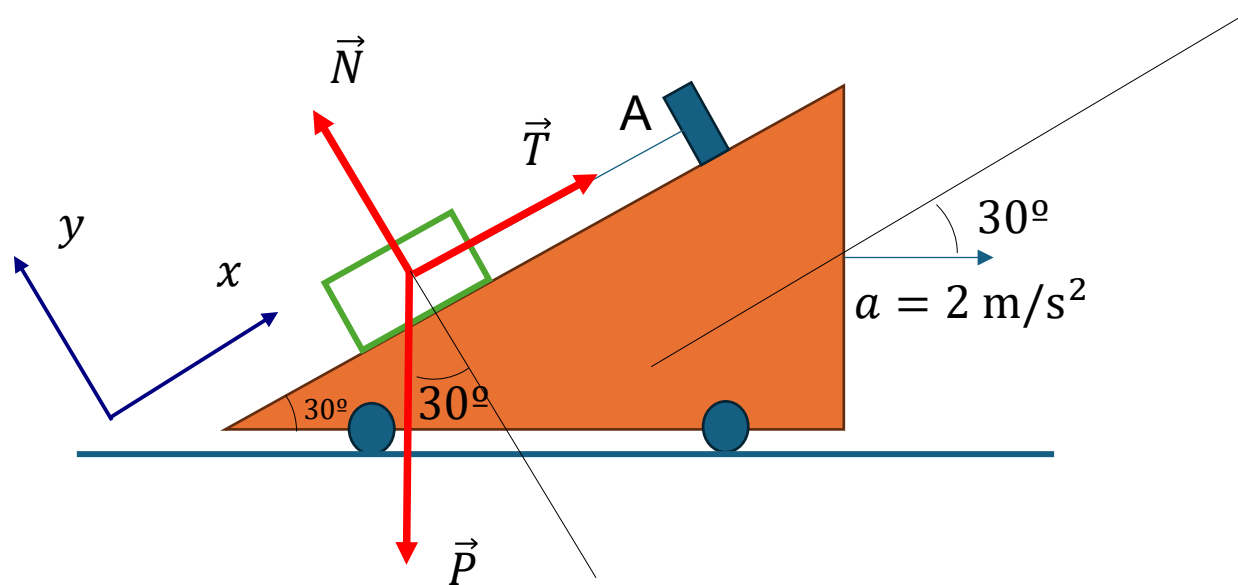
Problema (2005-06)



El plano inclinado (30°) de la figura se está moviendo sobre una superficie horizontal con una aceleración de 2m/s^2 . Un bloque de 5kg reposa sobre el plano y está suspendido por una cuerda ligera en el punto A. No existe fricción entre el plano y el bloque.

- ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
- ¿Qué fuerza normal ejerce el plano sobre el bloque?
- ¿En qué porcentaje difieren las fuerzas anteriores de los valores obtenidos cuando el plano está en reposo?

SOL: a) $T=33,16\text{ N}$. b) $N=37,43\text{ N}$. c) 35% y 12%.



2ª Ley de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Problema (2005-06)



El plano inclinado (30°) de la figura se está moviendo sobre una superficie horizontal con una aceleración de 2m/s^2 . Un bloque de 5kg reposa sobre el plano y está suspendido por una cuerda ligera en el punto A. No existe fricción entre el plano y el bloque.

- ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
- ¿Qué fuerza normal ejerce el plano sobre el bloque?
- ¿En qué porcentaje difieren las fuerzas anteriores de los valores obtenidos cuando el plano está en reposo?

SOL: a) $T=33,16\text{ N}$. b) $N=37,43\text{ N}$. c) 35% y 12%.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$-mg \sin 30 \vec{i} - mg \cos 30 \vec{j} + T\vec{i} + N\vec{j} = ma \cos 30 \vec{i} - ma \sin 30 \vec{j}$$

$$\left. \begin{aligned} T - mg \sin 30 &= ma \cos 30 \\ N - mg \cos 30 &= -ma \sin 30 \end{aligned} \right\}$$

a)

$$T - mg \sin 30 = ma \cos 30$$

$$T = mg \sin 30 + ma \cos 30 = 33,16\text{ N}$$

b)

$$N - mg \cos 30 = -ma \sin 30$$

$$N = mg \cos 30 - ma \sin 30 = 37,43\text{ N}$$

Problema (2005-06)



El plano inclinado (30°) de la figura se está moviendo sobre una superficie horizontal con una aceleración de 2m/s^2 . Un bloque de 5kg reposa sobre el plano y está suspendido por una cuerda ligera en el punto A. No existe fricción entre el plano y el bloque.

- ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
- ¿Qué fuerza normal ejerce el plano sobre el bloque?
- ¿En qué porcentaje difieren las fuerzas anteriores de los valores obtenidos cuando el plano está en reposo?

SOL: a) $T=33,16\text{ N}$. b) $N=37,43\text{ N}$. c) 35% y 12%.

c)

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \vec{P} + \vec{T}' + \vec{N}' &= 0 \\ \left. \begin{aligned} T' - mg \sin 30 &= 0 \\ N' - mg \cos 30 &= 0 \end{aligned} \right\} \\ T' &= mg \sin 30 = 24,5\text{ N} \\ \frac{T}{T'} &= \frac{33,16}{24,5} = 1,3535 \rightarrow 35\% \\ N' &= mg \cos 30 = 42,43 \\ \frac{N}{N'} &= \frac{37,43}{42,43} = 0,8822 \rightarrow 12\%\end{aligned}$$

Conservación del momento lineal



- Si la resultante de las fuerzas externas es cero, el momento lineal se conserva:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

Trabajo y energía



- Potencia instantánea y potencia media:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$P_m = \frac{W}{t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- Energía cinética. Teorema de las fuerzas vivas:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_{12} = E_{c2} - E_{c1}$$

Trabajo y energía



- Fuerzas conservativas. Conservación energía:

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{c2} - E_{c1} \rightarrow E_{p1} + E_{c1} = E_{c2} + E_{p2}$$

- Impulso lineal o impulso:

$$\int_0^t \vec{F} dt = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$$

Trabajo y energía



- Trabajo de una fuerza:

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 F dr \cos\phi = \int_{t_1}^{t_2} P dt$$

- Trabajo de la fuerza peso:

$$W_{12} = - \int_{y_1}^{y_2} mg dy = -mg(y_2 - y_1) = -mg\Delta y$$

- Trabajo del par: $W_{12} = M\theta$

Trabajo y energía



- Energía potencial gravitatoria:

$$E_p = mgh$$

- Energía potencial de un muelle

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2$$

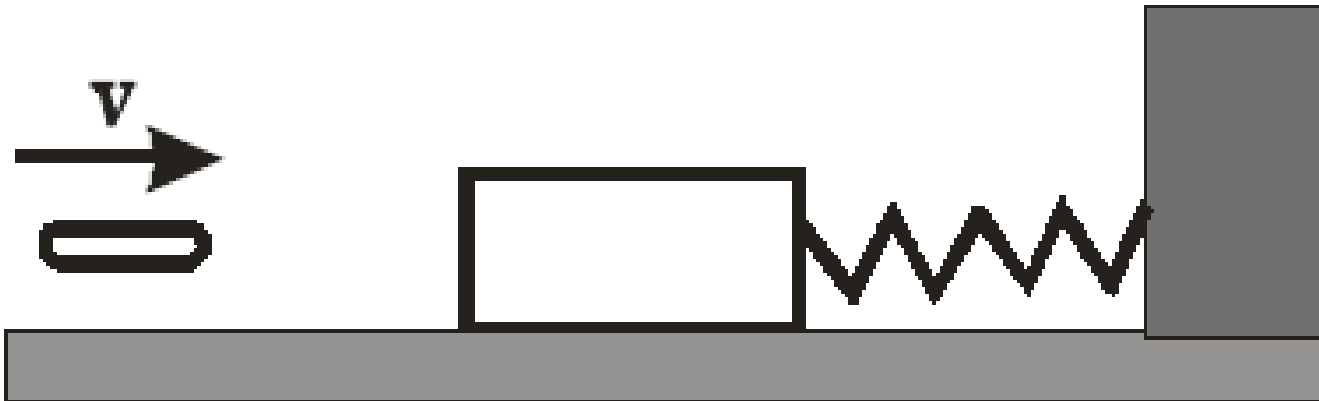
Problema (2005-06)



Un proyectil de 10g choca contra un bloque de 0,990kg de masa que está sobre una superficie horizontal sin rozamiento, y sujeto a un muelle ($k=100\text{N/m}$) como se indica en la figura. La compresión máxima del muelle es de 10cm. Calcula:

- La energía potencial máxima del muelle.
- La velocidad del bloque inmediatamente después del impacto.
- La velocidad del proyectil.

SOL: a) 0,5 J. b) 1 m/s. c) 100 m/s.



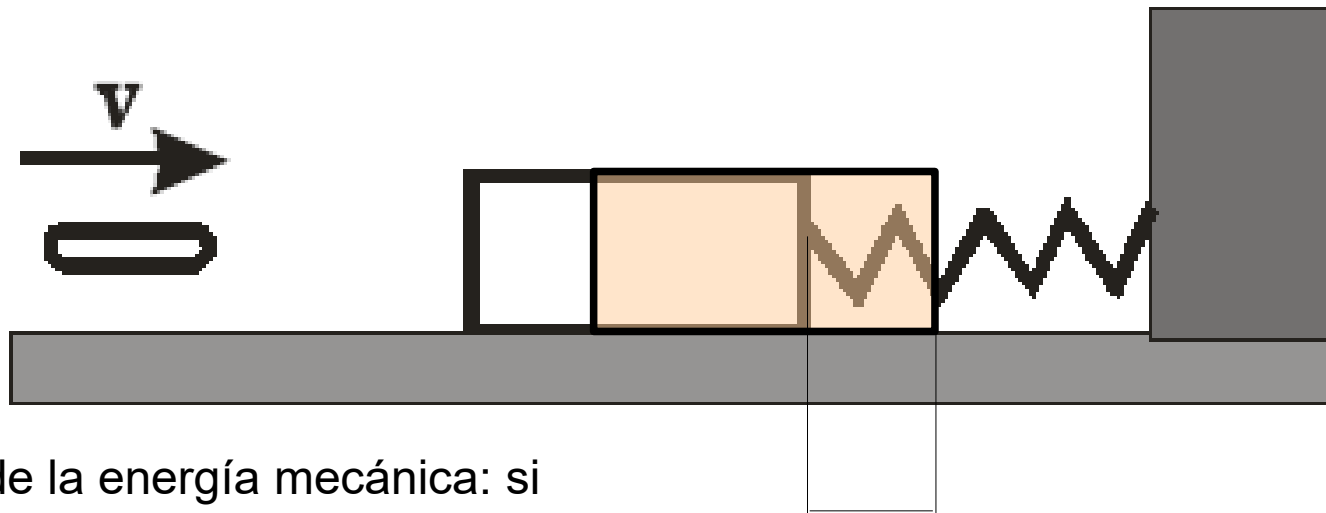
Problema (2005-06)



Un proyectil de 10g choca contra un bloque de 0,990kg de masa que está sobre una superficie horizontal sin rozamiento, y sujeto a un muelle ($k=100\text{N/m}$) como se indica en la figura. La compresión máxima del muelle es de 10cm. Calcula:

- La energía potencial máxima del muelle.
- La velocidad del bloque inmediatamente después del impacto.
- La velocidad del proyectil.

SOL: a) 0,5 J. b) 1 m/s. c) 100 m/s.



Energía potencial de un muelle: $\frac{1}{2}kx^2$

Energía cinética: $\frac{1}{2}mv^2$

Conservación de la energía mecánica: si todas las fuerzas son conservativas, la energía mecánica total se conserva:

$$U_i + E_{ci} = U_f + E_{cf}$$

$$x_{m\acute{a}x} = 0,10\text{m}$$

Conservación del momento lineal: Si la resultante de las fuerzas externas es cero, el momento lineal se conserva:

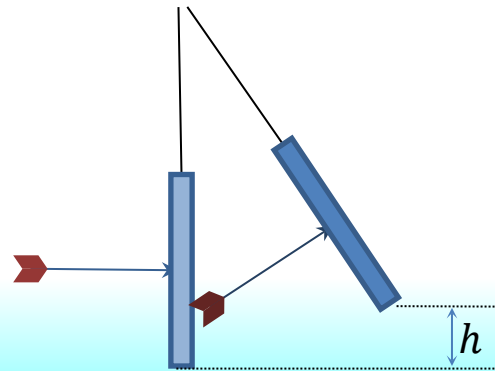
$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

Problema (2021)



Una flecha que se mueve perfectamente paralela al suelo con una velocidad v_0 impacta en el centro de una diana, quedando clavada sobre ella. La diana se encuentra sujeta por una cuerda a modo de péndulo, de modo que después del impacto la diana se levanta hasta una altura máxima h , realizando un movimiento pendular, tal y como indica la figura. La masa de la flecha es m , y la de la diana M , siendo la masa de la diana mucho más grande que la de la flecha. Calcula:

- La velocidad a la que se mueve el conjunto formado por la diana y la flecha justo después del impacto, como función de la velocidad de la flecha v_0 y las masas de la flecha y la diana.
- La velocidad de la flecha v_0 como función de la altura h , la aceleración de la gravedad g y las masas de la flecha y la diana.
- Después de que la diana alcanza su altura máxima h , continúa con su movimiento pendular, y justo cuando la diana se encuentra de nuevo en la posición más baja, una segunda flecha que también se mueve perfectamente horizontal a la misma velocidad que la anterior y de la misma masa m impacta en el centro de la diana. Determina la nueva altura máxima h' que alcanzará la diana en su movimiento pendular como función del resto de magnitudes del problema.
- Realiza el cálculo numérico de v_0 y h' para una masa de la flecha de 10 g y de la diana de 1 kg, teniendo en cuenta que $h = 4$ cm. Toma $g = 9,8$ m/s².



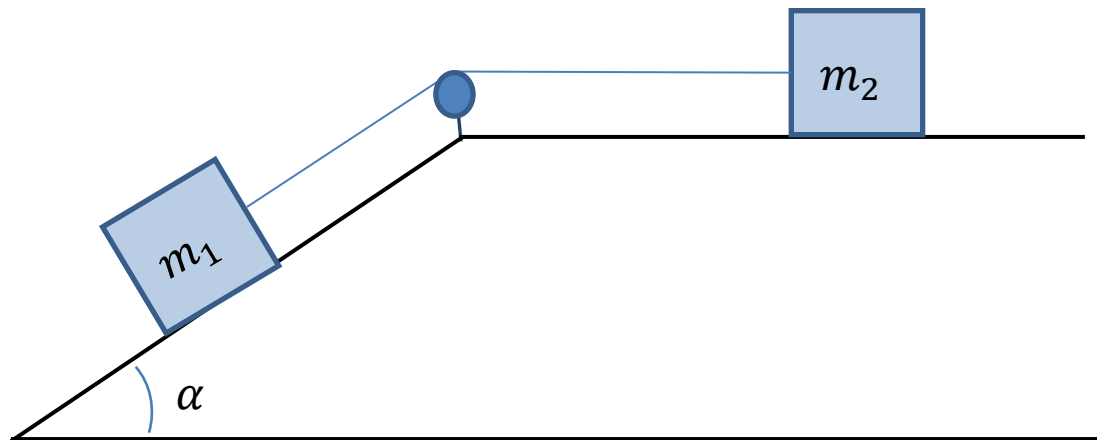
Problema (2022)



El sistema de la figura está formado por dos masas m_1 y m_2 unidas por una cuerda inextensible y sin masa, y conectadas entre ellas mediante una polea sin masa. Entre m_1 y el plano inclinado el coeficiente de rozamiento cinético es μ_1 y entre el plano horizontal y m_2 no hay rozamiento. Inicialmente el sistema se encuentra en reposo y se suelta.

- Para cada una de las masas del sistema, m_1 y m_2 , dibuja las fuerzas que actúan y expresa las ecuaciones del movimiento.
- Calcula las aceleraciones de los bloques y las tensiones en la cuerda.
- Cuando las masas alcanzan una velocidad v , determina el trabajo total realizado por las fuerzas que actúan sobre las masas m_1 y m_2 .
- Si consideramos ahora que existe rozamiento entre la masa m_2 y el plano horizontal, con un coeficiente de rozamiento cinético μ_2 , ¿cuál es el valor de μ_2 a partir del cual no se puede producir el movimiento de las dos masas?

Datos: $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 2$ kg, $\mu_1 = 0.2$, $\alpha = \pi/6$, $v = 0.5$ m/s, $g = 9,8$ m/s².



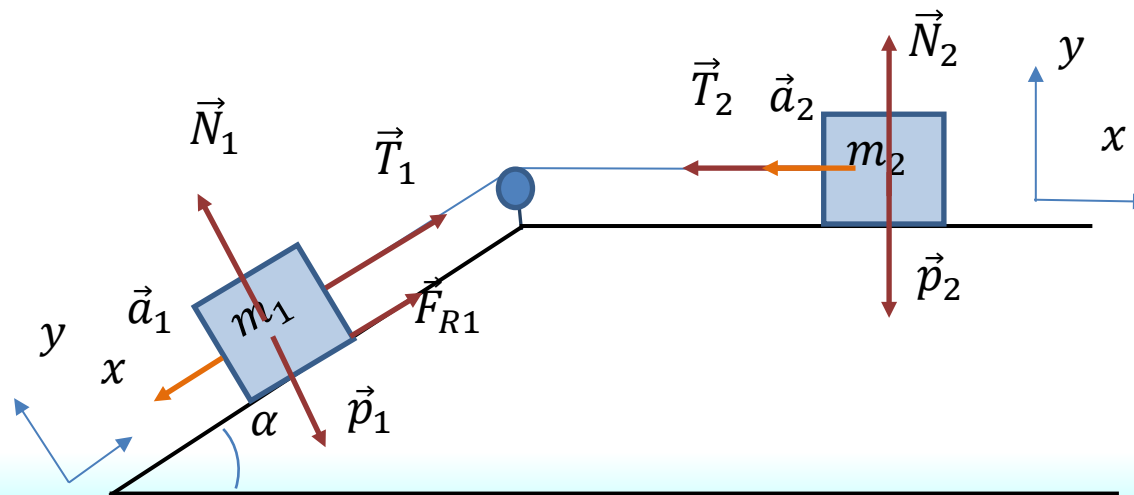
Problema (2022)



El sistema de la figura está formado por dos masas m_1 y m_2 unidas por una cuerda inextensible y sin masa, y conectadas entre ellas mediante una polea sin masa. Entre m_1 y el plano inclinado el coeficiente de rozamiento cinético es μ_1 y entre el plano horizontal y m_2 no hay rozamiento. Inicialmente el sistema se encuentra en reposo y se suelta.

- Para cada una de las masas del sistema, m_1 y m_2 , dibuja las fuerzas que actúan y expresa las ecuaciones del movimiento.
- Calcula las aceleraciones de los bloques y las tensiones en la cuerda.
- Cuando las masas alcanzan una velocidad v , determina el trabajo total realizado por las fuerzas que actúan sobre las masas m_1 y m_2 .
- Si consideramos ahora que existe rozamiento entre la masa m_2 y el plano horizontal, con un coeficiente de rozamiento cinético μ_2 , ¿cuál es el valor de μ_2 a partir del cual no se puede producir el movimiento de las dos masas?

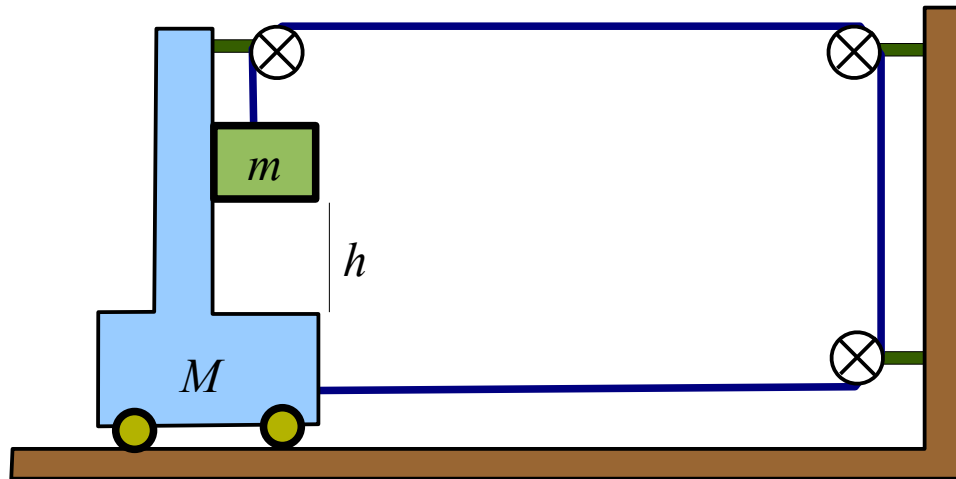
Datos: $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 2$ kg, $\mu_1 = 0.2$, $\alpha = \pi/6$, $v = 0.5$ m/s, $g = 9,8$ m/s².



Problema (2007-08)



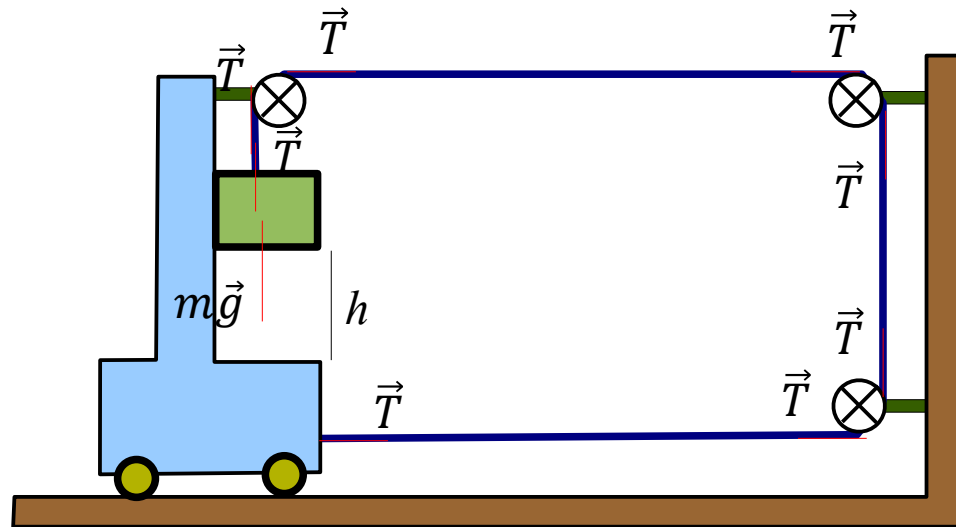
Un bloque de masa $m = 1$ kg está inicialmente suspendido en un carrito de masa $M = 11$ kg mediante el sistema de poleas mostrado. Las poleas y los hilos son de masa despreciable y también se desprecian todas las fuerzas de fricción. Si el bloque se suelta cuando está a una altura $h = 4,9$ m por encima de la base del carrito, determínese; a) ¿al cabo de cuánto tiempo golpeará el bloque la base del carrito?, b) ¿con qué velocidad llegará la masa m a dicha base?
SOL: a) 2 s. b) 4,9 m/s.



Problema (2007-08)



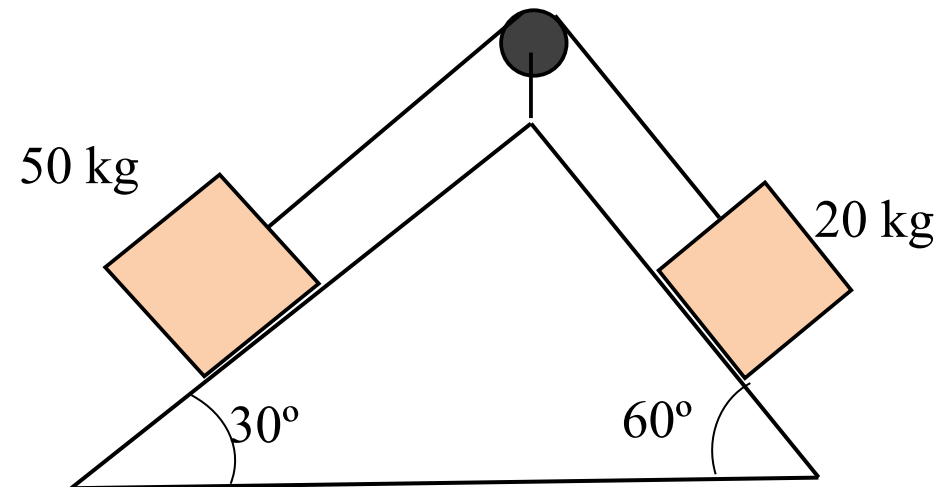
Un bloque de masa $m = 1$ kg está inicialmente suspendido en un carrito de masa $M = 11$ kg mediante el sistema de poleas mostrado. Las poleas y los hilos son de masa despreciable y también se desprecian todas las fuerzas de fricción. Si el bloque se suelta cuando está a una altura $h = 4,9$ m por encima de la base del carrito, determínese; a) ¿al cabo de cuánto tiempo golpeará el bloque la base del carrito?, b) ¿con qué velocidad llegará la masa m a dicha base? SOL: a) 2 s. b) 4,9 m/s.



Problema 2018



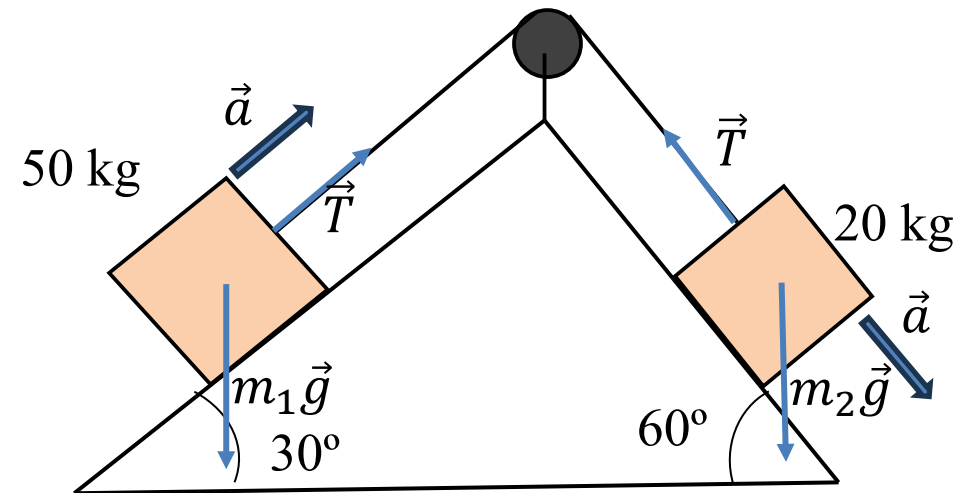
Dos bloques conectados por una cuerda que pasa por una polea de masa despreciable descansan en dos planos sin fricción, tal y como indica la figura. a) ¿Hacia dónde se moverá el sistema cuando los bloques se suelten del reposo? b) ¿Qué aceleración tendrán los bloques? c) ¿Qué tensión hay en la cuerda? d) ¿cuánto tendría que valer la masa de la derecha para que el sistema se mantuviera en equilibrio?



Problema 2018



Dos bloques conectados por una cuerda que pasa por una polea de masa despreciable descansan en dos planos sin fricción, tal y como indica la figura. a) ¿Hacia dónde se moverá el sistema cuando los bloques se suelten del reposo? b) ¿Qué aceleración tendrán los bloques? c) ¿Qué tensión hay en la cuerda? d) ¿cuánto tendría que valer la masa de la derecha para que el sistema se mantuviera en equilibrio?



Problema 2018



Dos bloques conectados por una cuerda que pasa por una polea de masa despreciable descansan en dos planos sin fricción, tal y como indica la figura. a) ¿Hacia dónde se moverá el sistema cuando los bloques se suelten del reposo? b) ¿Qué aceleración tendrán los bloques? c) ¿Qué tensión hay en la cuerda? d) ¿cuánto tendría que valer la masa de la derecha para que el sistema se mantuviera en equilibrio?

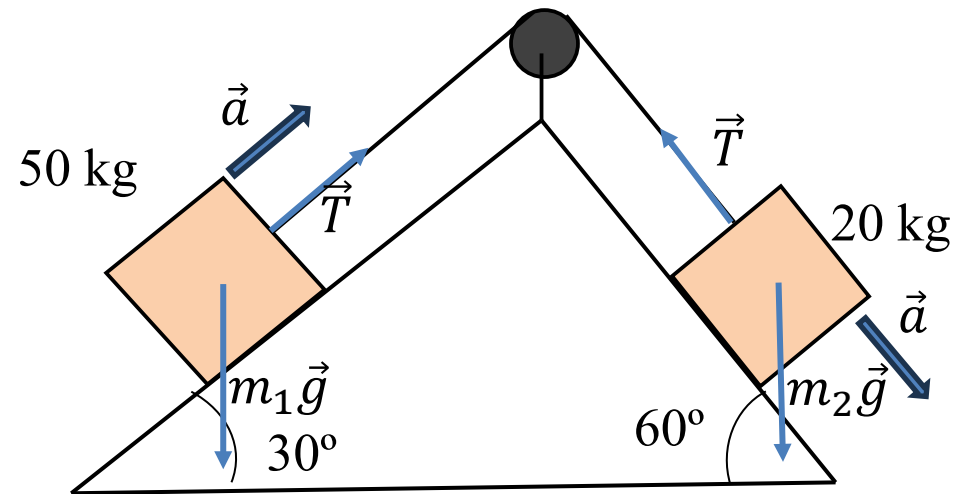
a) y b)

$$T - m_1 g \sin 30 = m_1 a$$

$$m_2 g \sin 60 - T = m_2 a$$

$$m_2 g \frac{\sqrt{3}}{2} - m_1 g \frac{1}{2} = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_2 g \sqrt{3} - m_1 g}{2(m_1 + m_2)} = \frac{20\sqrt{3} - 50}{2(50 + 30)} \times 9,8 = -0,94 \text{ m/s}^2$$



Por tanto, se mueve en sentido contrario al indicado, con una aceleración de $0,94 \text{ m/s}^2$.

c)

$$T = m_1(a + g \sin 30) = 50(-0,94 + 9,8 \times 0,5) = 197,96 \text{ N}$$

d)

$$a = 0 \Rightarrow m_2 g \sqrt{3} - m_1 g = 0$$

$$m_2 = \frac{m_1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}} = 28,87 \text{ kg}$$

Problema (2009-10)



Un globo desciende con aceleración constante $-a$. El peso del globo con su lastre es P . ¿Qué cantidad de lastre deberá arrojar para que el globo empiece a acelerar hacia arriba con aceleración a ? Se desprecian los rozamientos.

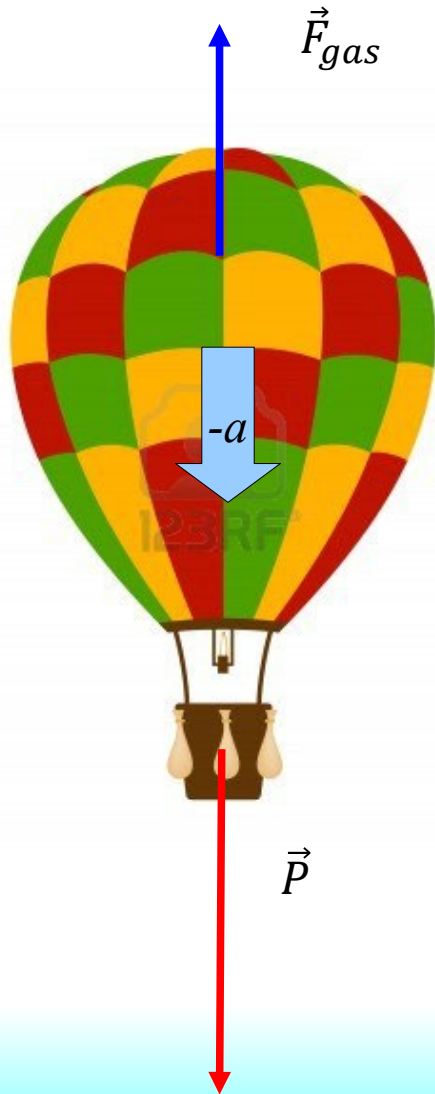
SOL: $2am/(g+a)$

Problema (2009-10)



Un globo desciende con aceleración constante $-a$. El peso del globo con su lastre es P . ¿Qué cantidad de lastre deberá arrojar para que el globo empiece a acelerar hacia arriba con aceleración a ? Se desprecian los rozamientos.

SOL: $2am/(g+a)$



Problema (2009-10)



Un globo desciende con aceleración constante $-a$. El peso del globo con su lastre es P . ¿Qué cantidad de lastre deberá arrojar para que el globo empiece a acelerar hacia arriba con aceleración a ? Se desprecian los rozamientos.

SOL: $2am/(g+a)$

$$\begin{aligned}\vec{F}_g + \vec{P} &= m\vec{a} \\ F_g - P &= -ma \\ F_g &= P - ma\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_g + \vec{P}' &= m'\vec{a}' \\ F_g - P' &= m'a \\ F_g &= P' + m'a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P - ma &= P' + m'a \\ mg - ma &= m'g + m'a \\ m(g - a) &= m'(g + a) \\ m' &= \frac{g - a}{g + a} m\end{aligned}$$

$$\Delta m = m - m' = \left(1 - \frac{g - a}{g + a}\right) m = \frac{g + a - g + a}{g + a} m = \frac{2a}{g + a} m$$

Problema (Jaén 2007)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2007/P1-OEF-2007.pdf>

Feel free, feel zero-g!

El título de este problema hace alusión a la campaña que, desde hace algunos años, promueve la Agencia Espacial Europea (ESA) y que permite que grupos de jóvenes estudiantes europeos realicen experimentos diseñados por ellos mismos en condiciones de gravedad aparente nula. La foto de la figura 1 corresponde a un grupo de la Universidad de Zaragoza en la campaña 2006, a bordo de un avión Airbus A300 preparado para tal fin.

La descripción de este tipo de vuelos, comúnmente denominados “parabólicos”, se representa esquemáticamente en la figura 3 y es la siguiente: en un principio el avión vuela horizontalmente a su velocidad máxima hasta un punto A. Después se eleva, y cuando alcanza con un ángulo de 45° una altura, $h_B \approx 25.000 \text{ ft}$ sobre el nivel del mar (punto B), reduce la potencia de los motores hasta un mínimo suficiente para



contrarrestar la disipación de energía producida por la resistencia del aire. En esta primera fase del vuelo AB, que dura un tiempo $t_{AB} = 20 \text{ s}$, los pasajeros sienten que su “peso” casi se duplica. A partir de B el vuelo puede considerarse libre, ¡feel free! y, por tanto, la trayectoria que describe es parabólica (de ahí el nombre que reciben estos vuelos). El vértice de la parábola (punto C) se encuentra a una altura, $h_C \approx 28.000 \text{ ft}$. Posteriormente, ya iniciado el descenso del avión, en el punto D, situado a una altura similar a la de B, se incrementa de nuevo la potencia de los motores para permitir que en el punto E el aparato recupere el vuelo horizontal. Durante el trayecto B-C-D tanto los pasajeros como la carga transportada se encuentran como si la gravedad se hubiese anulado, ¡feel zero-g! Sin embargo, durante el trayecto DE, cuya duración es también análoga a la del trayecto AB, sienten de nuevo que su peso casi se duplica.

Problema (Jaén 2007)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2007/P1-OEF-2007.pdf>

El concepto de “gravedad aparente” al que antes se ha hecho referencia, requiere cierta explicación. Por esta razón, antes de plantear las cuestiones relativas al problema del “vuelo parabólico”, se propone resolver el siguiente ejercicio:

Del extremo inferior de un dinamómetro sujeto al techo de un ascensor se suspende un cuerpo de masa $m = 1$ kg. Como la escala del dinamómetro nos indica, en newtons, la fuerza que el resorte ejerce sobre la masa suspendida, cuando el ascensor está en reposo la indicación numérica de dicha escala coincidirá con el valor numérico de la aceleración de la gravedad. Más en general, la indicación en la escala del dinamómetro cuando la masa suspendida de su extremo es $m = 1$ kg, nos proporciona el valor numérico de lo que se denomina gravedad aparente, g_a .

Según esto, ¿cuál es la gravedad aparente en los siguientes casos:

- A1) Ascensor que, partiendo del reposo, inicia un movimiento de subida con aceleración constante a .
- A2) Ascensor que, moviéndose hacia arriba, frena con aceleración constante a .
- A3) Ascensor que, partiendo del reposo, inicia un movimiento de bajada con aceleración constante a .
- A4) Ascensor que, moviéndose hacia abajo, frena con aceleración constante a .

Problema (Jaén 2007)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2007/P1-OEF-2007.pdf>

La descripción de este tipo de vuelos, comúnmente denominados “parabólicos”, se representa esquemáticamente en la figura 3 y es la siguiente: en un principio el avión vuela horizontalmente a su velocidad máxima hasta un punto A. Después se eleva, y cuando alcanza con un ángulo de 45° una altura, $h_B \approx 25.000 \text{ ft}$ sobre el nivel del mar (punto B), reduce la potencia de los motores hasta un mínimo suficiente para

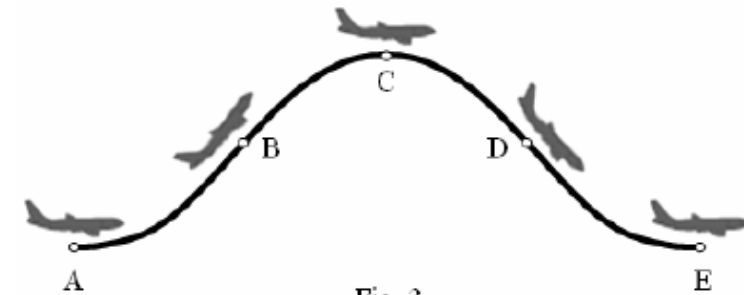


Fig. 3

contrarrestar la disipación de energía producida por la resistencia del aire. En esta primera fase del vuelo AB, que dura un tiempo $t_{AB} = 20 \text{ s}$, los pasajeros sienten que su “peso” casi se duplica. A partir de B el vuelo puede considerarse libre, ¡feel free! y, por tanto, la trayectoria que describe es parabólica (de ahí el nombre que reciben estos vuelos). El vértice de la parábola (punto C) se encuentra a una altura, $h_C \approx 28.000 \text{ ft}$. Posteriormente, ya iniciado el descenso del avión, en el punto D, situado a una altura similar a la de B, se incrementa de nuevo la potencia de los motores para permitir que en el punto E el aparato recupere el

vuelo horizontal. Durante el trayecto B-C-D tanto los pasajeros como la carga transportada se encuentran como si la gravedad se hubiese anulado, ¡feel zero-g! Sin embargo, durante el trayecto DE, cuya duración es también análoga a la del trayecto AB, sienten de nuevo que su peso casi se duplica.

Con referencia al “vuelo parabólico”, deduce las expresiones analíticas y estima los valores correspondientes de las siguientes magnitudes:

B1) La velocidad del avión en el punto B, v_B .

B2) Los valores de la gravedad aparente media, g_{AB} y g_{DE} , en los trayectos AB y DE, respectivamente.

B3) El tiempo del que disponen los estudiantes para realizar sus experiencias con gravedad aparente nula en cada maniobra.

Nota: Considera que el valor de la aceleración de la gravedad en puntos próximos a la superficie terrestre es $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Problema (Tarragona 2006)

SOL: <http://personales.upv.es/jogomez/of/sol/trineo.pdf>

• Trineo sobre hielo

Se ha construido un trineo de juguete de masa m , que se desliza por una superficie horizontal de hielo con un coeficiente de rozamiento cinético μ .

1.a Si su velocidad inicial es v_0 , calcule el tiempo que tarda en pararse, la distancia recorrida, y la energía disipada en función de m , v_0 , μ , y g .

1.b Dé los resultados numéricos para el caso $m = 2,0$ kg, $v_0 = 4,0$ m/s, $\mu = 0,070$.

1.c Explique por qué μ es adimensional (basta un renglón para ello).

SOL: **1.a** $t = v_0/(\mu g)$, $x = v_0^2/(2 \mu g)$, $E = (1/2) m v_0^2$ **1.b** $t = 5,8$ s, $x = 12$ m, $E = 16$ J

Problema (Tarragona 2006)

SOL: <http://personales.upv.es/jogomez/of/sol/trineo.pdf>

• Trineo sobre hielo

El trineo transporta un gran recipiente lleno de agua, con dos grifos cerrados, uno **B** en su base, y otro lateral **L** en su parte posterior. Por sencillez, consideraremos que el trineo se desliza sin rozamiento ($\mu = 0$), de modo que su velocidad de deslizamiento con los grifos cerrados permanece constante $v(t) = v_0$.

2.a Se abre ahora el grifo de la base **B**, por donde sale el agua por gravedad a un ritmo ρ constante, de modo que la masa total del trineo con el agua que contiene disminuye como $m(t) = m - \rho t$. Demuestre que[†] la velocidad del trineo sigue siendo constante.

2.b A continuación se cierra **B** y se abre **L**, por donde sale agua con el mismo ritmo ρ de antes a una velocidad horizontal v_a constante con respecto al recipiente. Aplique como antes el principio de conservación del momento para ver si el trineo se acelera y determine, en su caso, la aceleración en un instante t en función de ρ , v_a , y $m(t)$.

* Evidentemente, ρ es la masa de agua que sale por unidad de tiempo. Además, se consideran solo intervalos de tiempo tales que $t < (m/\rho)$.

[†] Se sugiere aplicar el principio de conservación del momento durante un pequeño intervalo de tiempo al conjunto *trineo* \rightarrow *trineo + agua expulsada*.

Problema (Tarragona 2006)



SOL: <http://personales.upv.es/jogomez/of/sol/trineo.pdf>

• Trineo sobre hielo

Incluyamos de nuevo en nuestras consideraciones el coeficiente de rozamiento que habíamos despreciado antes, de modo que en todo este apartado **3** se tiene $\mu \neq 0$.

3 Teniendo en cuenta que una fuerza F actuando durante un pequeño intervalo de tiempo Δt cambia el momento en una cantidad $\Delta p = F \Delta t$, calcule la aceleración del trineo con los dos grifos cerrados, con sólo el grifo **B** abierto, y por último, con sólo el grifo **L** abierto.

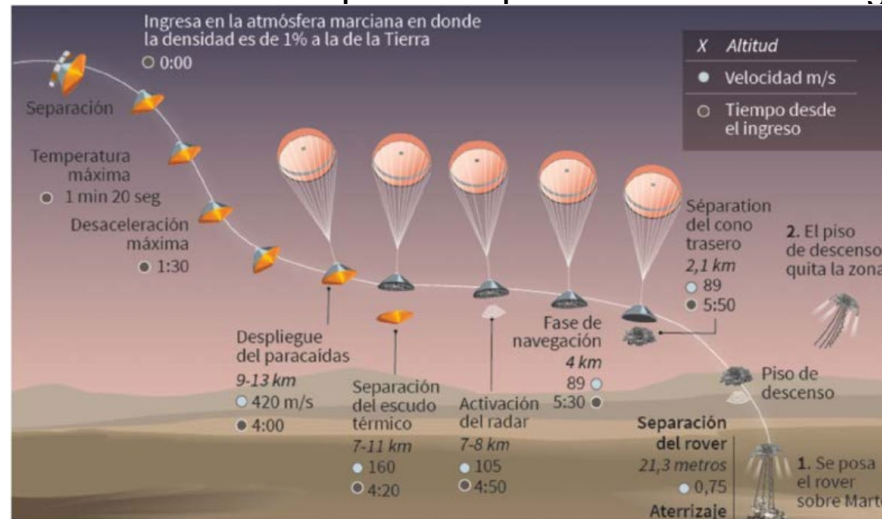
Problema (Lugo-virtual, 2021)



SOL: https://rsef.es/images/Fisica/P1_PerseveranceenMarte_S.pdf

El paracaídas del Perseverance

El 18 de febrero se depositó sobre la superficie de Marte la estación espacial Perseverance, uno de los mayores éxitos de la ciencia y de la técnica para la conquista del espacio. Transportando un equipo de exploración de unos 4 000 kg, entró en la atmósfera ligera de Marte a la velocidad de unos 20 000 km/s, y en los 7 minutos de terror para todo el equipo de control, la redujo a valores moderados para el amortizaje, con ayuda de motores de retención. El vuelo del cohete, el diseño y construcción de la estación, y su aproximación y depósito en el suelo de Marte han sido un éxito histórico del que se esperan resultados de gran interés científico.



El problema básico a resolver en un paracaídas es el de la sustentación de su tela sobre el gas atmosférico, debida a las diferencias de presión que se originan en el desplazamiento, que son de muy difícil tratamiento matemático en el régimen turbulento con que ocurre el descenso. Eludiremos esa complejidad admitiendo un tratamiento alternativo, idealizado en exceso: el paracaídas descendería sin producir corrientes de aire, con una sustentación debida exclusivamente al impacto de la lona al caer sobre las moléculas atmosféricas supuestamente en reposo. Además, supondremos que los gases de la atmósfera de Marte se comportan como un gas ideal.



Problema (Lugo-virtual, 2021)



SOL: https://rsef.es/images/Fisica/P1_PerseveranceenMarte_S.pdf

- a) Calcule la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte.
- b) Calcule la densidad de la atmósfera de Marte: en la superficie, a una altura de 2 km (cuando se desprende el paracaídas) y a una altura de 10 km (cuando se despliega el paracaídas). Ayuda: considere que la presión atmosférica disminuye con la altura según la llamada fórmula barométrica

$$P_h = P_0 \exp\left(-\frac{gM_m}{RT} h\right)$$

Siendo P_0 la presión atmosférica en $h = 0$.

- c) Para simplificar el problema, supondremos ahora que el gas atmosférico está perfectamente en calma, que la lona del paracaídas es plana y circular, y que mientras desciende a velocidad v arrastra consigo a las moléculas de gas que encuentra a su paso (sin afectar a las que no encuentra a su paso), las cuales van saliendo por los lados del paracaídas tras golpearlo. Deduzca la fuerza de frenado por unidad de área del paracaídas en función de la densidad atmosférica y de la velocidad de descenso. Se sugiere utilizar la expresión diferencial de la 2ª ley de Newton.

Problema (Lugo-virtual, 2021)



SOL: https://rsef.es/images/Fisica/P1_PerseveranceenMarte_S.pdf

- d)** Determine la expresión del radio mínimo de la lona del paracaídas necesaria para que descienda a velocidad constante en función de ésta y de las variables atmosféricas presión y temperatura. Calcule el valor del radio para la carga de 4 000 kg y la velocidad de 89 m/s (valor aproximado en el momento de desprenderse el paracaídas para el encendido de los motores).
- e)** Calcule la fuerza por unidad de área F/S a la altura $h = 10$ km y velocidad $v = 420$ m/s en el momento del despliegue.
- f)** Calcule la aceleración de la estación en las condiciones del punto anterior, conocido el tamaño del paracaídas del apartado d).

Problema



Se hace girar un cubo que contiene una cantidad m de masa de agua, en un círculo vertical de radio r . Si la velocidad en la parte superior del círculo es v , (a) calcula la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte superior del círculo. (b) Calcula la velocidad mínima de giro para que no se derrame el agua. (c) En la situación anterior, calcula la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte inferior del círculo.

SOL: (a) $F = mv^2/R - mg$. (b) $v = \sqrt{Rg}$. (c) $F = 2mg$.

Cinemática del punto



- Velocidad angular/lineal:

$$v = \omega R \quad \omega = \frac{v}{R}$$

- Aceleración tangencial y aceleración normal:

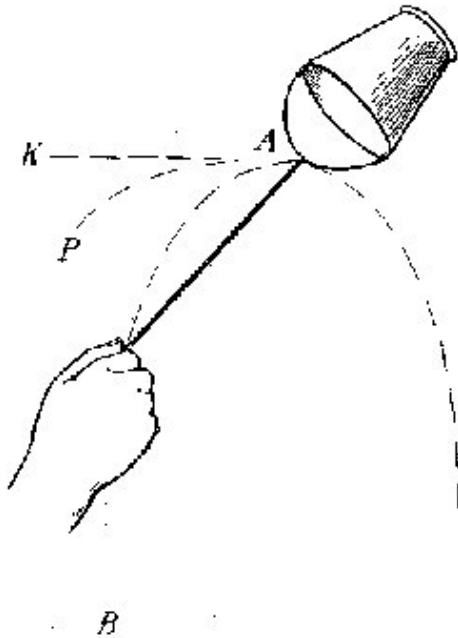
$$a_T = \alpha R \quad a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad a^2 = a_T^2 + a_N^2$$

Problema



Se hace girar un cubo que contiene una cantidad m de masa de agua, en un círculo vertical de radio r . Si la velocidad en la parte superior del círculo es v , (a) calcula la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte superior del círculo. (b) Calcula la velocidad mínima de giro para que no se derrame el agua. (c) En la situación anterior, calcula la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte inferior del círculo.

SOL: (a) $F = mv^2/R - mg$. (b) $v = \sqrt{Rg}$. (c) $F = 2mg$.

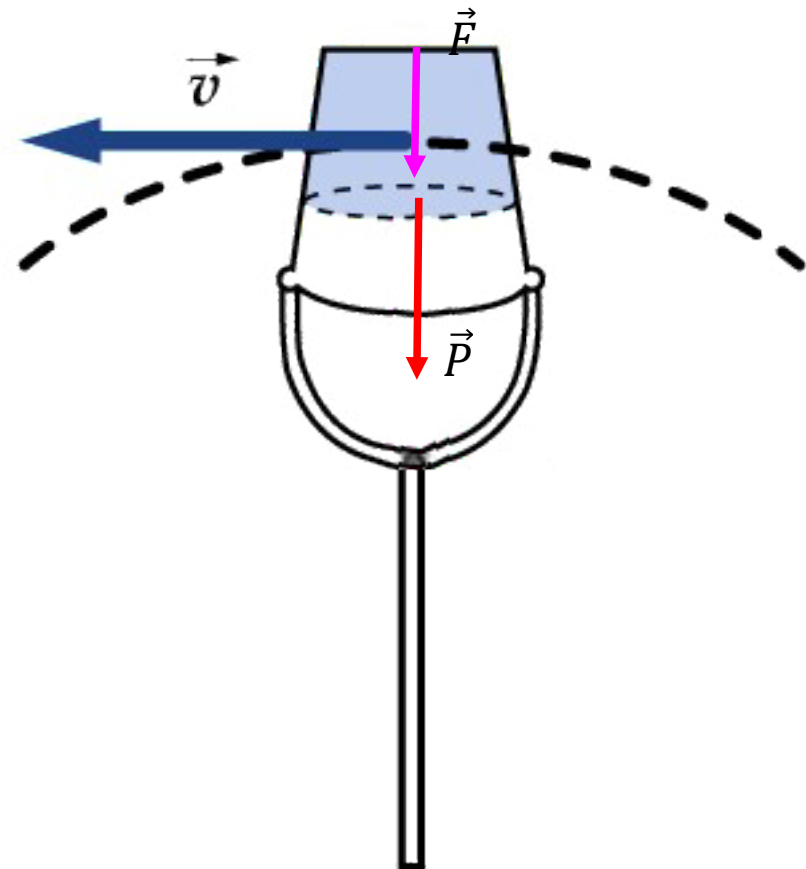
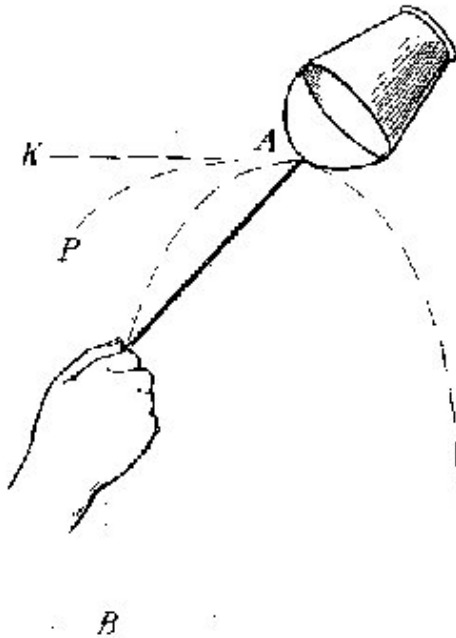


Problema



Se hace girar un cubo que contiene una cantidad m de masa de agua, en un círculo vertical de radio r . Si la velocidad en la parte superior del círculo es v , (a) calcula la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte superior del círculo. (b) Calcula la velocidad mínima de giro para que no se derrame el agua. (c) En la situación anterior, calcula la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte inferior del círculo.

SOL: (a) $F = mv^2/R - mg$. (b) $v = \sqrt{Rg}$. (c) $F = 2mg$.



Problema



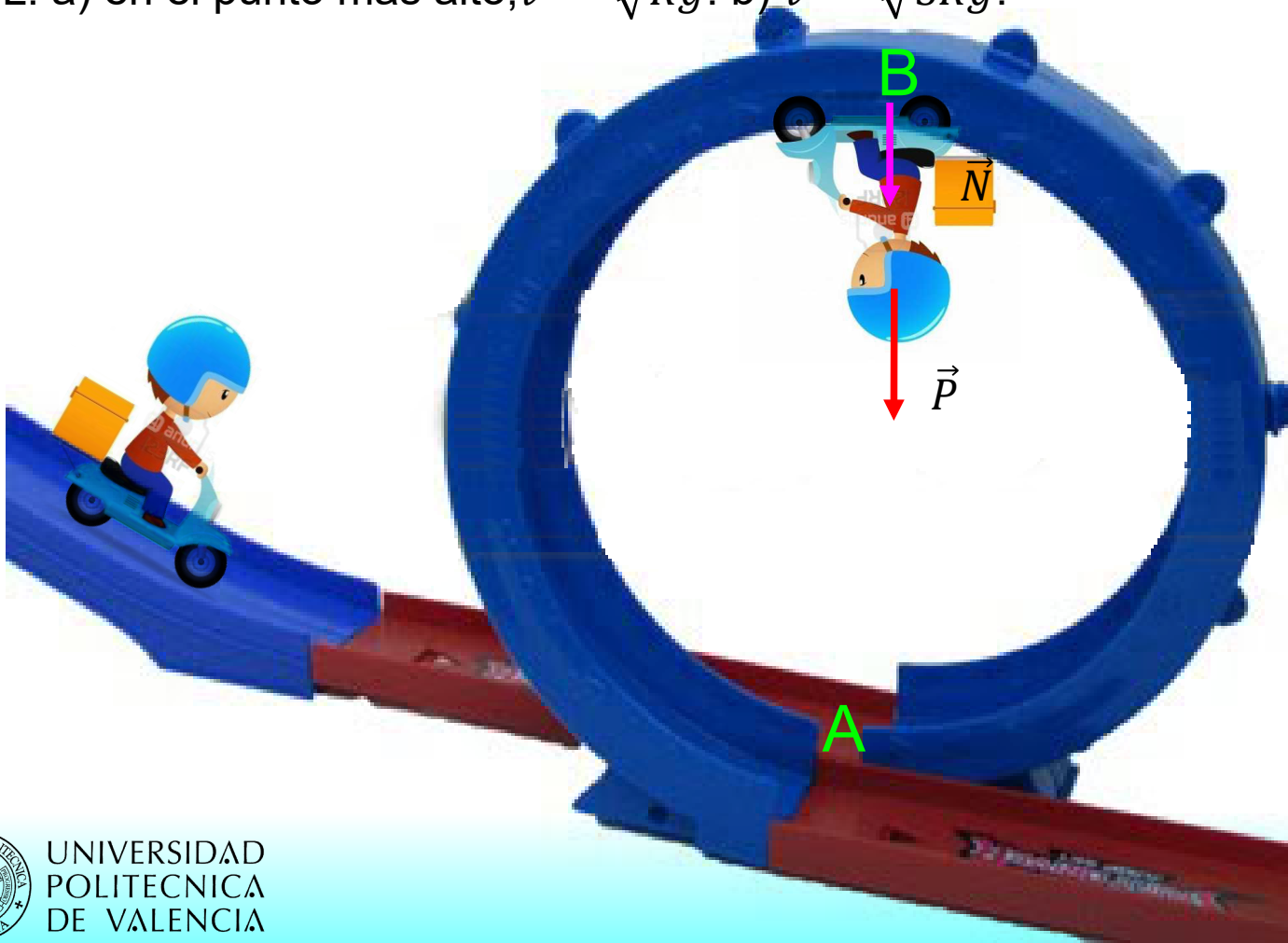
Una motocicleta de masa m gira en el interior de una pista circular vertical de radio R describiendo una trayectoria de círculos verticales. a) Calcula la velocidad mínima a la que debe moverse para no caer. b) Calcula la velocidad a la que debe de entrar a la pista para que pueda completar una vuelta sin caer, considerando que el motorista proporciona la aceleración justa para vencer el rozamiento.

SOL: a) en el punto más alto, $v = \sqrt{Rg}$. b) $v = \sqrt{5Rg}$.

Problema

Una motocicleta de masa m gira en el interior de una pista circular vertical de radio R describiendo una trayectoria de círculos verticales. a) Calcula la velocidad mínima a la que debe moverse para no caer. b) Calcula la velocidad a la que debe de entrar a la pista para que pueda completar una vuelta sin caer, considerando que el motorista proporciona la aceleración justa para vencer el rozamiento.

SOL: a) en el punto más alto, $v = \sqrt{Rg}$. b) $v = \sqrt{5Rg}$.



Problema (2007-08)



Una motocicleta de masa m gira a velocidad constante en el interior de una pista cilíndrica vertical de radio R describiendo una trayectoria de círculos horizontales. El coeficiente de rozamiento entre la motocicleta y la pista es μ . Calcula la velocidad mínima a la que debe moverse para describir una trayectoria circular horizontal sin resbalar por la pared del cilindro.

SOL: $v = \sqrt{Rg/\mu}$

Problema (2007-08)

Una motocicleta de masa m gira a velocidad constante en el interior de una pista cilíndrica vertical de radio R describiendo una trayectoria de círculos horizontales. El coeficiente de rozamiento entre la motocicleta y la pista es μ . Calcula la velocidad mínima a la que debe moverse para describir una trayectoria circular horizontal sin resbalar por la pared del cilindro.

SOL: $v = \sqrt{Rg/\mu}$



Problema (2002)



Un cuerpo de 400 g se deja caer desde lo alto de un plano inclinado 45° y con un coeficiente de rozamiento por deslizamiento 0,15; el cuerpo se encuentra a una distancia de 200 cm, medidos sobre el plano, de un resorte ideal de constante elástica 250 N/m. Después de rebotar en el resorte el cuerpo vuelve a subir por el plano. Calcule:

- La máxima compresión del muelle
- La posición, medida sobre el plano, del punto más alto que alcanza el cuerpo respecto de la posición inicial.

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

SOL: a) 0.204 m. b) 0.5749 m.

Problema (2020)



La imagen muestra al campeón español de motociclismo Víctor Palomo Juez, negociando la curva Pegaso del circuito del Jarama, que tiene un radio de 200 m. El ángulo que forma la moto con el asfalto, medido en la foto, es de 55° , y la masa del conjunto formado por la moto y el motorista es de 200 kg.

Hipótesis:

- El conjunto de la moto y el motorista puede ser modelizado como una barra unidimensional homogénea de longitud 1 m y masa 200 kg.
- La curva es descrita siempre con el mismo radio, a velocidad e inclinación constante.
- $g=10 \text{ m/s}^2$



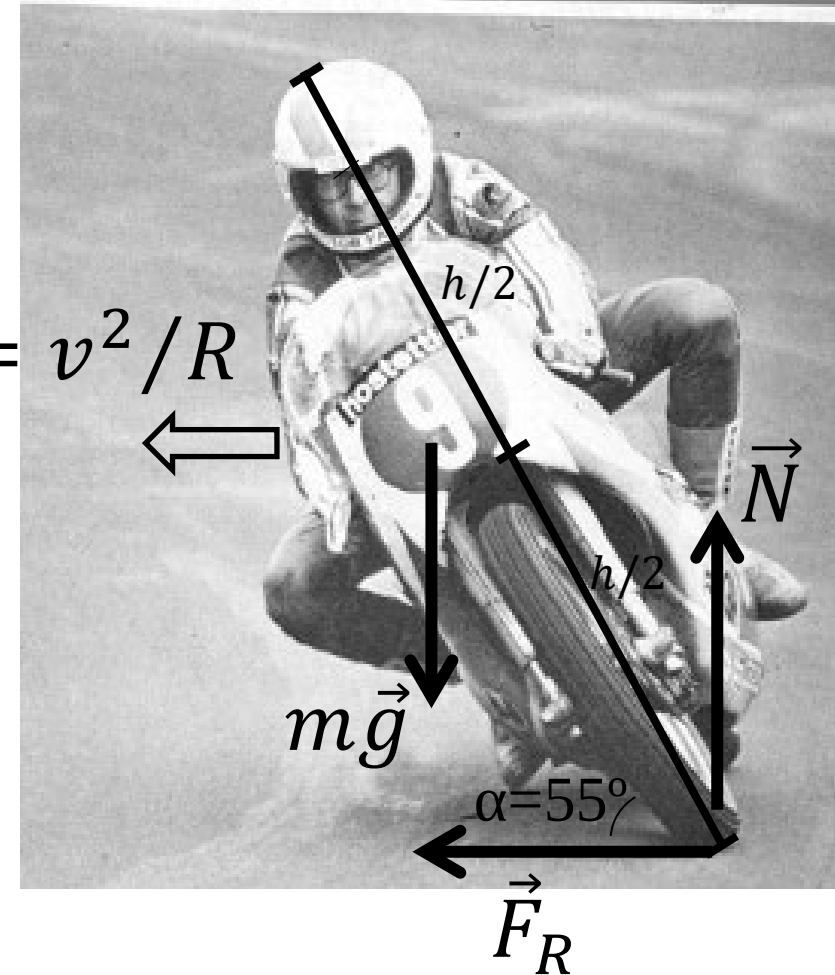
Calcular:

- a) La velocidad de la moto cuando fue tomada la fotografía.
- b) La fuerza de rozamiento entre el neumático y el asfalto que hace el motorista no deslice y caiga al suelo.
- c)Cuál es el mínimo valor del coeficiente de rozamiento entre neumático y asfalto, necesario para que el motorista pueda alcanzar el ángulo de inclinación de la foto?

Un día de lluvia, el coeficiente de rozamiento disminuye hasta 0,5. ¿Cuál es la máxima velocidad a la que puede tomar esa curva?

Problema (2020)

$$a_N = v^2 / R$$



Problema (2020)

$$\begin{cases} N = mg \\ F_R = ma_N = m \frac{v^2}{R} \\ N \frac{h}{2} \cos \alpha = F_R \frac{h}{2} \sin \alpha \end{cases}$$

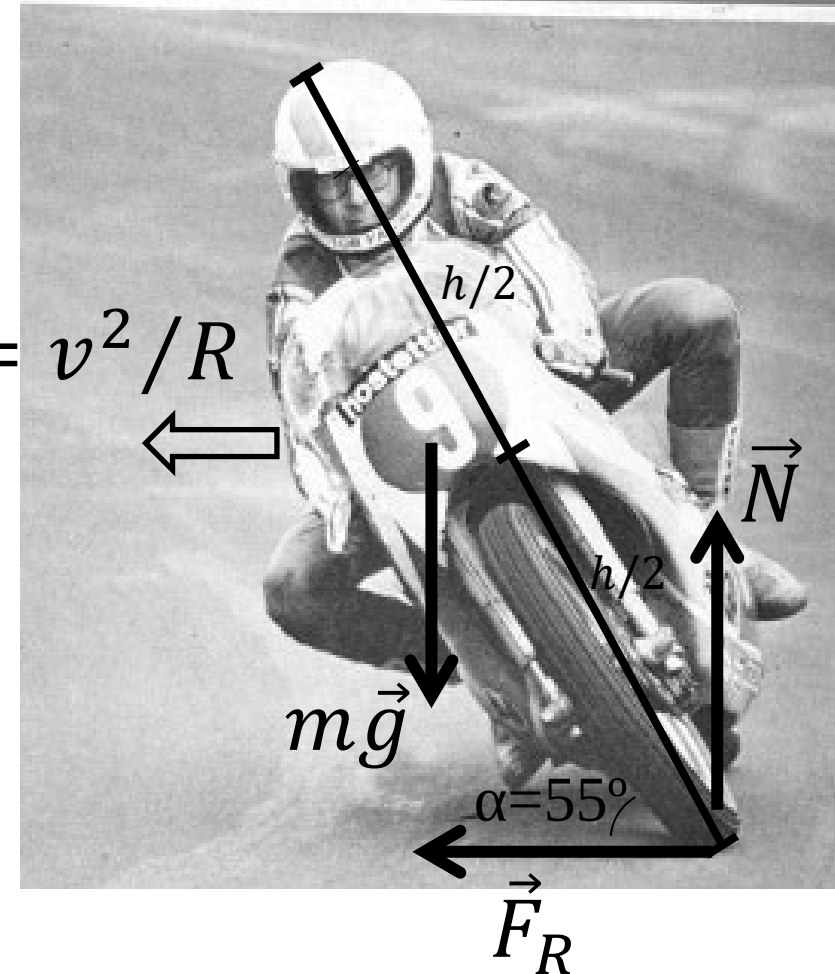
$$mg \frac{h}{2} \cos \alpha = m \frac{v^2}{R} \frac{h}{2} \sin \alpha$$

$$g \cos \alpha = \frac{v^2}{R} \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{gR}{v^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\operatorname{tg} \alpha}}$$

$$a_N = v^2 / R$$



$$R = 200 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2, \alpha = 55^\circ, h = 1 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\operatorname{tg} \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 200}{1,43}} = 37,42 \text{ m/s} = 134,71 \text{ km/h}$$

Problema (2020)

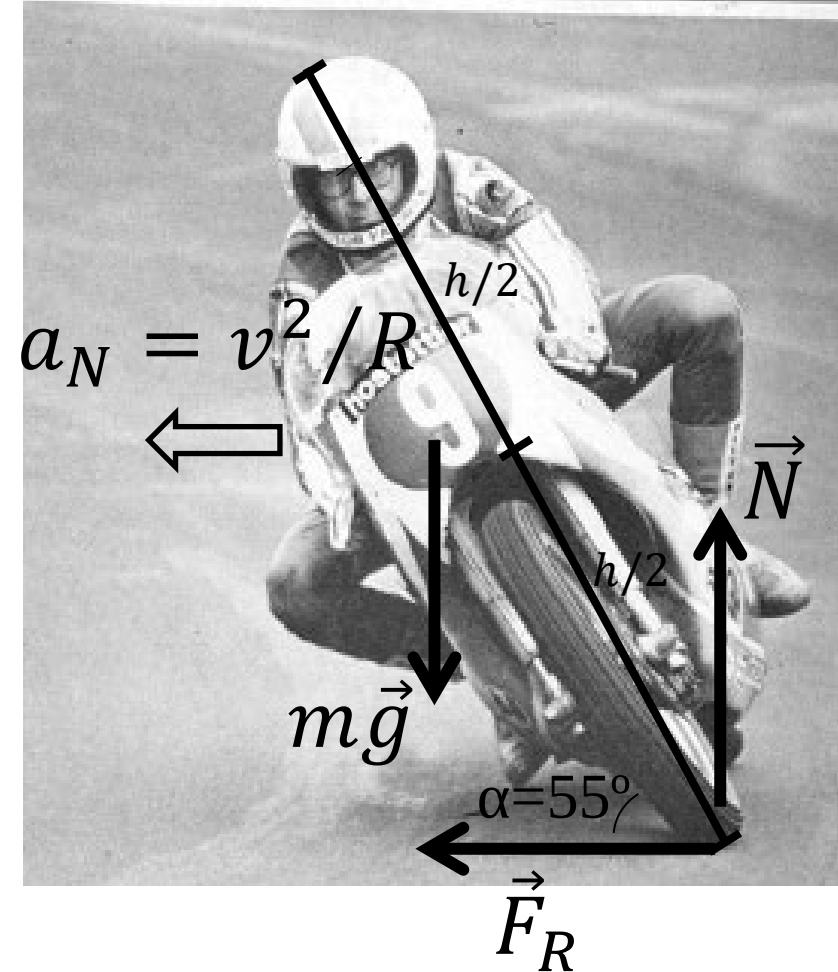
b)

$$F_R = 200 \frac{37,42^2}{200} = 1400 \text{ N}$$

c) El valor mínimo del coeficiente de rozamiento será aquel para el que la fuerza de rozamiento sea la máxima posible:

$$F_{Rmax} = \mu N = \mu mg$$
$$\mu = \frac{F_{Rmax}}{mg} = \frac{1400}{200 \cdot 10} = 0,7$$

Si $\mu < 0,7$, entonces no podrá alcanzarse una fuerza de rozamiento de 1400 N para la velocidad de 37,42 m/s, y la moto deslizará, cayendo el motorista al suelo.



Problema (2020)



d) Si el coeficiente de rozamiento disminuye hasta 0,5 entonces la máxima fuerza de rozamiento alcanzable será

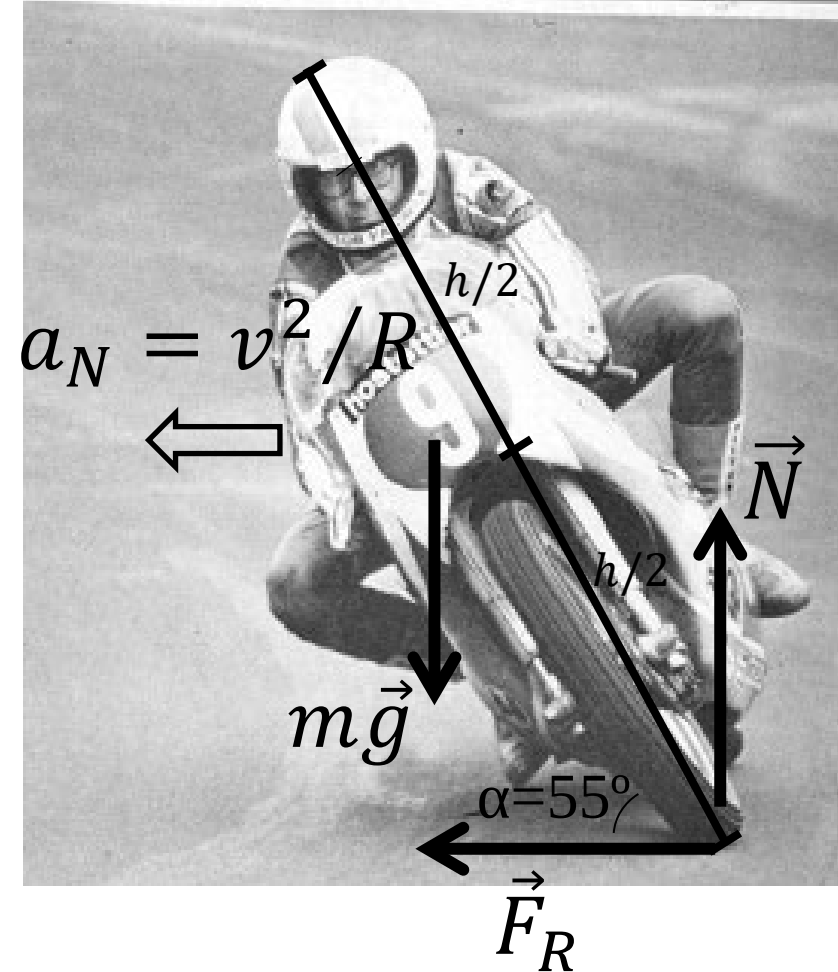
$$F_{Rmax} = \mu N = \mu mg = 0.5 * 200 * 10 = 1000 \text{ N}$$

Y esa fuerza de rozamiento corresponde a una velocidad de:

$$F_R = m \frac{v^2}{R}$$

$$1000 = 200 \frac{v_{max}^2}{200}$$

$$v_{max} = \sqrt{1000} = 31,62 \text{ m/s} = 113,84 \text{ km/h}$$



Problema (2002)

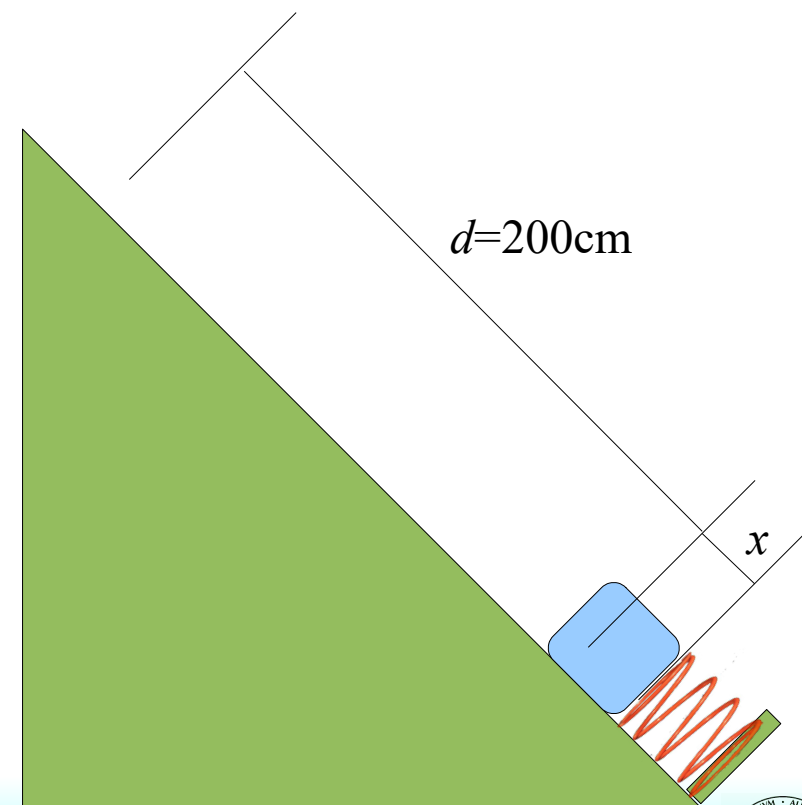
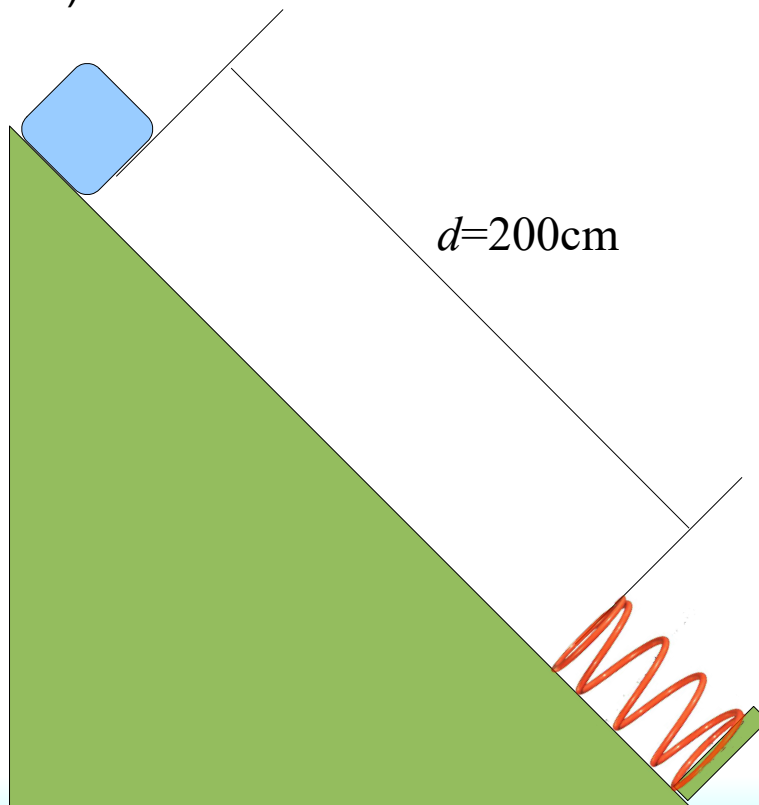


Un cuerpo de 400 g se deja caer desde lo alto de un plano inclinado 45° y con un coeficiente de rozamiento por deslizamiento 0,15; el cuerpo se encuentra a una distancia de 200 cm, medidos sobre el plano, de un resorte ideal de constante elástica 250 N/m. Después de rebotar en el resorte el cuerpo vuelve a subir por el plano. Calcule:

- La máxima compresión del muelle
- La posición, medida sobre el plano, del punto más alto que alcanza el cuerpo respecto de la posición inicial.

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

SOL: a) 0.204 m. b) 0.5749 m.



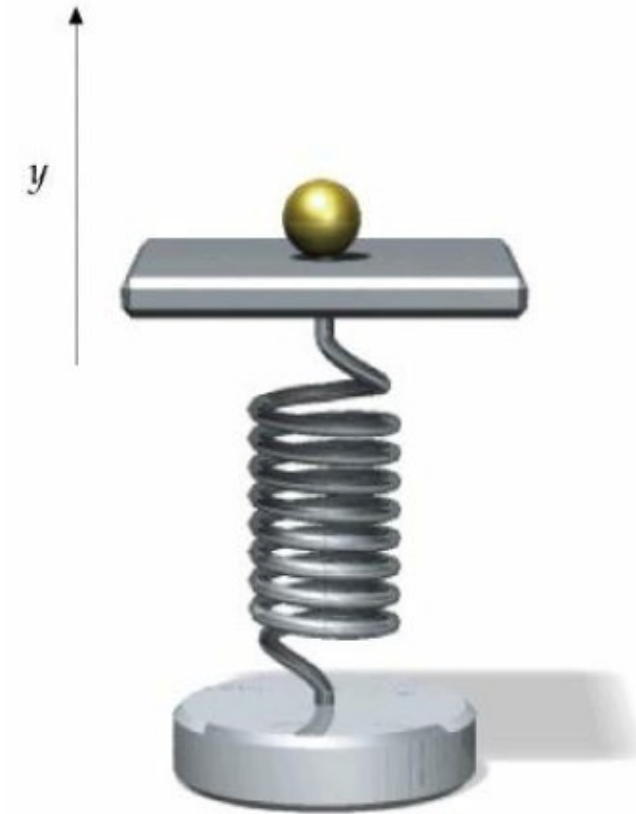
Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P3-OEF-2006.pdf>

Una pequeña bolita de masa m descansa sobre un muelle que está oscilando verticalmente con un movimiento armónico simple dado por $y = A \sin \omega t$.

- Deducir las expresiones de la fuerza F_b que el pistón ejerce sobre la bolita en función del tiempo t y de la posición y . A partir de ellas, encontrar la relación que han de guardar los parámetros de este movimiento y la aceleración de la gravedad para que la bolita no se separe del pistón.
- Siendo $\omega^2 A = 2g$, $A = 15$ cm, ¿en qué posición y_d e instante t_d se despega la bolita del pistón?
- Para la aplicación numérica anterior, representar gráficamente, la fuerza por unidad de masa, F_b/m , en función de la posición del pistón; y la posición de la bolita y del pistón en función del tiempo, en el intervalo $0 \leq t \leq T = 2\pi \omega$.



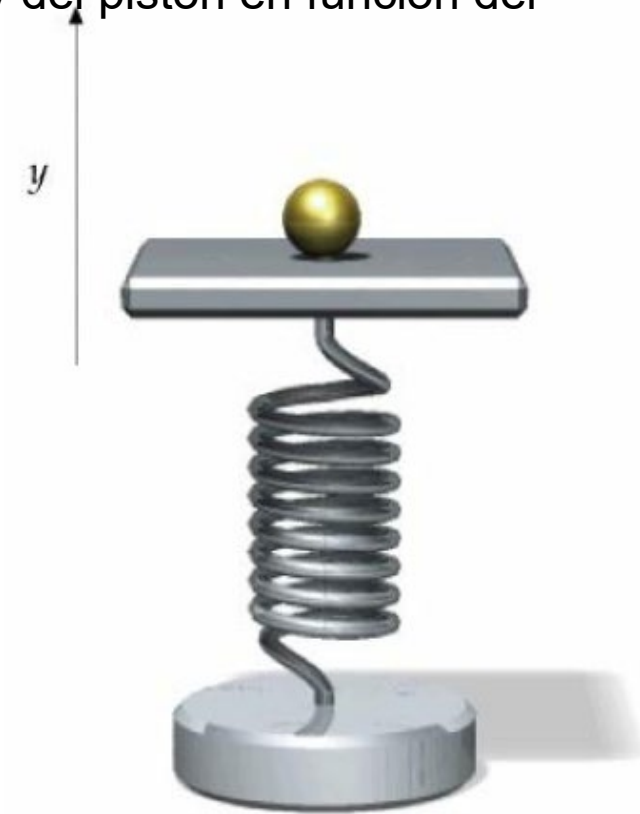
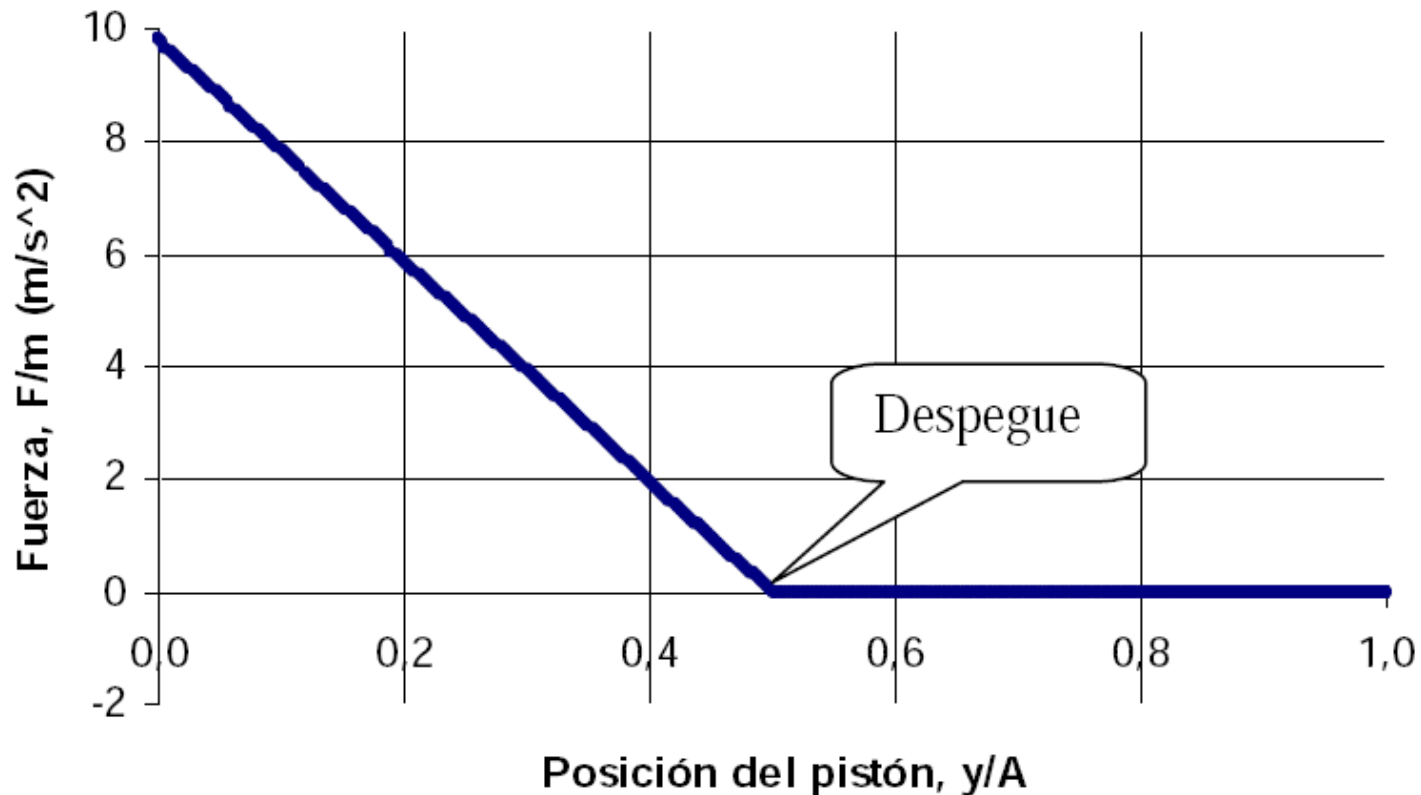
Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P3-OEF-2006.pdf>

c) Para la aplicación numérica anterior, representar gráficamente, la fuerza por unidad de masa, F_b/m , en función de la posición del pistón; y la posición de la bolita y del pistón en función del tiempo, en el intervalo $0 \leq t \leq T = 2\pi \omega$.

Fuerza del pistón sobre la bolita
vs posición



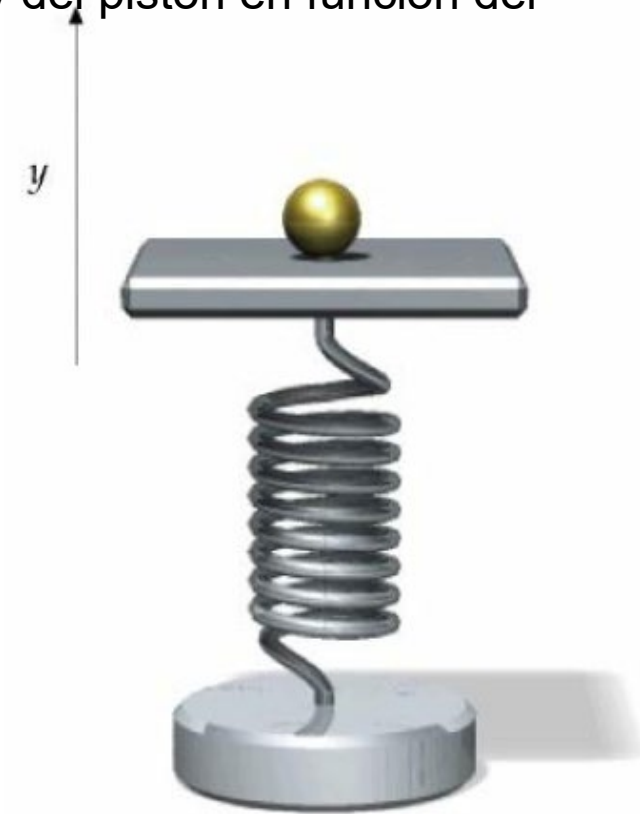
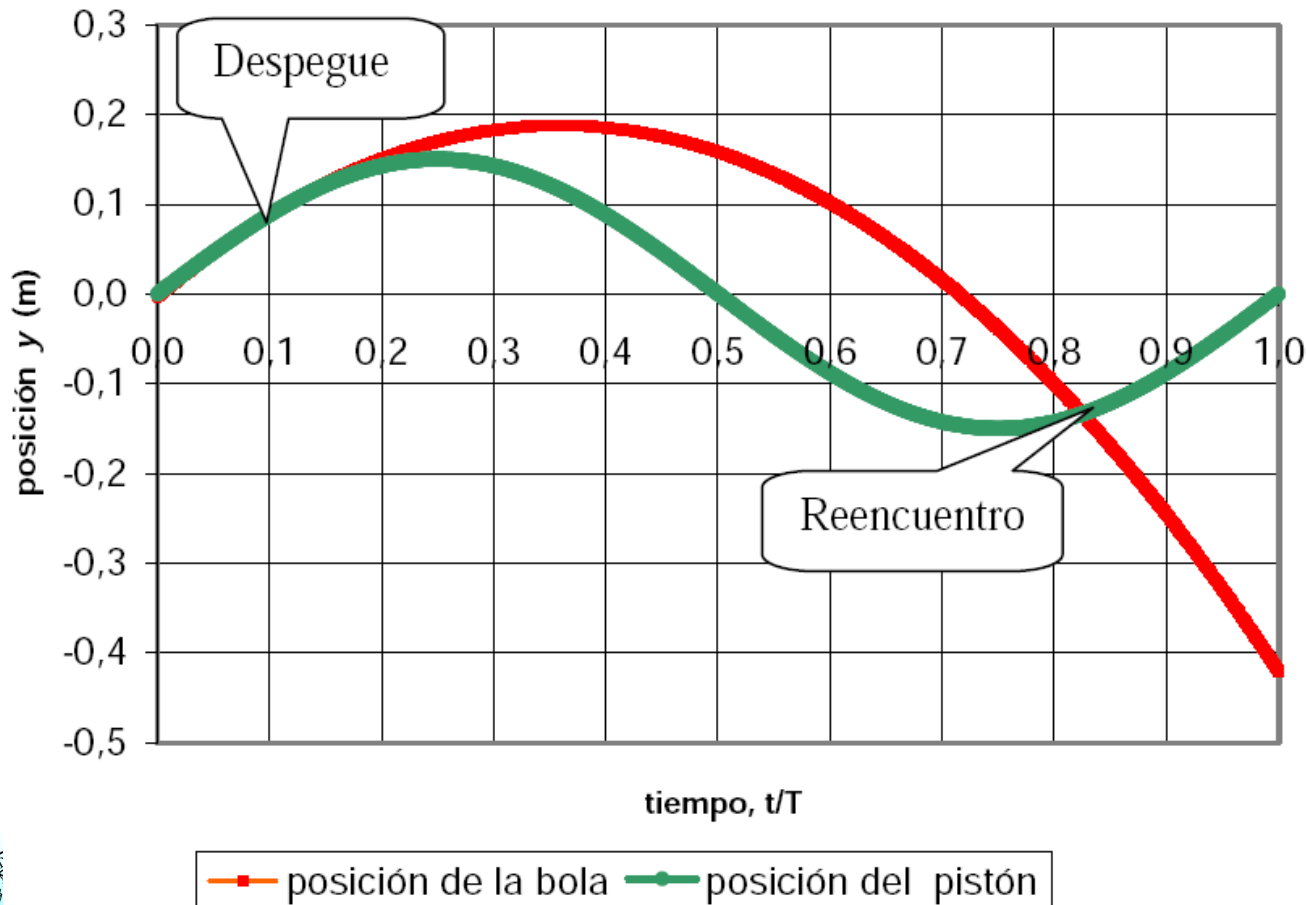
Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P3-OEF-2006.pdf>

c) Para la aplicación numérica anterior, representar gráficamente, la fuerza por unidad de masa, F_b/m , en función de la posición del pistón; y la posición de la bolita y del pistón en función del tiempo, en el intervalo $0 \leq t \leq T = 2\pi \omega$.

Posiciones en función del tiempo



Problema (Jaén 2007)

SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2007/P2-OEF-2007.pdf>

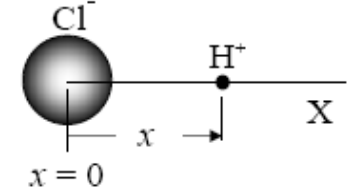


Fig. 1a

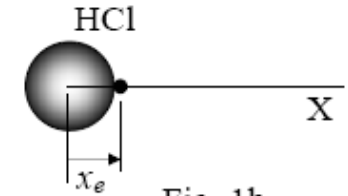


Fig. 1b

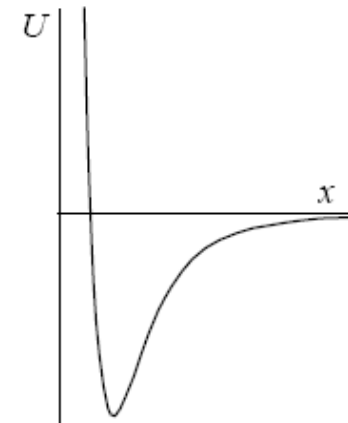


Fig. 2

La molécula de cloruro de hidrógeno está formada por los iones, Cl^- y H^+ . Como la masa del primero es mucho mayor que la del segundo, podemos adoptar como modelo sencillo que el Cl^- está en reposo en $x=0$ y que el H^+ puede moverse a lo largo del eje X , tal como se representa en la figura 1a. Consideraremos que el HCl está en estado gaseoso para que cualquiera de sus moléculas esté poco perturbada por la presencia de otras vecinas. En estas condiciones, el Cl^- de una molécula ejerce una fuerza de atracción electrostática sobre el H^+ . Pero para que el sistema (la molécula de HCl) permanezca en equilibrio con los iones separados una distancia x_e , (fig. 1b), es necesario además que sobre el H^+ se ejerza una fuerza de repulsión, muy fuerte a distancias cortas y que decrezca rápidamente a distancias interiónicas grandes comparadas con la de equilibrio. Por ello, debido a la presencia del Cl^- , el H^+ tiene una energía potencial² que viene dada por la siguiente expresión:

$$U(x) = -k \frac{e^2}{x} + \frac{B}{x^9}$$

Donde $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.987 \cdot 10^9 \text{ Nm/C}$, $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ y B es una constante positiva. Esta energía potencial se representa en la figura 2.

- 1) Teniendo en cuenta que en el equilibrio la fuerza sobre el H^+ debe ser nula, determina la distancia de equilibrio x_e .
- 2) Deduce que la expresión de la energía potencial, $U(x)$, puede escribirse en función de x_e de la siguiente forma

$$U(x) = ke^2 \left(-\frac{1}{x} + \frac{x_e^8}{9} x^9 \right) \quad (1)$$

Problema (Jaén 2007)

SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2007/P2-OEF-2007.pdf>

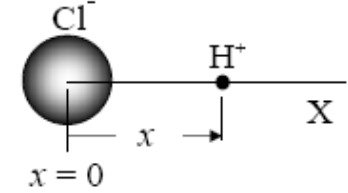


Fig. 1a

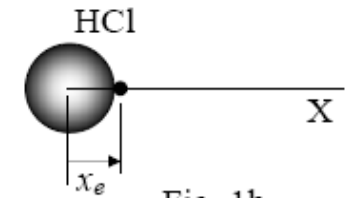


Fig. 1b

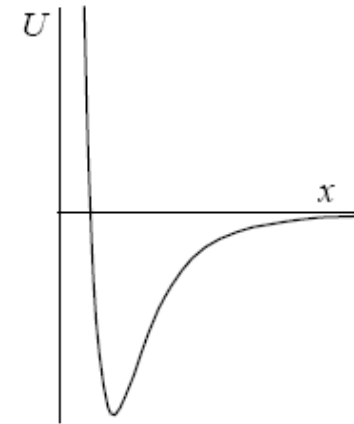


Fig. 2

El ión H^+ no está nunca en reposo en la posición de equilibrio $x=x_e$. Para “entretenerse” realiza pequeñas oscilaciones en torno a x_e . Esto significa que cuando la distancia de separación es $x \approx x_e$ se comporta como si el H^+ , de masa m_H estuviese unido a un muelle de constante K y, por lo tanto, su energía potencial (elástica) sería

$$U(x) = \frac{1}{2}K(x - x_e)^2 + cte \quad (2)$$

En consecuencia, la expresión de la energía potencial (1) deberá coincidir con (2) cuando $x \approx x_e$.

3) Realiza un desarrollo en serie de Taylor³ para $U(x)$ en torno a $x=x_e$, con las aproximaciones que estimes oportuno, y deduce el valor de la constante K de la energía potencial elástica (2).

4) Determina la frecuencia de oscilación, f , del H^+ en torno a su posición de equilibrio.

5) Experimentalmente se encuentra que $f=8,66 \cdot 10^{13}$ Hz. Sabiendo que la masa del H^+ es $m_H=1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, calcula el valor de x_e .

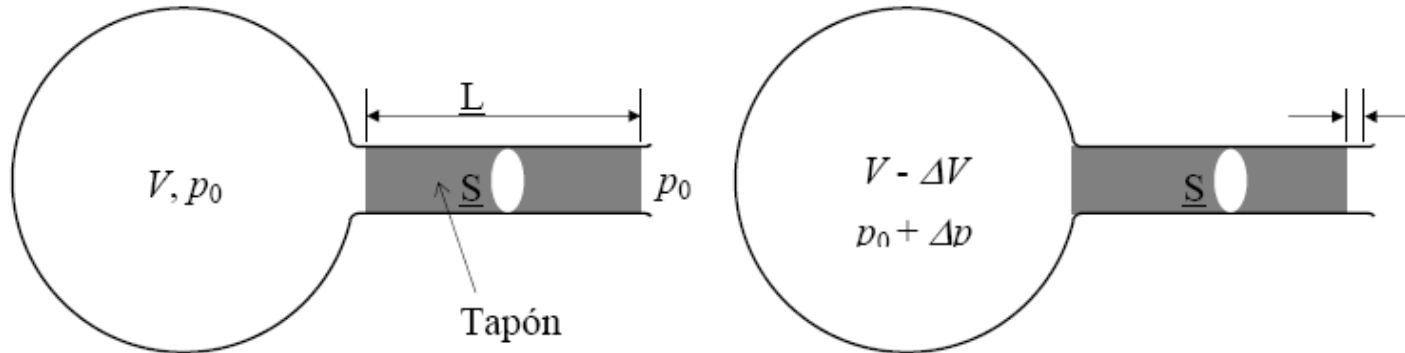
6) Determina y calcula la energía, W_d , que hay que aportar a un mol de HCl para separar completamente los iones de cada una de sus moléculas (Energía de disociación). El número de Avogadro es $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol.

Problema (Almería 2005)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2005/p3-oen-2005.pdf>

Suponga que dispone de un matraz como el que se representa en la figura 1, constituido por un bulbo de volumen V , lleno de aire a presión atmosférica p_0 , y de un cuello de sección S , en el que hay un tapón de masa m y longitud L que puede deslizar sin rozamiento. En un cierto instante se empuja ligeramente el tapón una distancia x ($x \ll L$) y, como consecuencia, el volumen de aire dentro del bulbo experimenta una disminución ΔV y su presión un aumento Δp . A continuación el sistema se libera y se observa que el tapón realiza un movimiento oscilatorio armónico.



Demuestre que la frecuencia angular, ω , de las oscilaciones del tapón es
$$\omega = \sqrt{\frac{S^2}{mV\kappa}}$$

donde κ es el coeficiente de compresibilidad del aire, que se define como
$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

Problema



Una pelota de frontón de masa m se deja caer desde una altura h_0 sobre el suelo; tras el bote, perfectamente perpendicular al suelo, la pelota alcanza una altura h_1 . Se puede despreciar el rozamiento con el aire.

En estas condiciones, el coeficiente de restitución de la pelota, c , se define como el cociente entre las velocidades de la pelota inmediatamente después del bote e inmediatamente antes ($c < 1$).

- Calcular el valor de c en función de h_0 y h_1 .
- Calcular la relación entre la energía mecánica de la pelota inmediatamente después e inmediatamente antes del bote, en función de c .
- Jorge Frías, 33 veces campeón de España de frontón y 4 veces campeón del mundo, golpea la pelota con su raqueta a una altura de 1 m sobre el suelo, imprimiéndole una velocidad v_0 . La pelota describe una trayectoria parabólica, alcanzando el frontis justo en la posición más alta de dicha trayectoria, y a una altura $d > 1 \text{ m}$ sobre el suelo. Suponiendo la pelota como una masa puntual, y despreciando el rozamiento con el aire, calcular la velocidad de la pelota inmediatamente después del rebote en el frontis, en función de v_0 , c y d .

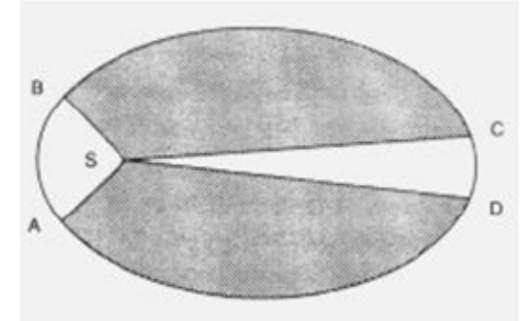
SOL: a) $c = \sqrt{h_1/h_0}$. b) $E_1/E_0 = c^2$. c) $v = c \sqrt{v_0^2 - 2g(d - 1)}$

Gravitación

3.1. Leyes de Kepler.

3.1.1. **Ley de las órbitas:** Los planetas giran alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, en uno de cuyos focos se encuentra éste.

3.1.2. **Ley de las áreas:** Las áreas barridas por el radio vector que une el Sol con un planeta son directamente proporcionales a los tiempos empleados en barrerlas.



3.1.3. **Ley de los periodos:** Los cuadrados de los periodos son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las respectivas órbitas.

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$\text{U.A.} = 1,49597870 \times 10^{11} \text{m}$$

3ra Ley de Kepler				
T en años, a en unidades astronómicas; entonces $T^2 = a^3$				
Las discrepancias son debido a la exactitud limitada				
Planeta	Periodo T	Dist. a del Sol	T^2	a^3
Mercurio	0.241	0.387	0.05808	0.05796
Venus	0.616	0.723	0.37946	0.37793
Tierra	1	1	1	1
Marte	1.88	1.524	3.5344	3.5396
Júpiter	11.9	5.203	141.61	140.85
Saturno	29.5	9.539	870.25	867.98
Urano	84.0	19.191	7056	7068
Neptuno	165.0	30.071	27225	27192
Plutón	248.0	39.457	61504	61429

Gravitación



3.2. Deducción de la ley de gravitación universal, realizada por Newton a partir de las leyes de Kepler

- 3.2.1. El Sol y los planetas son considerados como partículas, ya que sus distancias relativas son mucho mayores que sus diámetros.
- 3.2.2. El sistema de referencia está fijo en el Sol. La aceleración de cada planeta se mide respecto al Sol.
- 3.2.3. Cada planeta describe una órbita circular con una aceleración $a_c = \frac{v^2}{R}$. El error cometido con este enunciado es muy pequeño, ya que las órbitas elípticas reales tienen muy poca excentricidad (la razón entre semiejes en la Tierra es 0'99986).
- 3.2.4. La única fuerza significativa que actúa sobre un planeta es la gravitatoria del Sol.
- 3.2.5. Al considerarse las órbitas circulares y según la ley de las áreas, el movimiento es uniforme.
- 3.2.6. Por ser un movimiento uniforme el periodo de revolución vale $T = \frac{2\pi R}{v}$.
- 3.2.7. Utilizando la expresión de la aceleración centrípeta y la 3ª ley de Kepler se obtiene la expresión

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad \vec{F} = G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}_r$$

que se puede generalizar para todos los cuerpos del Universo, y que nos dice que dos cuerpos cualesquiera se atraen mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros. La constante G de proporcionalidad tiene el valor de $6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

El peso de los cuerpos se suele expresar como $\vec{F} = m\vec{g}$ y comparando con la expresión anterior

$$|\vec{g}| = G \frac{M}{r^2}$$

3.3. Energía potencial gravitatoria

La fuerza gravitatoria es conservativa, por lo que tiene asociada una energía potencial.

3.3.1. Energía potencial asociada a dos partículas cualesquiera

Consideremos dos partículas separadas entre sí de manera que la interacción gravitatoria es nula, una situada en una posición fija y la otra en el infinito, es decir,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 0$$

Supongamos ahora la partícula 1 en A y la 2 se desplaza desde el infinito hasta B que dista r_1 de la partícula 1. Si este desplazamiento de aproximación es originado por la interacción gravitatoria entre las dos partículas, el trabajo realizado por esta fuerza será

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^B \frac{G m_1 m_2}{r^2} dr = G m_1 m_2 \left(-\frac{1}{r} \right)_{\infty}^B$$
$$W = -G \frac{m_1 m_2}{r_B}$$

A cada posición relativa de dos masas corresponde una energía potencial.

A la posición infinito le corresponde una energía potencial nula.

La energía potencial gravitatoria siempre es negativa. Sentido físico: a medida que la fuerza gravitatoria realiza el trabajo de aproximación de las dos masas, la energía potencial disminuye. Si inicialmente era cero al final del desplazamiento será negativa.

Cuando dos cuerpos se aproximan la energía potencial disminuye. Cuando se separan hay que aplicar una fuerza exterior al sistema que se emplea en aumentar la energía potencial.

Gravitación



3.3.2. Variación de la energía potencial entre dos puntos A y B

La variación de la energía potencial cuando una masa m_1 se desplaza de A hasta B es

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = -G \frac{m_1 m_2}{r_B} - \left(-G \frac{m_1 m_2}{r_A} \right) = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

3.3.3. Energía potencial gravitatoria terrestre

Haciendo $m_1=M$ masa de la Tierra y $m_2=m$ masa del cuerpo

$$\Delta E_p = -G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{(R + h)}$$

Si la altura h es mucho menor que el radio R de la Tierra $\frac{h}{R} \cong 0$ y la expresión anterior resulta

$$\Delta E_p = mgh$$

Esta expresión es válida para g constante.

3.4. Campo gravitatorio terrestre

Caso particular de la gravitación universal referido a la Tierra.

Se define el campo gravitatorio como un vector que en cada punto del espacio es igual a la fuerza de atracción newtoniana ejercida por una masa sobre otra (\vec{v}, A).

El campo gravitatorio es conservativo: trabajo de la fuerza por camino cerrado, nulo.

El campo gravitatorio es estacionario, no cambia con el tiempo, sólo depende de las coordenadas del punto.

Se denomina intensidad de un campo gravitatorio en un punto a la fuerza que ejerce el campo sobre la unidad de masa colocada en dicho punto.

$$|\vec{g}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{GM_T m}{mr^2} = \frac{GM_T}{r^2}$$

3.4.1. Variación de la intensidad del campo gravitatorio con la distancia

A nivel del mar

$$|\vec{g}_0| = \frac{GM_T}{R_T^2} = 9'8m/s^2$$

A una altura h

$$|\vec{g}| = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = |\vec{g}_0| \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

3.5. Aplicación de la teoría de la gravitación universal al movimiento de satélites y planetas.

3.5.1. Periodo de revolución y velocidad orbital

Un satélite gira en órbita circular alrededor de la Tierra porque está sometido a una fuerza centrípeta originada por la atracción gravitatoria

$$F_g = F_c \quad \rightarrow \quad G \frac{mM_T}{R_0^2} = m \frac{v^2}{R_0}$$

La velocidad lineal con la que gira el satélite

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R_0}} = \sqrt{\frac{GM}{R_T + h}}$$

El periodo de revolución viene dado por

$$T = \frac{2\pi R_0}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM}}$$

Estas expresiones son válidas para cualquier planeta que gira en torno al Sol.

3.5.2. Velocidad de escape de un cohete

Se llama velocidad de escape a la velocidad mínima de lanzamiento de un cohete para que éste pueda “escapar” de la atracción terrestre. A medida que el cohete se aleja de la Tierra aumenta su energía potencial a costa de su energía cinética de forma que la energía mecánica se conserva, ya que nos movemos en un campo conservativo (fuerzas conservativas).

Se debe cumplir $E_{m(0)} = E_{m(h)} \rightarrow E_{c(0)} + E_{p(0)} = E_{c(h)} + E_{p(h)}$

Caso 1 Velocidad de lanzamiento para que el cohete alcance una altura h :

$$\frac{1}{2}mv_l^2 + \left(-G \frac{M_T m}{R_T}\right) = 0 + \left(-G \frac{M_T m}{R_T + h}\right)$$

Caso 2 Velocidad de lanzamiento para que el cohete abandone el campo gravitatorio $h = \infty$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{2g_0R_T} = 11'2km/s$$

En este caso la Velocidad de lanzamiento coincide con la Velocidad de escape. Esta última expresión es válida para cualquier objeto lanzado desde cualquier planeta.

3.5.3. Lanzamiento de satélites artificiales. Energía y órbitas

La colocación de un satélite en órbita se realiza en dos fases:

1. Se lleva el satélite a una altura h mediante cohetes de lanzamiento.
2. Desde esa altura se lanza el satélite con una velocidad horizontal v_0 . El tipo de trayectoria que sigue el satélite depende del valor de v_0 .
 - a) Si v_0 es pequeña el satélite cae sobre la superficie de la Tierra describiendo una parábola.
 - b) Si $v_0 = v_c$ (velocidad límite para la que el satélite no cae), describe una circunferencia. En este caso la fuerza centrípeta es igual a la fuerza gravitatoria

$$m \frac{v_c^2}{R_T + h} = \frac{GM_T m}{(R_T + h)^2} \rightarrow v_c = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

- c) Si $v_0 > v_c$ la órbita es una elipse cuya excentricidad aumenta con la Velocidad de lanzamiento. En el caso de $v_0 \gg v_c$ la elipse se abre de forma que su eje mayor se hace infinito y el satélite sale del campo gravitatorio siguiendo una parábola. En este caso, v_0 es la velocidad de escape correspondiente a la altura h ($v_0 = v_{eh}$). La energía mecánica del satélite será cero

$$\frac{1}{2} m v_{eh}^2 + \left(-\frac{GM_T m}{R_T + h} \right) = 0 \rightarrow v_{eh} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{2} v_c$$

Es decir, la velocidad de escape desde una órbita circular es $\sqrt{2}$ veces la velocidad en esa órbita.

- d) Si $v_0 \gg v_{eh}$ el satélite describe una órbita hiperbólica y llega al infinito con una velocidad mayor que cero.

3.5.4. Energía mecánica de un satélite para órbitas cerradas

Se llama energía de enlace a la energía mecánica que debe tener un satélite para mantenerse en una órbita estacionaria a una altura sobre la superficie terrestre. Si describe una órbita circular, la fuerza centrípeta es igual a la fuerza gravitatoria

$$m \frac{v_c^2}{R_T + h} = \frac{GM_T m}{(R_T + h)^2} \rightarrow v_c = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

Y la energía cinética del satélite en su movimiento orbital es

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} G \frac{M_T m}{R_T + h}$$

La energía potencial gravitatoria asociada al sistema Tierra-satélite vale.

$$E_p = -G \frac{M_T m}{R_T + h}$$

Por tanto la energía mecánica será

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} G \frac{M_T m}{R_T + h} + \left(-G \frac{M_T m}{R_T + h} \right) = -\frac{1}{2} G \frac{M_T m}{R_T + h} = -\frac{GM_T m}{2R_0}$$

En el caso de órbitas elípticas se sustituye el radio por el semieje mayor "a" de la elipse.

Datos:

Radio Tierra: 6.370 km	Radio Luna: 1.738 km	Radio Sol: 669.000 km
Masa Tierra: $5'98 \times 10^{24}$ kg	Masa Luna: $7'35 \times 10^{22}$ kg	Masa Sol: $1'99 \times 10^{30}$ kg
Distancia Tierra-Luna: $3'844 \times 10^8$ m	Distancia Tierra-Sol: $1'496 \times 10^{11}$ m	
$G = 6'67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$		

Problema 2019



Considera un satélite de masa m moviéndose en una órbita circular alrededor de la Tierra a velocidad constante v , y a una altura h sobre la superficie de la Tierra.

- Determina la expresión de la velocidad del satélite en función de la constante de gravitación universal G , la altura h , el radio de la Tierra R y la masa de la Tierra M .
- Si consideramos que el satélite está situado sobre la línea del Ecuador y es geostacionario (es decir, realiza órbitas sobre el Ecuador terrestre quedando aparentemente inmóvil sobre un punto determinado de nuestro planeta), determina la altura a la que está situado el satélite y su velocidad.

Datos: $G=6,674 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $R=6371 \text{ km}$, $M=5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$.



Problema 2019



a)

$$F_g = ma \rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{v^2}{r} \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

b) Para que el satélite sea geoestacionario, el periodo de la órbita debe ser igual al periodo de la tierra, es decir, $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$.

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,674 \times 10^{-11} \times 5,972 \times 10^{24} \times 86400^2}{4\pi^2}} = 42,240 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = r - R = 42,240 \times 10^6 - 6,371 \times 10^6 = 35,869 \times 10^6 \text{ m} = 35869 \text{ km}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,674 \times 10^{-11} \times 5,972 \times 10^{24}}{42,240 \times 10^6}} = 3072 \text{ m/s}$$

Problema (2024)



El movimiento de rotación de una estrella periférica como el Sol, alrededor del punto central de la galaxia, puede aproximarse a un problema de interacción gravitatoria entre dos puntos, en el que una masa puntual (la estrella) gira alrededor de otra mucho más grande (la galaxia) como si la masa de la galaxia estuviese reunida en su núcleo central.

a) Utilizando esta aproximación, determina la expresión simbólica de la velocidad de rotación de una estrella periférica en función de la distancia al centro de la galaxia (R), de la masa de la galaxia (M_g) y de la constante de gravitación universal (G).

Problema (2024)

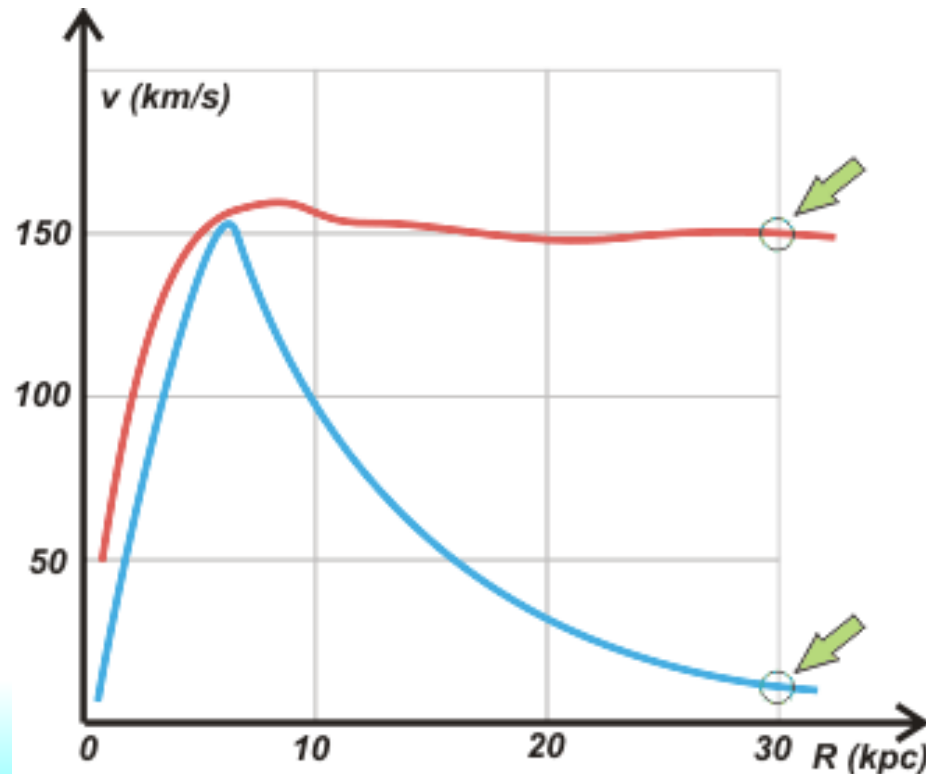


En la gráfica de la figura se representan dos curvas:

1. La velocidad de rotación de una estrella medida experimentalmente en km/s en función de la distancia al centro de la galaxia (R) en kiloparsecs (kpc).
2. La velocidad de rotación teórica calculada en base a la acción gravitatoria de la masa visible de la galaxia.

Nota: la discrepancia entre estas dos curvas puede explicarse mediante la hipótesis de la existencia de *materia oscura*.

b) Justifica, en base al resultado del primer apartado, que línea podría representar cada una de las curvas dibujadas en la gráfica.



Problema (2024)



c) Sabiendo que 1 kpc equivale a 3262 años luz y un año luz es la distancia que recorre la luz en un año, calcula a cuantos metros equivale 1 kpc.

d) Los puntos marcados en la figura se corresponden con una velocidad de 15 km/s y 150 km/s respectivamente. Utilizando la aproximación del primer apartado, calcula la masa real de la galaxia, y la masa visible de la galaxia.

Datos: $c = 300.000 \text{ km/s}$. $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Problema (2023)



En septiembre de 2022, la NASA desvió el asteroide Dimorphos de su trayectoria. Aunque el asteroide Dimorphos no suponía ninguna amenaza para la Tierra, la nave DART desvió ligeramente su trayectoria, a modo de ensayo por si algún día fuera necesario defendernos del impacto de un asteroide que amenace a nuestro planeta. El asteroide Dimorphos, orbita en torno a otro mayor llamado Didymos. Juntos forman un sistema de doble asteroide, de ahí el nombre de la misión DART: *Double Asteroid Redirection Test*, o ensayo de redirección de doble asteroide. El impacto sirvió simplemente para acortar la órbita del asteroide Dimorphos en 32 minutos, de 11 horas y 55 minutos a 11 horas y 23 minutos. La órbita original del asteroide Dimorphos tenía un radio de 1,2 km, y su masa es de $5,68 \cdot 10^9$ kg. Suponiendo que las órbitas son circulares y que la masa de Didymos es mucho más grande que la de Dimorphos:

- Calcula la masa de Didymos.
- Calcula el radio de la órbita del asteroide Dimorphos después de la colisión.
- Calcula la velocidad orbital del asteroide Dimorphos antes y después de la colisión.

Considerando que la nave DART se aproximó a Dimorphos en la dirección paralela al movimiento de este asteroide, a una velocidad relativa de 6,4 km/s, calcula la masa de la nave DART:

- Suponiendo un choque completamente inelástico.
- Suponiendo un choque completamente elástico.

$$G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}$$

Problema (Cuenca 2003)



Los cuerpos celestes, salvo por algunas extensas masas rocosas en planetas de tipo terrestre, están constituidos por materiales sueltos sólidos, líquidos o gaseosos. Se dice por ejemplo que los asteroides, buena parte de la Luna, etc., no son otra cosa que un “apilamiento de escombros” mantenidos juntos por la fuerza de la gravedad. Sin embargo ésta puede ser insuficiente si los cuerpos tienen movimiento de rotación. Para simplificar, supongamos que un asteroide está constituido por dos fragmentos esféricos (de densidad ρ_s y radio r_s) en rotación alrededor de su punto de contacto. Siendo G la constante de gravitación universal, se pide calcular en función de ρ_s y r_s :

1. La fuerza de atracción entre los dos fragmentos del asteroide.
2. La velocidad de rotación máxima ω_m que puede tener el asteroide sin que se disgregue.

Problema (Vigo 2004)



SOL: <http://personales.upv.es/jogomez/of/sol/Vigo-variacionesorbitales.pdf>

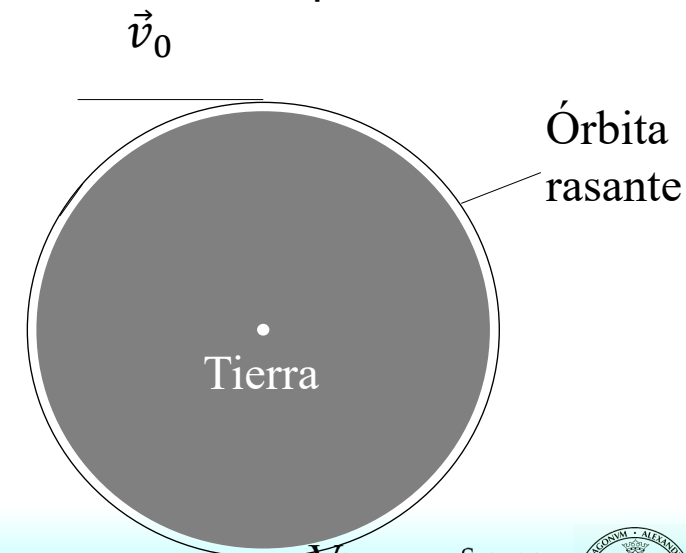
En las maniobras de las naves espaciales en órbita, los cambios que se realizan en las velocidades y alturas son habitualmente muy pequeños comparados con las velocidades y radios orbitales respectivamente. Lo mismo ocurre para las energías, momentos angulares, etc. en juego. En consecuencia, los cálculos involucran valores numéricos muy dispares y para efectuarlos con sencillez, controlando al mismo tiempo la precisión, se deben adoptar ciertas estrategias.

El objetivo de este problema es expresar los cambios que experimentan algunos parámetros de una órbita cuando variamos otros. Veremos que los efectos resultan aproximadamente proporcionales a las variaciones causantes de los mismos cuando unos y otros son muy pequeños.

Como modelo, supondremos que la Tierra es una esfera de radio $R=6370\text{km}$ y que carece de atmósfera. Se sugiere emplear como dato la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre: $g=9.81\text{m/s}^2$.

a) Calcule la velocidad v_0 de un satélite que orbitase en torno a la Tierra a ras del suelo, como se muestra en la figura 1.

b) Calcule el período T_0 de esta órbita.



Problema (Vigo 2003)



SOL: <http://personales.upv.es/jogomez/of/sol/Vigo-variacionesorbitales.pdf>

La presencia de la atmósfera hace que las órbitas razonablemente seguras deban situarse por lo menos a una altura de unos 300 km sobre la superficie terrestre (órbitas llamadas “bajas”). Como 300 km son muy pocos frente a los 6370 km del radio terrestre, son posibles ciertos razonamientos aproximados.

c) Para una órbita baja, a una altura $h = 300$ km, como se muestra en la figura 2 (no está dibujada a escala), calcule de forma aproximada (a primer orden en h) la velocidad orbital v_{aprox} y determine la diferencia, Δv_{aprox} , entre dicha velocidad orbital y la velocidad de la órbita rasante en función de la altura h .

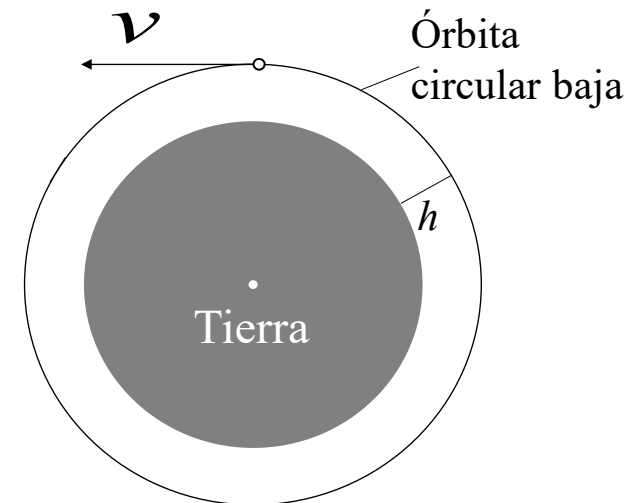


Fig. 2

d) Efectúe el cálculo numérico exacto de v , determine la diferencia $\Delta v = v - v_0$ y compárela con la obtenida en el apartado anterior, Δv_{aprox} .

e) Calcule también la diferencia ΔT entre el periodo exacto de la órbita baja ($h = 300$ km) con su valor aproximado a primer orden en h .

Ayuda matemática

Binomio de Newton: $(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon + \frac{1}{2}n(n-1)\varepsilon^2 + \dots$. Si $\varepsilon \ll 1$, podemos despreciar ε^2 y escribir $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$. Esta expresión, que vale también para n no entero, nos da el valor de $(1 + \varepsilon)^n$ “a primer orden en ε ”.

Por ejemplo, a primer orden en ε tenemos: $(1 + \varepsilon)^{-1/2} \approx 1 - \varepsilon/2$.

Aplicación: si $b \ll a$, tendremos $(a + b)^n \approx a^n(1 + nb/a)$, “a primer orden en b ”.

Problema (Vigo 2003)



SOL: <http://personales.upv.es/jogomez/of/sol/Vigo-variacionesorbitales.pdf>

Consideremos ahora la órbita circular baja del apartado anterior. Con un breve encendido de los motores de maniobra de la nave, se incrementa ligeramente el módulo de su velocidad en δv , sin modificar su dirección (véase la figura 3). Con esta operación, la nave pasa de la órbita circular a una órbita elíptica y se incorpora a la nueva órbita en su perigeo, a una distancia $r_P = R + h$ del centro de la Tierra, con una velocidad $v_P = v + \delta v$ siendo $\delta v \ll v$. El apogeo de la órbita se encontrará a una distancia r_A y en él la velocidad de la nave será v_A , ambas magnitudes estarán relacionadas con sus correspondientes en el perigeo a través de la conservación de la energía mecánica de la nave y de su momento angular, $L = mvr$, respecto al centro de la Tierra.

f) Suponiendo que $\delta v = 10 \text{ m/s}$, calcule, en términos de δv a primer orden de aproximación, la diferencia entre las distancias del centro de la Tierra al apogeo y perigeo de la nueva órbita, es decir $\delta r = r_A - r_P$.

g) En el mismo orden de aproximación que el apartado anterior, calcule la diferencia, δT , entre el período de la nueva órbita elíptica T' y el de la órbita circular inicial, T .

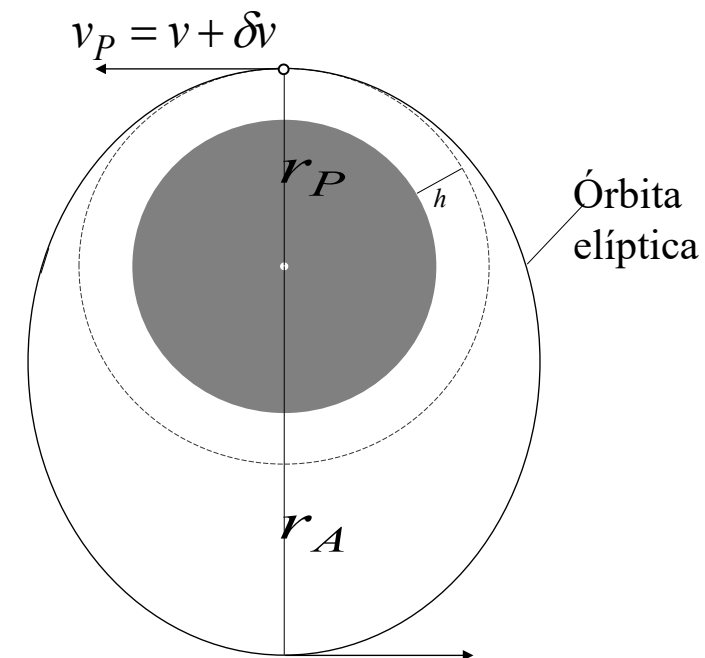


Fig. 3

Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P1-OEF-2006.pdf>

Algunos corales generan en su esqueleto finas estrías a causa de las interrupciones diarias (día-noche) de su crecimiento. Estas estrías, posiblemente debidas a las variaciones de profundidad del mar por efecto de las mareas, se agrupan en estrechas bandas que corresponden a cada mes lunar. A su vez, las bandas mensuales se agrupan en otras, más anchas, con una periodicidad anual. Pueden apreciarse las citadas bandas en la fotografía de la figura 1, que corresponde a un coral fósil de *Calceola sandalina*, perteneciente al Museo Paleontológico de la Universidad de Zaragoza.

En definitiva, el sistema de estrías y bandas del esqueleto coralino equivale a un “calendario” de la época en la que el coral vivió y, a través de un estudio paleontológico, se deduce que entonces la duración del año era de unos 400 días. Por tanto, la Tierra giraba en torno a su eje con una velocidad angular mayor que en la actualidad. Puede suponerse que el periodo de rotación de la Tierra en torno al Sol no ha variado apreciablemente desde aquella época.

Por otra parte, mediciones muy precisas del tiempo de vuelo de pulsos láser emitidos desde la Tierra y reflejados en espejos colocados en la Luna, en misiones norteamericanas y de la antigua URSS, muestran que la distancia Tierra-Luna aumenta a razón de 3,8 cm/año.

La disminución de la velocidad angular de rotación de la Tierra y, en consecuencia, el paulatino aumento de la distancia entre la Luna y la Tierra, se deben a la enorme disipación de energía que se produce por la fricción del flujo y reflujo de las mareas oceánicas con los fondos marinos.

Dado que la masa de la Tierra es considerablemente mayor que la de la Luna y que la distancia entre sus centros es mucho mayor que cualquiera de sus radios, permite considerar la Luna como una partícula (puntual) de masa M_L que describe una órbita circular de radio R en torno al centro de la Tierra. En la figura 2 se representa a escala el sistema Tierra-Luna.

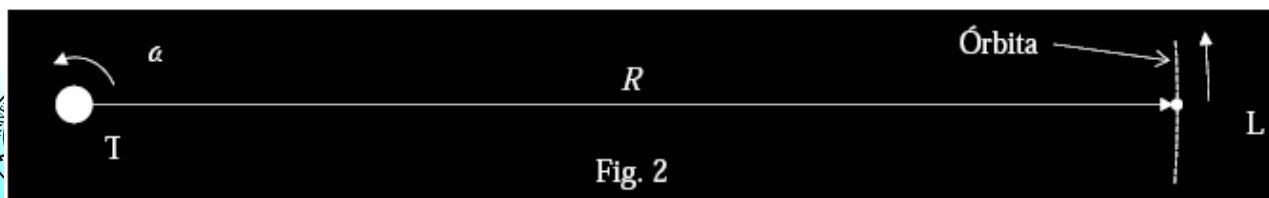
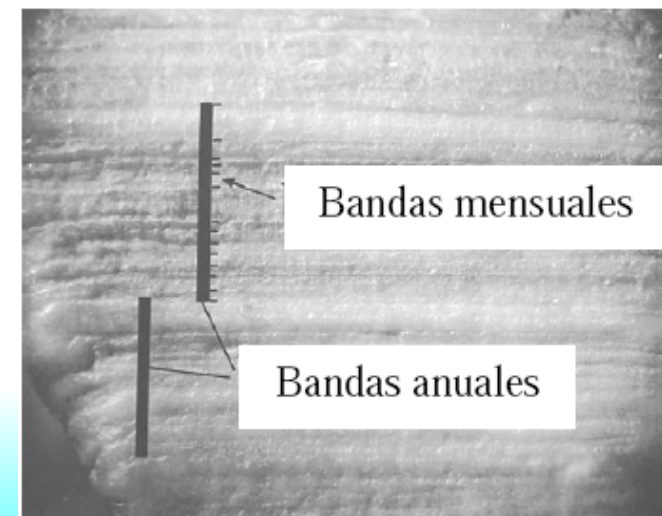


Fig. 2

Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P1-OEF-2006.pdf>

Suponga la Tierra esférica, con su eje de rotación perpendicular al plano de la órbita lunar, y que la pequeña velocidad con la que la Luna se aleja de la Tierra ha permanecido constante a lo largo del tiempo. Tenga en cuenta también que la Luna, vista desde la Tierra, presenta siempre la misma cara.

Con los datos que se indican al final del enunciado,

- Determine la distancia actual entre La Tierra y la Luna, R , en función de la velocidad angular orbital de la Luna, ω , del radio de la Tierra, R_T , y de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, g . Calcule ω y R .
- Calcule las velocidades angulares de la Tierra en torno a su eje en la actualidad, ω_T , y cuando el coral vivía, ω'_T .
- Determine la distancia entre la Tierra y la Luna, R' , en la época en la que vivió el coral, en función de las siguientes magnitudes: R , M_T , M_L , R_T , ω_T , ω'_T y ω . Calcule el valor de R' .
- Haga una estimación de la “edad” del coral fósil, $|$.

Datos:

Masas de la Tierra y de la Luna: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg;

Radio de la Tierra: $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m

Periodo de revolución de la Luna en torno a su eje: $T_L = 2,36 \cdot 10^6$ s

Periodo de revolución de la Tierra en torno al Sol: $T = 3,16 \cdot 10^7$ s

Día sidéreo: $T_T = 8,64 \cdot 10^4$ s

Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Ayudas:

De acuerdo con el modelo propuesto (Tierra rotatoria con su centro fijo y Luna de masa puntual), el momento angular del sistema respecto al centro de la Tierra es igual a la suma de los momentos angulares de la Luna en torno a la Tierra y de la Tierra en torno a su eje. Si el sistema está aislado, tal como se considera al sistema Tierra-Luna en este problema, su momento angular total debe conservarse.

Para una esfera de masa m y radio a que gira con velocidad angular Ω en torno a un eje que pasa por su centro (figura 3), el módulo de su momento angular respecto al centro es $L_0 = I\Omega$, donde I es el llamado momento de inercia respecto a dicho eje, cuyo valor es $I = \frac{2}{5} m a^2$.

Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P1-OEF-2006.pdf>

Algunos corales generan en su esqueleto finas estrías a causa de las interrupciones diarias (día-noche) de su crecimiento. Estas estrías, posiblemente debidas a las variaciones de profundidad del mar por efecto de las mareas, se agrupan en estrechas bandas que corresponden a cada mes lunar. A su vez, las bandas mensuales se agrupan en otras, más anchas, con una periodicidad anual. Pueden apreciarse las citadas bandas en la fotografía de la figura 1, que corresponde a un coral fósil de *Calceola sandalina*, perteneciente al Museo Paleontológico de la Universidad de Zaragoza.

En definitiva, el sistema de estrías y bandas del esqueleto coralino equivale a un “calendario” de la época en la que el coral vivió y, a través de un estudio paleontológico, se deduce que entonces **la duración del año era de unos 400 días**. Por tanto, la Tierra giraba en torno a su eje con una velocidad angular mayor que en la actualidad. Puede suponerse que **el periodo de rotación de la Tierra en torno al Sol no ha variado apreciablemente desde aquella época**.

Por otra parte, mediciones muy precisas del tiempo de vuelo de pulsos láser emitidos desde la Tierra y reflejados en espejos colocados en la Luna, en misiones norteamericanas y de la antigua URSS, muestran que **la distancia Tierra-Luna aumenta a razón de 3,8 cm/año**.

La disminución de la velocidad angular de rotación de la Tierra y, en consecuencia, el paulatino aumento de la distancia entre la Luna y la Tierra, se deben a la enorme disipación de energía que se produce por la fricción del flujo de las mareas oceánicas de la Tierra y que se considera de los torques que actúan sobre la Luna y que la distancia entre sus centros es mucho mayor que cualquiera de sus radios, permite **considerar la Luna como una partícula (puntual) de masa M_L que describe una órbita circular de radio R** en torno al centro de la Tierra. En la figura 2 se representa a escala el sistema Tierra-Luna.

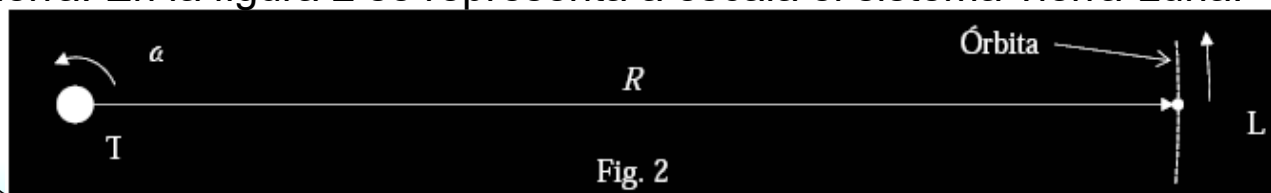


Fig. 2

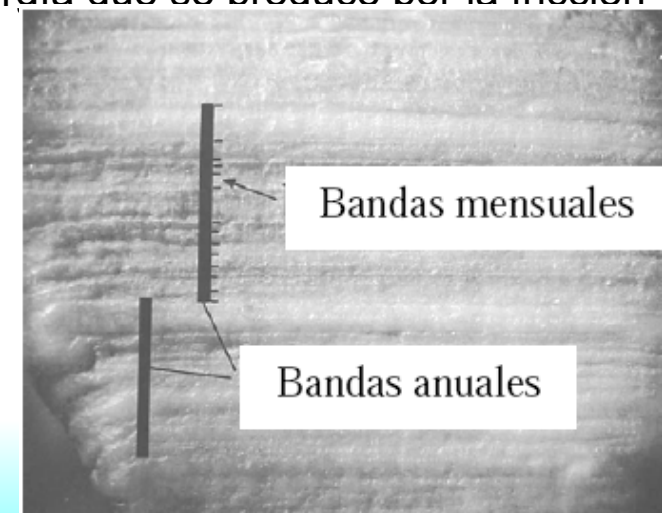


Fig. 1

Problema (Teruel 2006)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2006/P1-OEF-2006.pdf>

Suponga la Tierra esférica, con su eje de rotación perpendicular al plano de la órbita lunar, y que la pequeña velocidad con la que la Luna se aleja de la Tierra ha permanecido constante a lo largo del tiempo. Tenga en cuenta también que la Luna, vista desde la Tierra, presenta siempre la misma cara.

Con los datos que se indican al final del enunciado,

- Determine la distancia actual entre La Tierra y la Luna, R , en función de la velocidad angular orbital de la Luna, ω , del radio de la Tierra, R_T , y de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, g . Calcule ω y R .
- Calcule las velocidades angulares de la Tierra en torno a su eje en la actualidad, ω_T , y cuando el coral vivía, ω'_T .
- Determine la distancia entre la Tierra y la Luna, R' , en la época en la que vivió el coral, en función de las siguientes magnitudes: R , M_T , M_L , R_T , ω_T , ω'_T y ω . Calcule el valor de R' .
- Haga una estimación de la “edad” del coral fósil, t .

Datos:

Masas de la Tierra y de la Luna: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg;

Radio de la Tierra: $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m

Periodo de revolución de la Luna en torno a su eje: $T_L = 2,36 \cdot 10^6$ s

Periodo de revolución de la Tierra en torno al Sol: $T = 3,16 \cdot 10^7$ s

Día sidéreo: $T_T = 8,64 \cdot 10^4$ s

Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Ayudas:

De acuerdo con el modelo propuesto (Tierra rotatoria con su centro fijo y Luna de masa puntual), el momento angular del sistema respecto al centro de la Tierra es igual a la suma de los momentos angulares de la Luna en torno a la Tierra y de la Tierra en torno a su eje. Si el sistema está aislado, tal como se considera al sistema Tierra-Luna en este problema, su momento angular total debe conservarse.

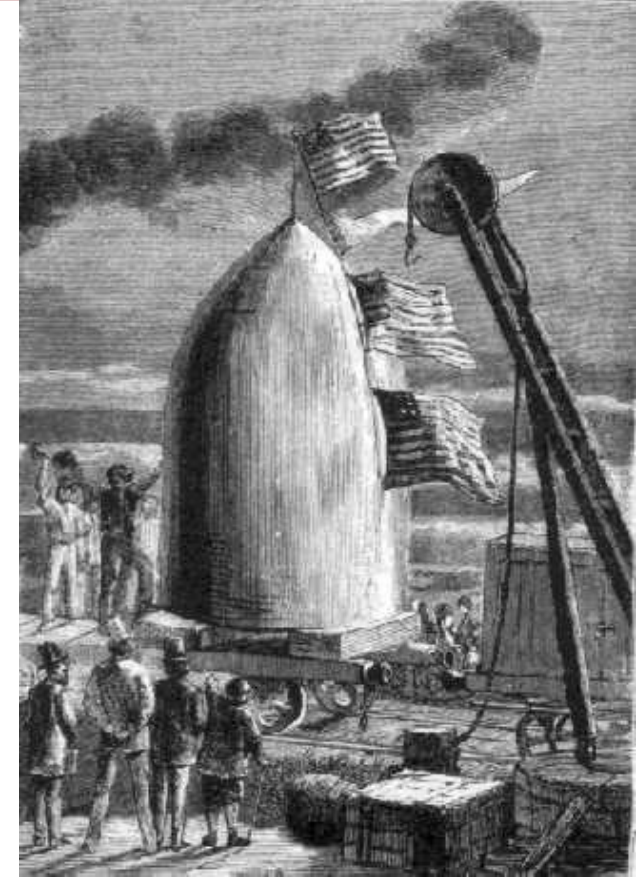
Para una esfera de masa m y radio a que gira con velocidad angular ω en torno a un eje que pasa por su centro (figura 3), el módulo de su momento angular respecto al centro es $L_0 = I\omega$, donde I es el llamado momento de inercia respecto a dicho eje, cuyo valor es $I = \frac{2}{5} m a^2$.

Problema (Burgos 2002)



•De la Tierra a la Luna

En su famosa novela de 1865 Julio Verne imaginaba un viaje a la Luna en el que la nave espacial era una gran bala de cañón disparada desde un profundo pozo reforzado apuntado a nuestro satélite. Dejando a parte el freno del incandescente paso por la atmósfera terrestre, añadamos una simplificación más a la fantasía admitiendo que la Luna está quieta respecto a la Tierra. En este problema vamos a hacer algunos números para verificar la rudeza del método para la integridad de los tres ocupantes y la insensatez del proyecto.

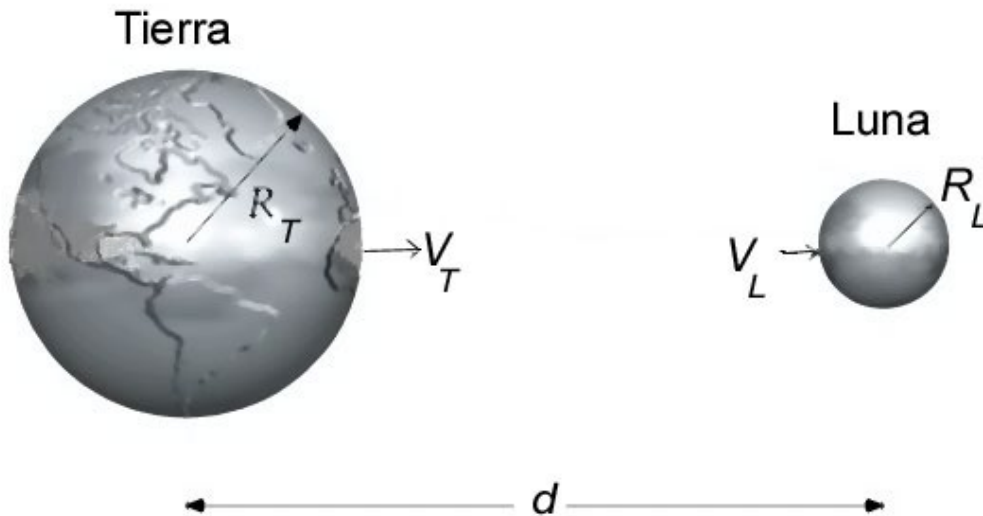


Problema (Burgos 2002)



•De la Tierra a la Luna

1. Calcule a qué distancia l de la tierra se halla el punto de equilibrio entre las gravedades lunar y terrestre.
2. Llamando r a la distancia desde el centro de la tierra, calcule las contribuciones de la energía potencial $E_T(r)$ de la nave debida al campo gravitatorio terrestre, y de la lunar $E_L(r)$.
3. Dibuje una gráfica a mano alzada de la energía potencial total $E(r)$ describiendo sus características.
4. Calcule la velocidad mínima V_T con que debe partir la nave de la Tierra para alcanzar la Luna.
5. Suponiendo que la puntería haya sido mejor que en la novela y realmente dieran en nuestro satélite, calcule la velocidad mínima de caída V_L sobre la superficie lunar.
6. Calcule la aceleración media durante el disparo en unidades de g y el tiempo del recorrido dentro del cañón.



• DATOS

Radio terrestre: $R_T = 6,37 \cdot 10^3$ km

Radio lunar: $R_L = 1,74 \cdot 10^3$ km

Distancia entre sus centros: $d = 3,84 \cdot 10^5$ km

Masa de la Luna: $M_L = 0,0123 M_T$

Gravedad en la superficie terrestre: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

Profundidad del pozo-cañón: $h = 300$ m

Problema (Murcia-virtual, 2020)



https://rsef.es/images/Fisica/P1_Tectitas.pdf

Las tectitas son unos pequeños meteoritos que se encuentran en la superficie de la Tierra. Algunas tienen una composición idéntica a la del granito lunar y se piensa que son restos de una erupción volcánica ocurrida en la Luna.



En este problema llame R_T y M_T al radio de la Tierra y a su masa, R_L y M_L a los de la Luna, y D a la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna. Considere una tectita de masa m en un punto situado entre la Tierra y la Luna, a distancia r del centro de la Tierra.

- Obtenga la expresión de la fuerza gravitatoria sobre la tectita.
- Considere el punto P donde se anula la fuerza gravitatoria sobre la tectita. Obtenga la distancia r_P del punto P al centro de la Tierra (dé la expresión teórica y el valor numérico).
- Determine o razone matemáticamente si en dicho punto P el potencial gravitatorio es un máximo, un mínimo, o ninguno de los anteriores. Dibuje una figura que muestre cómo varía el potencial del sistema Tierra-Luna a lo largo de la línea que une los centros de ambos astros.
- Para que una tectita alcance la Tierra tiene que ser eyectada por el volcán con una cierta velocidad mínima v_0 . Determine v_0 en función de las constantes del enunciado y calcule su valor numérico.
- Determine la velocidad v_1 con que entrará en la atmósfera de la Tierra cuando es eyectada con velocidad v_0 . Para el cálculo desprecie el grosor de la atmósfera.

Problema (Almería 2005)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2005/p2-oef-2005.pdf>

Propulsión iónica. Introducción

La nave SMART-1, de la Agencia Espacial Europea, entró en la zona de predominio de la gravedad lunar el 15 de Noviembre de 2004. Catorce meses antes fue colocada en órbita terrestre por un lanzador convencional Ariane-5, y desde entonces ha viajado hacia la Luna impulsada por su motor iónico. Actualmente, este mismo motor la está frenando lentamente para situarla en una órbita lunar baja, en la que desarrollará su misión científica. Durante todo ese tiempo (cerca de año y medio) el motor iónico ha funcionado de forma casi continua, aunque con un empuje muy débil. La inmensa ventaja de este sistema de propulsión es que puede mantenerse durante un tiempo muy largo y, a igualdad de propelente gastado, se alcanza una velocidad final mucho más elevada que con un motor cohete tradicional, de forma que su rendimiento es unas diez veces superior. El secreto radica en que la velocidad de expulsión de los iones es muy superior a la de los gases de combustión de un motor cohete, que no suele pasar de los 3 km/s (con un tiempo de encendido de tan solo unos 10 minutos). Además la energía eléctrica necesaria para el funcionamiento de un motor iónico se extrae de la luz solar mediante paneles fotovoltaicos. El principio de funcionamiento del motor iónico es sencillo: átomos neutros de gas Xenón entran a una primera cámara donde son ionizados mediante un haz de microondas, que arrancan un electrón a cada átomo. Los iones Xe^+ son conducidos mediante un campo eléctrico débil a otra cámara, donde un intenso campo eléctrico los acelera hasta una alta velocidad y los expulsa al espacio exterior. Para crear este campo, se establece una diferencia de potencial entre dos rejillas, a través de las cuales pasan los iones. La nave debe permanecer eléctricamente neutra, por lo que un circuito capta los electrones producidos en la ionización y, mediante un cátodo hueco, los expulsa también al espacio, donde se recombinan con los iones Xe^+ formando de nuevo gas neutro y emitiendo un bello resplandor azulado. Los electrones son muchísimo más ligeros que los iones, por lo que su efecto de propulsión es irrelevante.

Problema (Almería 2005)



SOL: <https://rsef.es/images/Problemas/OEF2005/p2-oenf-2005.pdf>

Problema

La SMART-1 inició su viaje con una carga de unos 80 kg de gas Xenón. A su régimen normal de funcionamiento, el motor iónico tiene un consumo $C = 0,10$ kg/día de Xe, lo que le da una autonomía superior a dos años. La diferencia de potencial entre las rejillas aceleradoras es $\Delta V = 1,3$ kV. Calcule:

- La velocidad de expulsión de los iones, v_e .
- La fuerza de empuje del motor, F .
- El número de iones expulsados por segundo N , y la intensidad de la corriente iónica expulsada, I .
- La potencia eléctrica gastada en la ionización del gas, P_i .
- El consumo de potencia eléctrica del conjunto del motor, P .

Datos:

Masa media de un átomo de Xenón: $m = 2,180 \cdot 10^{-25}$ kg

Energía de primera ionización: $E^+ = 12,13$ eV

Carga del electrón: $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

