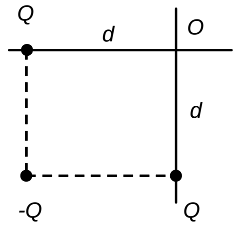
1 ELECTROSTÁTICA

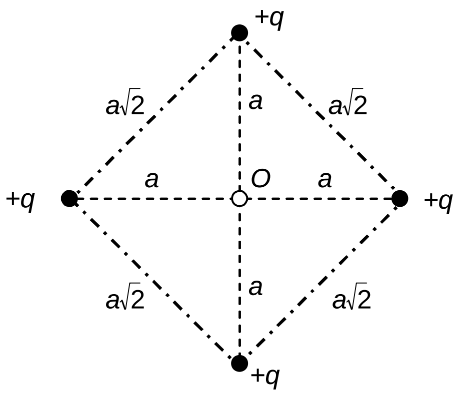
1. Dadas las tres cargas puntuales situadas como se muestra en la figura, determina la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que ejercen sobre una carga $Q/2$ situada en el punto O.

Sol: $\vec{F} = \dfrac{KQ^2}{2d^2}\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)(\vec{i} + \vec{j})$



2. Dadas cuatro cargas puntuales iguales $+q$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a2^{1/2}$ y en reposo, hallar la fuerza eléctrica total que las cuatro cargas ejercerían sobre una carga q' situada en O y la energía potencial electrostática de q' en O.

Sol: $\vec{F} = 0 \quad U = q' \dfrac{q}{\pi \varepsilon_0 a}$



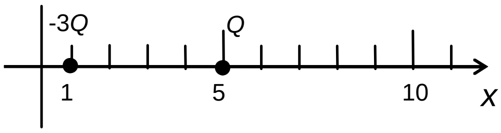
3. En la figura se muestran dos cargas puntuales, $-3Q$ en $x = 1$ y Q en $x = 5$. Halla en qué puntos del eje x,

a) se anula el potencial eléctrico

b) se anula el campo eléctrico

Sol: a) $x = 4$, $x = 7$

b) $x = 10{,}46$



4. Una carga puntual positiva q_1, está situada en el origen de un sistema de coordenadas ortogonales sobre el plano. Otra carga puntual negativa q_2 está situada sobre el eje de ordenadas a una distancia de 1 m del origen. Determina:

a) Intensidad del campo eléctrico creado por cada una de las cargas en un punto A situado sobre el eje OX a 2 m del origen.

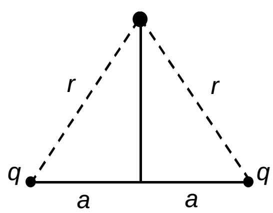
b) Trabajo necesario para trasladar una carga q desde el punto A a otro B de coordenadas (4,2) m.

Aplicación al caso en que $q_1 = 10^{-9}$C, $q_2 = -2\cdot10^{-9}$C, $q = 3$ C.

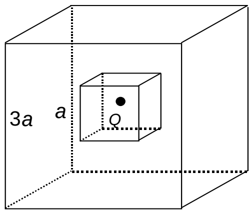
Sol: a) $\vec{E}_1 = 2{,}25\vec{i}$ N/C $\vec{E}_2 = 1{,}61(-2\vec{i} + \vec{j})$ N/C b) $W_{AB} = 3{,}59$ J

5. Dos cargas puntuales, positivas e iguales q, están separadas por una distancia $2a$. Una carga positiva unidad se coloca equidistante de ellas, tal como muestra la figura. ¿A qué distancia r experimentará una fuerza máxima?

Sol: $r = a(3/2)^{1/2}$

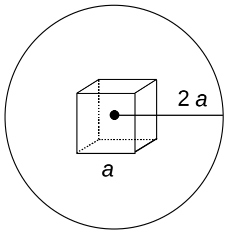


6. Sea la carga puntual Q y las dos superficies cúbicas, paralelas, centradas en Q, y de lado a y $3a$, de la figura. Halla la relación existente entre los flujos del campo eléctrico que atraviesa ambas superficies (Φ_a/Φ_{3a}). Justifica la respuesta.



7. Sea un cubo de arista a y densidad volumétrica de carga ρ uniforme, situado en el vacío. Se le rodea de una superficie esférica de radio $2a$. Determina el flujo del campo eléctrico a través de la esfera.

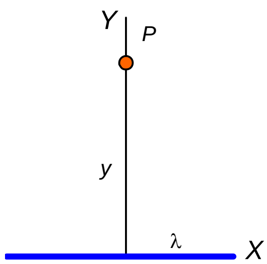
Sol: $\Phi = \dfrac{\rho a^3}{\varepsilon_0}$



8. Aplica el teorema de Gauss para <u>deducir</u> la expresión del campo eléctrico creado por un plano infinito cargado con densidad superficial de carga σ.

9. La figura muestra una porción de una línea infinita de carga cuya densidad lineal de carga λ es constante. Calcula la intensidad de campo eléctrico creado por la línea infinita en el punto P a una distancia y de la línea.

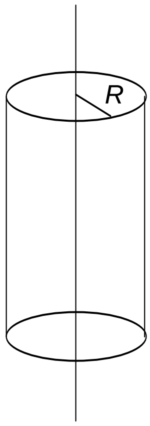
Sol: $E = \lambda/(2\pi\varepsilon_0 y)$



10. Calcula la intensidad de campo eléctrico y potencial electrostático creado por una distribución esférica y homogénea de densidad de carga ρ y radio R en un punto situado a una distancia r del centro de la esfera:
a) $r>R$; b) $r = R$; c) $r<R$

Sol: a) $E = (1/3\varepsilon_0)(\rho R^3/r^2)$; $V = (\rho/3\varepsilon_0)R^3/r$
b) $E = (1/3\varepsilon_0)\rho R$; $V = (\rho/3\varepsilon_0)R^2$
c) $E = (1/3\varepsilon_0)\rho r$; $V = (\rho/2\varepsilon_0)(R^2 - r^2/3)$

11. La figura muestra una porción de un cilindro de longitud infinita y radio R, cargado uniformemente con una densidad volumétrica de carga ρ.
Calcula:
a) Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro.
b) Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie.
Sol: a) $E_i = \rho r/2\varepsilon_0$, $E_e = \rho R^2/2\varepsilon_0 r$
b) $V = \rho R^2/4\varepsilon_0$



2 ELECTROCINÉTICA

1. Por un conductor filiforme circula una corriente continua de 1 A.

a) ¿Cuánta carga fluye por una sección del conductor en 1 minuto?

b) Si la corriente es producida por el flujo de electrones, ¿cuántos electrones atravesarán esta sección al mismo tiempo?

Sol: a) 60 C; b) $3{,}75 \cdot 10^{20}$ electrones.

2. Si la sección de un conductor de cobre es circular de radio 1 mm y se admite que cada átomo tiene un electrón libre, calcula la velocidad de arrastre de los electrones cuando la intensidad es de 1 A. (Datos: ρ_{Cu}= 8,93 g/cm^3, M_{Cu}= 63,5 g/mol, N_A= $6{,}02 \cdot 10^{23}$ átomos/mol).

Sol: $2{,}35 \cdot 10^{-5}$ m/s.

3. Por un alambre de aluminio de 1,3 mm de radio circula una corriente de 20 A. Suponiendo que hay 3 electrones libres por cada átomo de aluminio, determina la velocidad de arrastre de los electrones. (Datos: densidad aluminio=$2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3, M_{Al}=27,0 g/mol, N_A= $6{,}02 \cdot 10^{23}$ átomos/mol).

Sol: $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ m/s

4. En un tubo fluorescente de 4,0 cm de diámetro pasan por una sección determinada y por cada segundo $2{,}0 \cdot 10^{18}$ electrones y $1{,}0 \cdot 10^{17}$ iones positivos (con carga +e), ¿Cuánto vale la intensidad de corriente que circula por el tubo?

Sol: 0,336 A

5. Un anillo de radio R tiene una densidad lineal de carga λ. Si el anillo gira con una velocidad angular ω alrededor de su eje, determina el valor de la correspondiente intensidad de corriente.

Sol: $I = \lambda\omega R$

6. Un disco de radio R, cargado con una densidad superficial de carga σ, gira con una velocidad angular ω alrededor de su eje. Calcula la intensidad de corriente.

Sol: $I = \sigma\omega R^2/2$

7. La corriente que circula por un hilo metálico varía de acuerdo con el tiempo según la expresión $I = 20 + 3t^2$, donde I se expresa en A y t en s.

a) ¿Qué carga se transporta por el hilo entre $t = 0$ y $t = 10$ s?

b) ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga en igual intervalo de tiempo?

Sol: a) 1200 C, b) 120 A

8. La carga que pasa por la sección de un hilo metálico está definida por $Q(t)$ = 6,5 t^2 + 3,5 C, para t desde 0,0 s a 8,0 s.

a) ¿Qué expresión tiene la corriente $I(t)$ en este intervalo de tiempo?

b) ¿Cuánto vale la corriente en t = 3 s?

Sol: a) $I = 13t$ b) 39 A

Ley de Ohm y resistencia

9. Por un conductor de 10 m de longitud, 1 mm^2 de sección y una resistencia de 0,2 Ω, circula una corriente de 5 A.

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos del conductor?
b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en este conductor?
c) ¿Qué valores tienen la densidad de corriente y la conductividad?

Sol: a) 1 V, b) 0,1 V/m, c) $J = 5{\cdot}10^6$ Am^{-2}, $\sigma = 5{\cdot}10^7$ $(\Omega m)^{-1}$

10. Sea un conductor en forma de tronco de cono, con los radios de las bases r_1 y $r_2 = 2r_1$, de resistividad uniforme y recorrido por una intensidad I. Calcula la relación entre los módulos del campo eléctrico en los puntos 1 y 2 situados, respectivamente, a los centros de las bases del conductor.

Sol: $E_1/E_2 = 4$

11. ¿Qué diferencia existe entre resistencia y resistividad? ¿Qué es lo correcto, hablar de resistencia del cobre o de resistividad del cobre; de resistencia de un euro o de resistividad de un euro?

12. Una barra de volframio tiene una longitud de 1 m y una sección de 1 mm^2. Se aplica una diferencia de potencial entre sus extremos de 10 V.

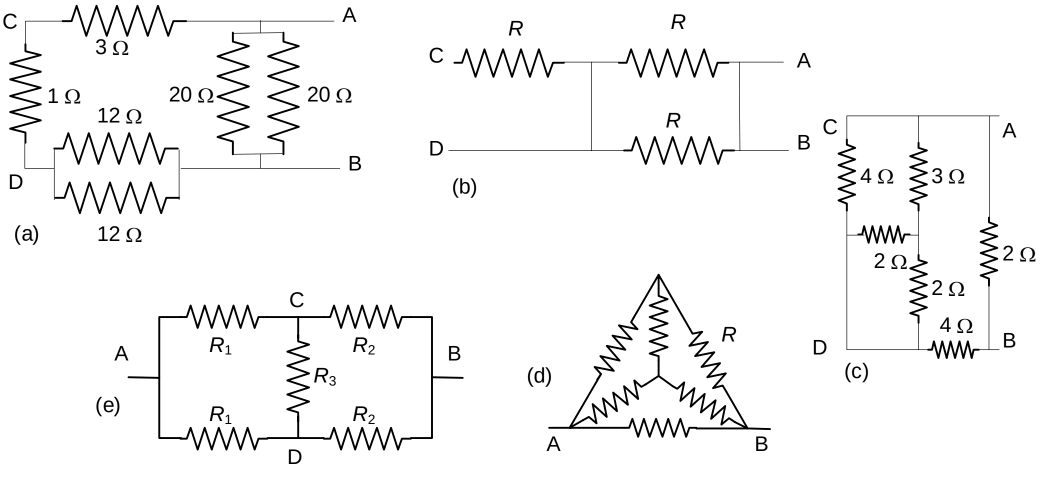
a) Cuál es su resistencia a 20 ºC?
b) Cuál es su resistencia a 40 ºC?
c) Cuánto vale la intensidad de corriente a 20 ºC?

Sol: a) 0,056 Ω, b) 0,062 Ω, c) 177 A

13. ¿A qué temperatura será la resistencia de un conductor de cobre el 10% mayor que cuando está a 20 ºC?

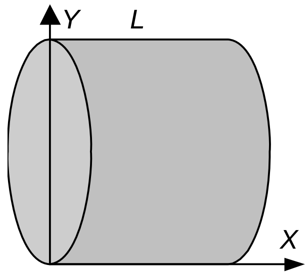
Sol: 45,6 ºC.

14. Calcula la resistencia equivalente entre los puntos *A* y *B* y entre *C* y *D* cuando corresponda en los circuitos de las figuras.



Sol: a) $R_{AB} = 5\ \Omega$, $R_{CD} = 19/20\ \Omega$;
b) $R_{AB} = 0$, $R_{CD} = R$;
c) $R_{AB} = 3/2\ \Omega = R_{CD}$;
d) $R_{AB} = R/2$;
e) $R_{AB} = (R_1+R_2)/2$, $R_{CD} = 2R_1R_2R_3/(2R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)$

Energía en los circuitos eléctricos



15. Se calcula una resistencia de 10 Ω para disipar 5,0 W como máximo.

a) ¿Qué corriente máxima puede tolerar esta resistencia?

b) ¿Qué tensión entre sus bornes producirá esta corriente?

Sol: a) 0,707 A b) 7,07 V

16. Si la energía cuesta 8 céntimos por kilovatio–hora. ¿Cuánto costará hacer funcionar un ordenador durante 4 horas si tiene una resistencia de 120 Ω y está conectado a una tensión de 220 V?

Sol: 12,91 céntimos

17. Un conductor de cobre de sección 1 mm^2 puede transportar una corriente máxima de 6 A, y admite un aislamiento de goma.

a) ¿Cuál es el valor máximo de la diferencia de potencial que puede aplicarse en los extremos de 40 m de un conductor de este tipo?

b) Calcula la densidad de corriente y el campo eléctrico en el conductor cuando circulan por él 6 A.

c) Calcula la potencia disipada en el conductor en este último caso.

Sol: a) 4 V b) $6{\cdot}10^6$ A/m^2 , 0,1V/m c) 24 W

18. Una correa de un acelerador de Van de Graaff transporta una densidad superficial de carga de 5 mC/m^2. La correa tiene una anchura de 0,5 m y se mueve a 20 m/s.

a) ¿Qué corriente transporta?

b) Si esta carga ha de elevarse hasta un potencial de 100 kV, ¿Cuál es el menor valor de la potencia del motor para accionar la corriente?

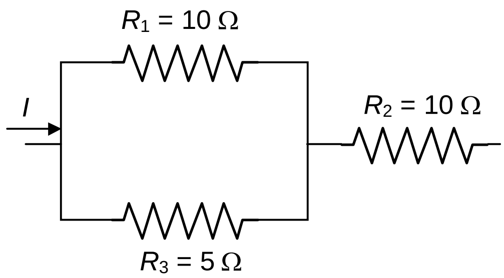
Sol: a) 0,05 A, b) 5 kW

19. En el circuito de la figura, indica:

a) ¿Qué resistencia disipa más potencia por efecto Joule?

b) ¿Qué resistencia disipa menos potencia? Justifica las respuestas.

Sol: a) R_2 , b) R_1



20. Dos resistencias iguales se conectan en serie a una tensión V. Posteriormente se montan en paralelo y se conectan a la misma tensión V. ¿En cuál de los dos montajes se disipa menos potencia?

Sol: $P_S < P_p$

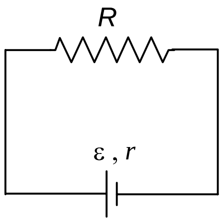
Generador y receptor lineal

21. Se conecta una resistencia variable R a un generador de fuerza electromotriz ε que permanece constante independientemente de R. Para un valor de $R = R_1$ la corriente es de 6 A. Cuando R aumenta hasta $R = R_1 + 10$ Ω, la corriente cae hasta 2 A. Halla: a) R_1, b) ε.

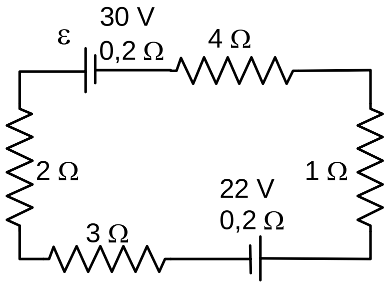
Sol: a) 5 Ω, b) 30 V

22. Una batería tiene una fuerza electromotriz ε y una resistencia interna *r*. Cuando se conecta una resistencia de 5 Ω entre los terminales de la misma, la corriente es de 0,5 A. Cuando se sustituye esta resistencia por otra de 11 Ω, la corriente es de 0,25 A. Halla: a) La fuerza electromotriz ε y b) la resistencia interna *r*.
Sol: a) 3 V, b) 1 Ω

23. En el circuito de la figura la ε = 6 V y la *r* = 0,5 Ω. La disipación de calor por efecto Joule en *r* es 8 W. Halla: a) La intensidad, b) diferencia de potencial entre los extremos de *R*, c) valor de *R*.
Sol: a) 4 A, b) 4 V, c)1 Ω

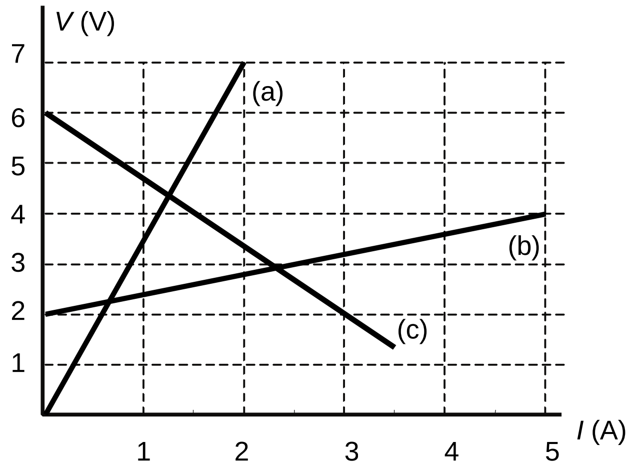


24. Halla la diferencia de potencial entre los bornes del generador ε.
Sol: 29 V



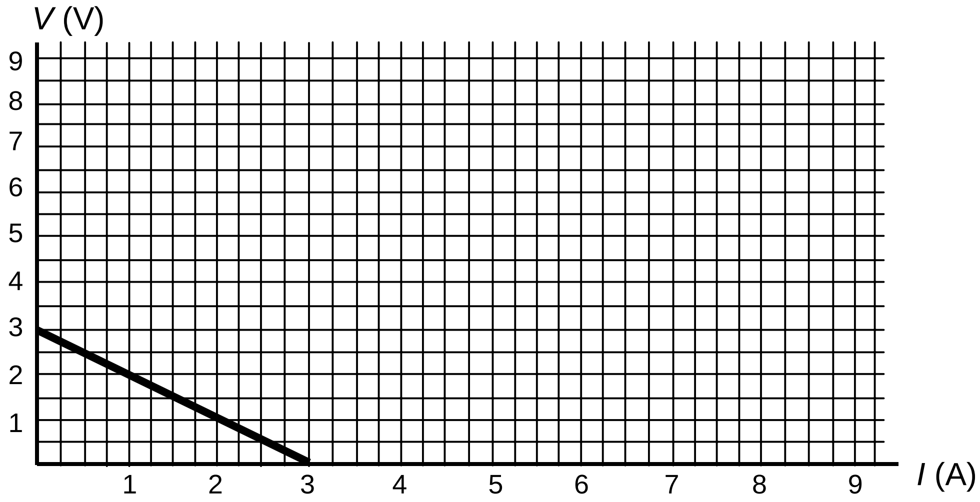
25. Si a un generador de fuerza electromotriz ε y resistencia interna *r* se conecta una resistencia *R*, determina cuál debe ser su valor para que la potencia disipada en *R* sea máxima.
Sol: R = r

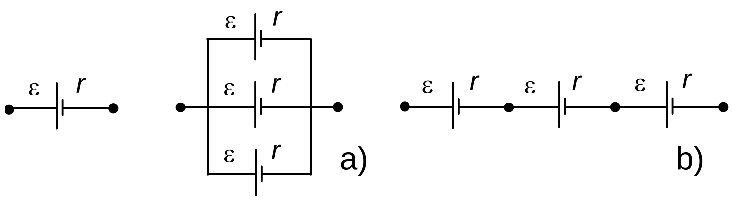
26. En las figuras se representa la característica tensión corriente de diferentes elementos de un circuito de cc. Identifica cada una de ellas con el elemento a que corresponde.



	recta	característica
generador		
receptor		
resistencia		

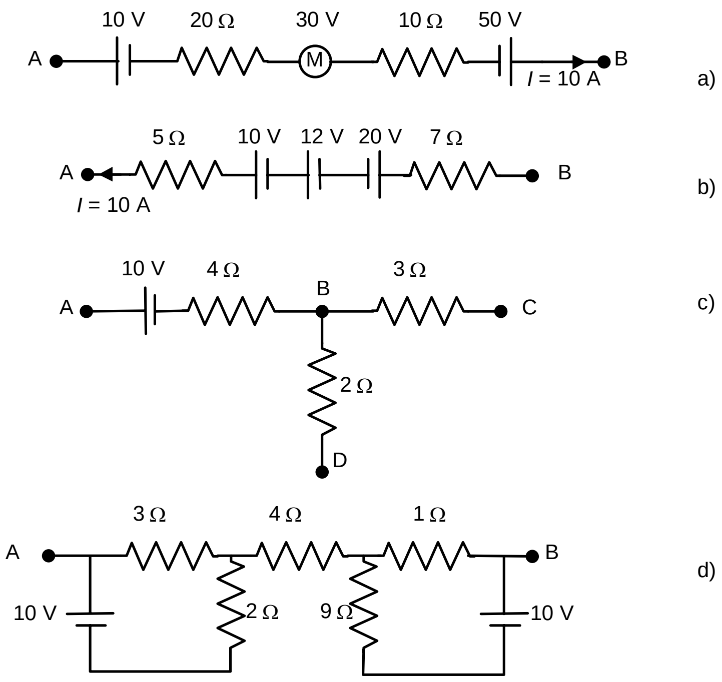
27. En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



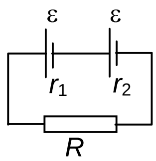


Diferencia de potencial. Ecuación del circuito

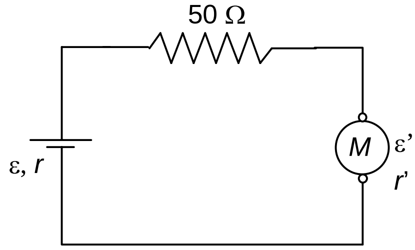
28. Determina la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B* en las siguientes figuras:
Sol: a) 290 V, b) -118 V, c) 10 V, d) 5 V



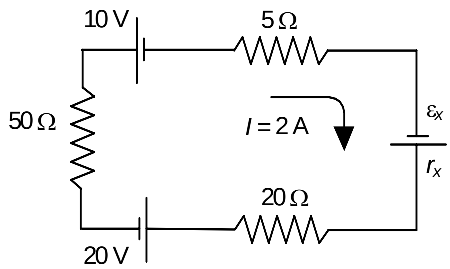
29. Un conjunto de *N* generadores idénticos con fuerza electromotriz ε y resistencia interna *r* se asocian en serie cerrando el circuito con un hilo sin resistencia. Calcula: a) intensidad que recorre el circuito, b) diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera *j* y *k.*
Sol: a) ε/r , b) 0



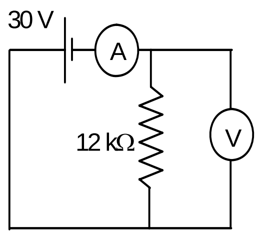
30. Dado el circuito de la figura con $r_1 > r_2$, calcula el valor de *R* para que la diferencia de potencial en bornes de uno de los generadores sea cero. Indica en cual de ellos.
Sol: $R = r_1 - r_2$. En el 1.



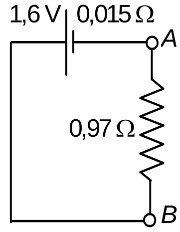
31. El motor del circuito de la figura consume 50 W, de los que un 20% lo es por efecto Joule. Si la fuente suministra 100 W al circuito externo, determina: a) Potencia consumida en la resistencia de 50 Ω, b) Si la fuente genera una potencia de 110 W, determina las características de la fuente: ε, *r*, c) las características del motor: ε', r'.
Sol: a) 50 W, b) 110 V, r = 10 Ω, c) 40 V, 10 Ω.



32. Si por el circuito de la figura circula una intensidad *I* = 2 A, en el sentido indicado, y el rendimiento del generador ε_x es del 80%. Determina los valores de ε_x y R_x.
Sol: ε_x = 225 V y R_x = 22,5 Ω.

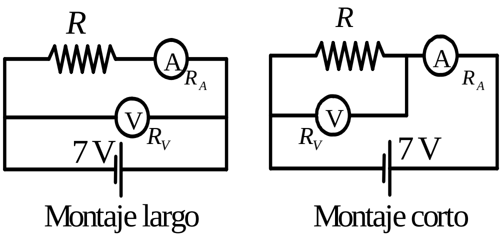


33. En el circuito de la figura, calcula la intensidad medida por el amperímetro, y la diferencia de potencial medida por el voltímetro. En dichos cálculos, supón que se trata de un amperímetro ideal (resistencia nula) y un voltímetro también ideal (resistencia infinita).



34. En el circuito de la figura:
a) Calcula la intensidad de corriente en el circuito, y la diferencia de potencial en bornes de la resistencia.
b) Se inserta en el punto *A* un amperímetro de resistencia 0,01 Ω. ¿Cuál es la lectura del amperímetro? ¿En qué porcentaje varía la corriente por la presencia del amperímetro?
c) Se retira el amperímetro y se conecta un voltímetro de 1 kΩ de resistencia interna entre *A* y *B*. ¿Cuál es la lectura del voltímetro? ¿En qué porcentaje varía la diferencia de potencial entre *A* y *B* por la presencia del voltímetro?

35. En los circuitos de la figura, la resistencia interna del voltímetro es de R_V=15 kΩ, y la resistencia del amperímetro de R_A=0,005 Ω. Calcula la intensidad medida en el amperímetro, y la diferencia de potencial medida en el voltímetro para los valores de la resistencia *R* indicados en la tabla. Completa la tabla:

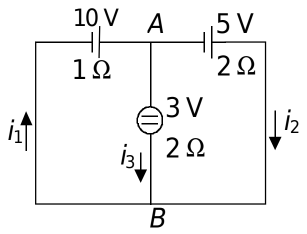


R	**Montaje largo**		**Montaje corto**	
	V	I	V	I
500 Ω				
6000 Ω				
12000 Ω				
20000 Ω				

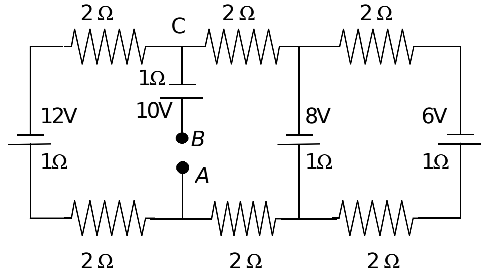
Repite el cálculo para un voltímetro con una resistencia interna de 1 M Ω. ¿Qué diferencias observas en ambos casos? ¿A qué se debe dicha diferencia? Razona la respuesta.

3 ANÁLISIS DE REDES

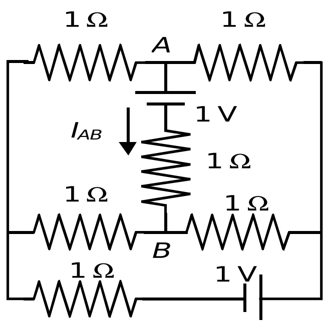
1. En el circuito de la figura, calcula las intensidades en las tres ramas y la diferencia de potencial entre los bornes del motor.
Sol: i_1 = 5,5 A; i_2 = 4,75 A; i_3 = 0,75 A; V_{AB} = 4,5 V



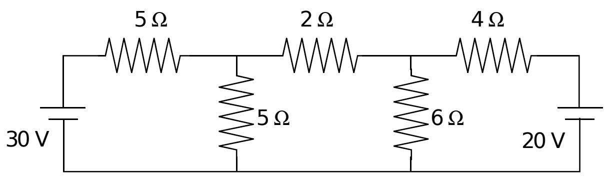
2. Halla la diferencia de potencial entre *A* y *B*.
Sol: -0,20 V



3. Dado el circuito de la figura, calcula la intensidad de corriente I_{AB} por el método de las corrientes de malla.
Sol: -0,5 A

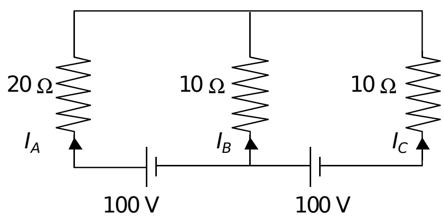


4. Halla la intensidad en la rama de 2 Ω del circuito de la figura por el método de las corrientes de malla.
Sol: 0,43 A

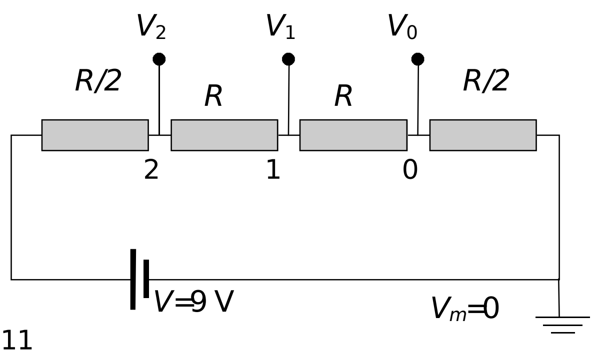


5. Halla I_A, I_B e I_C en el circuito de la figura.

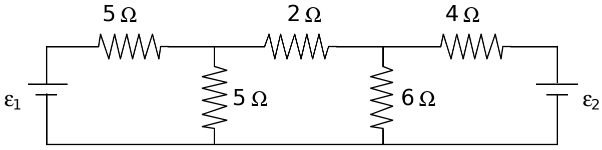
Sol: I_A = 6 A
I_B = 2 A
I_C = -8 A



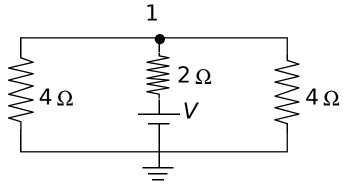
6. El esquema de la figura representa el divisor resistivo de un convertidor analógico - digital. Calcula las tensiones intermedias V_0, V_1, V_2.
Sol: V_2 = 7,5 V, V_1 = 4,5 V,
V_0 = 1,5 V



7. En el circuito de la figura, ε_1 = 30 V, halla ε_2 para que la intensidad que pasa por la resistencia de 2 Ω sea nula.
Sol: ε_2 = 25 V

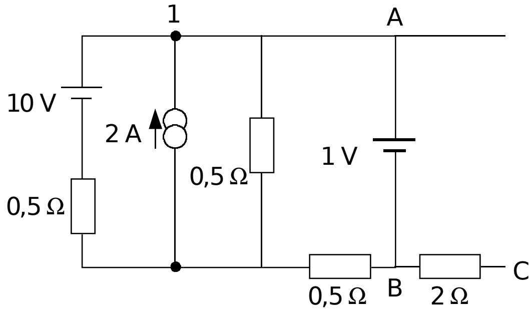


8. En el circuito de la figura, halla la tensión *V* para que la tensión en el nudo 1 sea 50 V.
Sol: *V* = 100 V



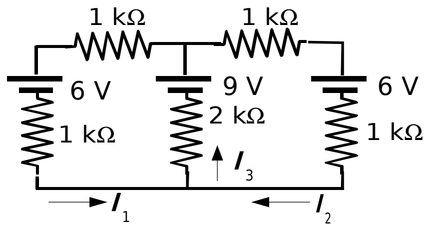
9. En el circuito de la figura, calcula la intensidad que circula de *A* a *B*.

Sol: I_{AB} = 6 A

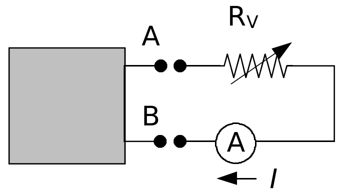


10. En el circuito de la figura, calcula la intensidad que circula por cada rama, utilizando el principio de superposición.

Sol: $I_1=I_2=0{,}5$ mA, $I_3=1$ mA



11. Sea un circuito lineal activo con terminales de salida *A* y *B*: Se conecta una rama con una resistencia variable R_V y un amperímetro de resistencia interna despreciable. Cuando R_V = 0, $I = I_0$, y cuando $R_V = R_1$, $I = I_0/2$. Determina, razonando la respuesta:

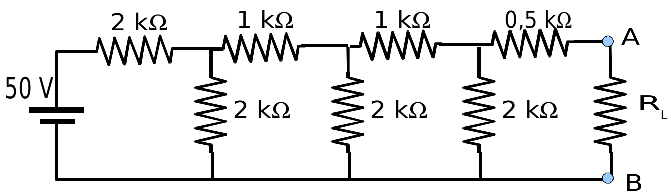


R_V	I
0	I_0
R_1	$I_0/2$

a) ε_T y R_T del generador equivalente de Thevenin.
Sol: a) $\varepsilon_T = I_0 R_1$, $R_T = R_1$

12. En el circuito de la figura, calcula la intensidad que circula por la resistencia de carga R_L, para los valores de dicha resistencia de 0,5 kΩ, 1 kΩ, 1,5 kΩ y 2kΩ.

Sol: 0,31 mA, 2,5 mA, 2,08 mA, 1,79 mA



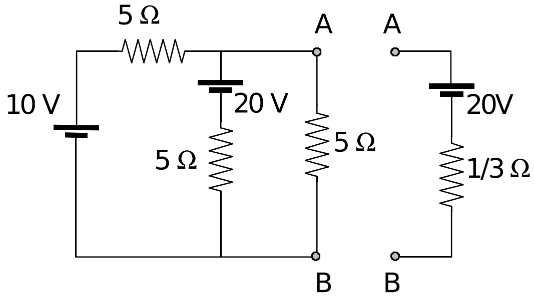
13. En el circuito de la figura se pide:

a) Generador equivalente de Thevenin entre *A* y *B*

b) Si se conecta la rama de la derecha a *A*-*B*, indica si el elemento de fem = 20 V consume o genera potencia y calcula su valor.

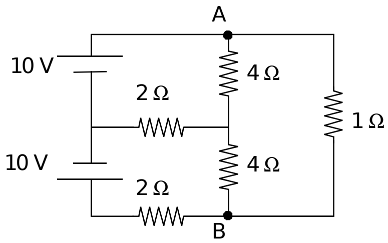
Sol: a) ε_T = 10 V , R_T = 5/3 Ω ;

b) Potencia generada = 100 W



14. En el circuito de la figura, halla la intensidad que pasa por la resistencia *R* = 1 Ω, aplicando el teorema de Thevenin entre *A* y *B*.

Sol: *I* = 20/27 A

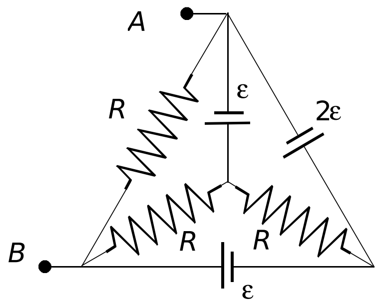


15. En el circuito de la figura, calcula: a) Generador equivalente de Thevenin (ε_T, R_T) entre *A* y *B*.

b) Potencia generada o recibida por un generador real de fem ε y resistencia interna *R*, al conectar su polo negativo al borne *A* y su polo positivo al borne *B* del circuito anterior.

Sol: a) ε_T = 3ε , (*B* es el polo +), R_T = 0;

b) $P = 6\varepsilon^2 / R$



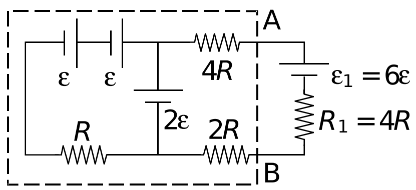
16. En el circuito de la figura, halla: a) El generador equivalente de Thevenin de la parte encuadrada entre *A* y *B*.

b) La intensidad que circula por R_1.

c) La potencia generada por la fuente ε_1.

Sol: a) ε_T =2ε , R_T = 6*R*, b) *I* = 0,4 ε /*R*,

c) $P = 2{,}4\ \varepsilon^2 /R$



17. En el circuito de la figura, calcula:

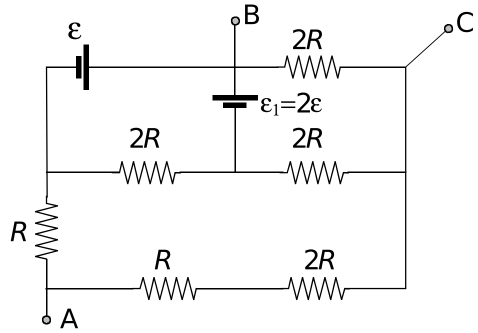
a) La diferencia de potencial entre *A* y *B*,

b) Resistencia equivalente entre *A* y *C*,

c) Potencia en el elemento ε_1 (decir si es generada o consumida).

Sol: a) V_{AB} = - ε, b) *R* = 6*R*/5,

c) $P = 2\varepsilon^2/R$



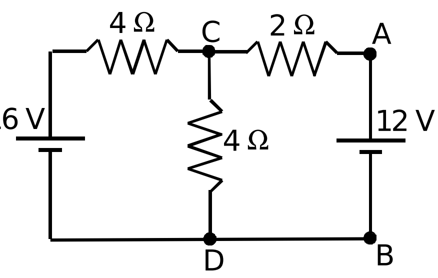
18. Dado el circuito de la figura:

a) Calcula la intensidad que circula del punto *A* al punto *B*.

b) Calcula la potencia disipada por la resistencia situada en la rama *CD*.

c) Encuentra el equivalente de Thevenin entre *C* y *D*, indicando claramente su polaridad.

d) Si se le añade al circuito una resistencia de 9 Ω entre los puntos *C* y *D*, utilizando el equivalente de Thevenin, calcula la intensidad que circularía por dicha resistencia.



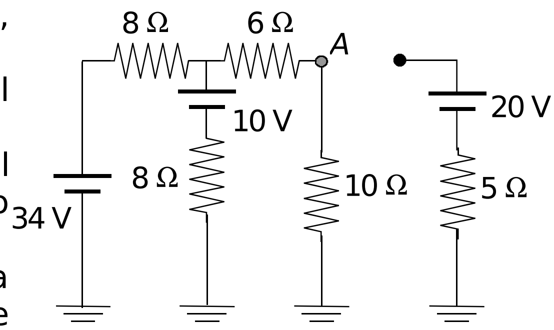
Sol: a) 1 A, b) 25 W, ε_T = 10 V R_T = 1 Ω, d) 1 A

19. En el circuito de la figura, calcula:

a) la resistencia equivalente del circuito entre los puntos *A* y tierra.

b) la tensión en el punto *A* y el equivalente Thevenin del circuito entre los puntos *A* y tierra.

c) La intensidad que circularía por la rama del generador de 20 V si se conectara al punto *A*.



Sol: a) 5 Ω , b) ε_T = 11 V, R_T = 5 Ω, c) 0,9 A

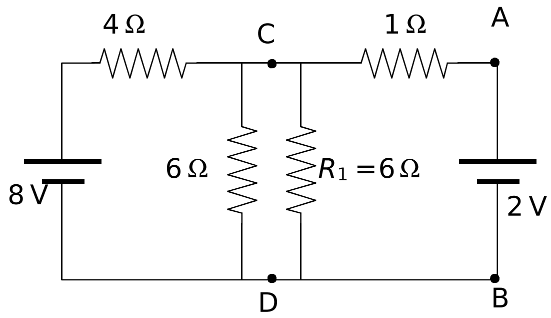
20. Dado el circuito de la figura:

a) Calcula la intensidad que circula del punto *A* al *B*.

b) Calcula la potencia disipada por la resistencia R_1.

c) Encuentra el equivalente de Thevenin entre *C* y *D*, indicando claramente su polaridad.

d) Si se le añade al circuito una resistencia de 5 Ω entre los puntos *C* y *D*, utilizando el equivalente de Thevenin, calcula la intensidad que circularía por dicha resistencia.



a) *Sol*: 26/19 A, b) 1,06 W, ε_T = 48/19 V, R_T = 12/19 Ω, d) 48/107 A.

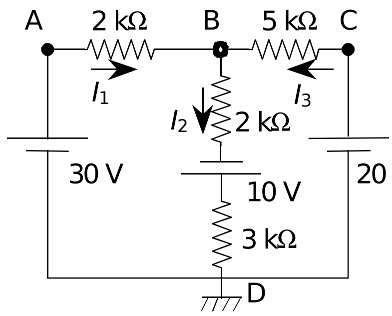
21. Dado el circuito de la figura,

a) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante el método de las mallas.

b) Calcula el potencial en el punto *B*.

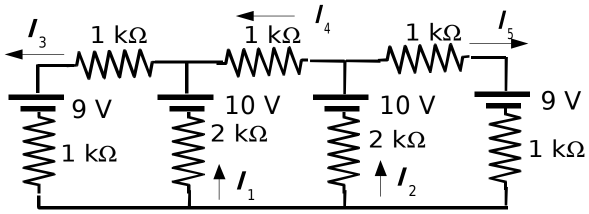
c) Calcula la potencia disipada en las resistencias del circuito.

d) Determina si el generador de 10 V actúa como un generador o receptor, y qué potencia suministra o acumula.



Sol: a) 5,56 mA, 5,78 mA, 0,22 mA b) 18,9 V

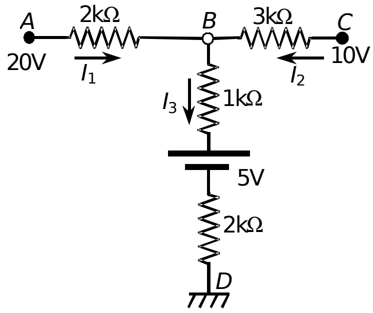
22. En el circuito de la figura, calcula la intensidad que circula por cada rama:



a) Mediante las leyes de Kirchhoff.
b) Mediante el método matricial de las corrientes de malla.
c) Utilizando el principio de superposición.
d) ¿Puedes determinar las intensidades de rama de alguna manera más sencilla?

Sol: $I_1=I_3=I_2=I_5=0{,}25$ mA, $I_4=0$. d) Por simetría, $I_4=0$.

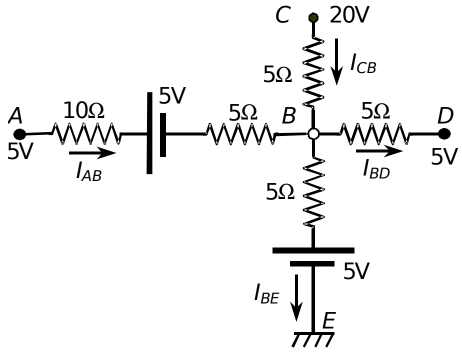
23. Dado el circuito de la figura,



a) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante las leyes de Kirchhoff.
b) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante el método de las mallas.
c) Calcula el potencial en el punto *B*.

Sol: a) y b) $I_1 = \dfrac{25}{7}$ mA $I_2 = \dfrac{-20}{21}$ mA $I_3 = \dfrac{55}{21}$ mA c) $V_B = \dfrac{90}{7}$ V

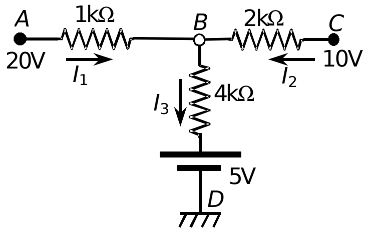
24. Dado el circuito de la figura,



a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{CB}, I_{BD}, e I_{BE} mediante las leyes de Kirchhoff.
b) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BC}, I_{BD}, e I_{BE} mediante el método de las mallas.
c) Calcula el potencial en el punto *B*.

Sol: a) y b) $I_{AB} = -3/5$ A $I_{CB} = 11/5$ A $I_{BD} = 4/5$ A $I_{BE} = 4/5$ A c) $V_B = 9$ V

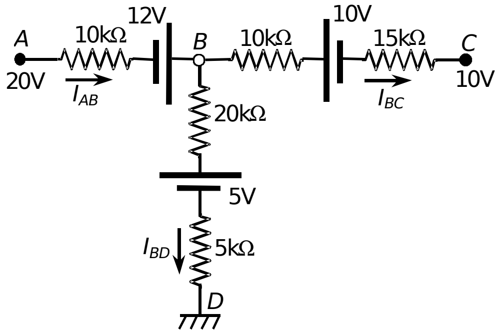
25. Dado el circuito de la figura,



a) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante las leyes de Kirchhoff y mediante el método de las mallas.
b) Calcula el potencial en el punto *B*.

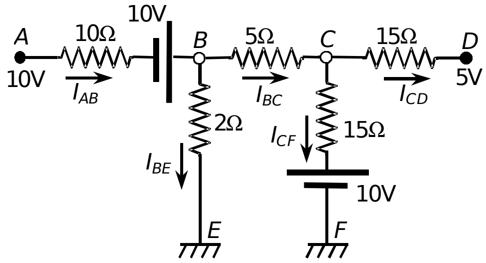
Sol: a) $I_1 = 5$ mA $I_2 = -5/2$ mA $I_3 = 5/2$ mA
b) $V_B = 15$ V.

26. Dado el circuito de la figura,
a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BD}, e I_{BC} mediante las leyes de Kirchhoff y mediante el método de las mallas.
b) Calcula el potencial en el punto *B*.



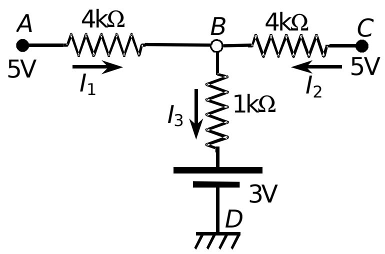
Sol: a) I_{AB} = 13/15 mA I_{BC} = 2/15 mA
I_{BD} = 11/15 mA b) V_B = 70/3 V.

27. Dado el circuito de la figura,
a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BE}, I_{BC}, I_{CF} y I_{CD} mediante las leyes de Kirchhoff y mediante el método de las mallas.
b) Calcula el potencial en el punto *B*.

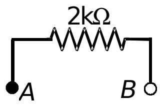


Sol:
a) I_{AB} = 55/34 A I_{BE} = 65/34 A I_{BC} = -5/17 A I_{CF} = -16/51 A I_{CD} = 1/51 A
b) V_B = 65/17 V V_C = 90/17 V

28. Dado el circuito de la figura,
a) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante las reglas de Kirchhoff.
b) Determina las intensidades de rama I_1, I_2, e I_3 mediante el método de las mallas.
c) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre los puntos *A* y *B*. Indica claramente su polaridad.

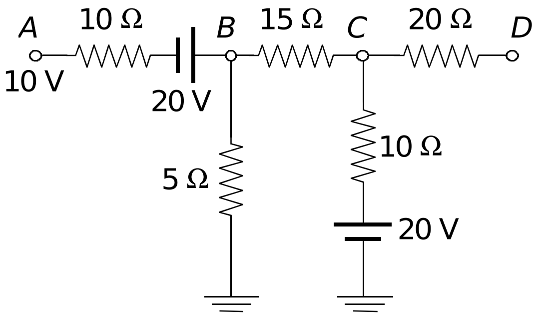


d) En paralelo a los puntos *A* y *B* del circuito se añade la rama de la figura, con una resistencia de 2 kΩ. Calcula la intensidad que circula por dicha rama, indicando claramente su sentido.



Sol: a) y b) I_1 = 0,333 mA; I_2 = 0,333 mA; I_3 = 0,666 mA;
c) V_{AB} = 4/3 V R_{eq} = 2/3 kΩ d) I = 0,5 mA.

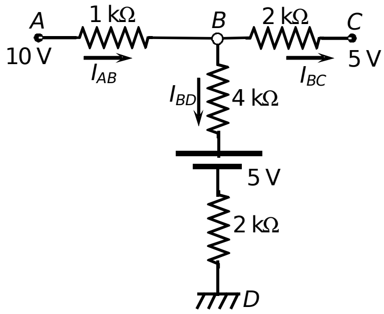
29. Dado el circuito de la figura,



a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, $I_{B\text{-}TIERRA}$, I_{BC}, $I_{C\text{-}TIERRA}$ y I_{CD}.
b) Calcula el potencial en el punto *D*.
c) Generador equivalente de Thevenin entre el punto *D* y tierra, indicando claramente su polaridad.
d) ¿Qué corriente circularía por un receptor de 10 V de fuerza contraelectromotriz que se conectase entre *D* y tierra?

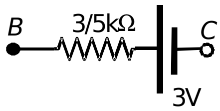
Sol: a) I_{AB} = 32/17 A; I_{BC} = $I_{C\text{-}TIERRA}$ = -6/17 A; $I_{B\text{-}TIERRA}$ = 38/17 A; I_{CD} = 0;
b) V_D = 280/17 V; c) ε_T = 280/17 V; R_T = 450/17 Ω; d) i = 11/45 A

30. Dado el circuito de la figura:



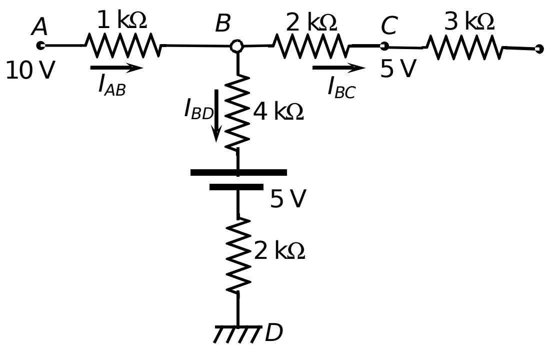
a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BC}, e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
b) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BC}, e I_{BD} mediante el método de las mallas.
c) Calcula el potencial en el punto *B*.
d) Calcula la resistencia equivalente entre los puntos *B* y *C*.
e) Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos *B* y *C*, indicando claramente su polaridad.
f) Entre los puntos *B* y *C* se añade una resistencia de 7/5 kΩ. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.
Sol: a) y b) I_{AB} = 2 mA I_{BC} = 3/2 mA I_{BD} = 1/2 mA, c) $V_B = 8V$

d) $R_{BC} = \frac{3}{5} k\Omega$ e)



f) $I = \frac{3}{2} mA$

31. Dado el circuito de la figura:



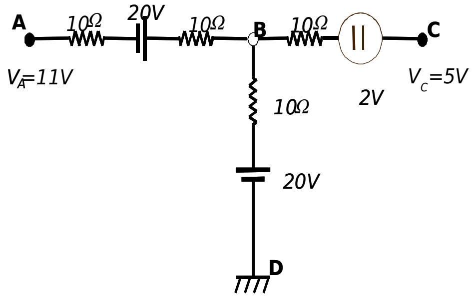
a) Determina las intensidades de rama I_{AB}, I_{BC}, e I_{BD}
b) Calcula el potencial en el punto *B*.
c) Calcula la resistencia equivalente entre los puntos *B* y *C*.
d) Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos *B* y *C*, indicando claramente su polaridad.
e) Entre los puntos *B* y *C* se añade una resistencia de 7/5 kΩ. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.
Sol: Idem problema anterior.

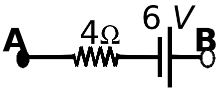
32. En el circuito de la figura:

a) Calcula la intensidad que circula por el motor y la potencia que transforma.

b) Determina el generador equivalente de Thevenin entre A y B.

c) Si le añadimos al circuito una resistencia de 10 Ω entre los puntos A y B, calcula la intensidad que circularía por dicha resistencia utilizando el generador equivalente de Thevenin.



Sol: a) I=1A, P'=2W. b) 

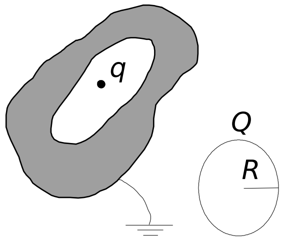
c) I=0,42 A.

4 PROPIEDADES ELÉCTRICAS DE LOS MATERIALES: CONDUCTORES Y DIELÉCTRICOS

Conductores

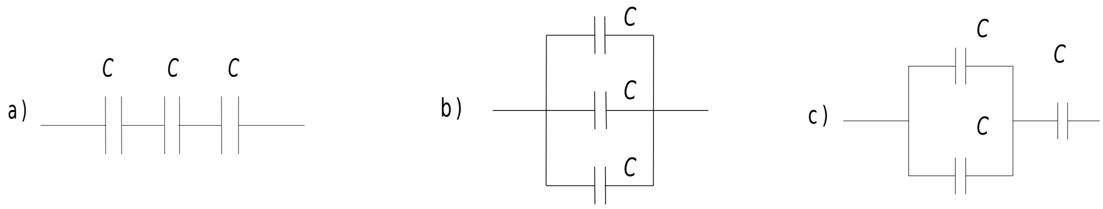
1. ¿Qué dirección llevan las líneas del campo eléctrico creado por un conductor cargado, en los puntos próximos al mismo? ¿Por qué?

2. Sea un conductor hueco conectado a tierra con una carga q en su interior. En el exterior, próximo a el se halla una esfera cargada con carga Q. ¿Cómo afecta la presencia de la carga q en la distribución de cargas en la superficie de la esfera de radio R? Razona la respuesta.



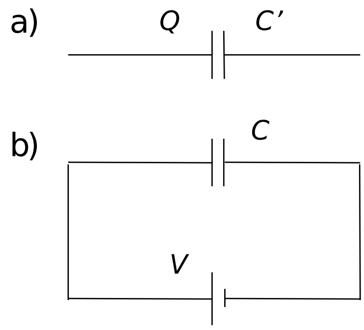
Condensadores y dieléctricos

3. Sean tres condensadores iguales de capacidad C. Indica en cada caso la capacidad del sistema.

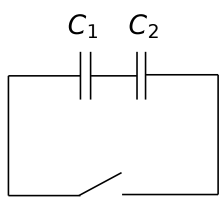


4. Se conectan en serie dos condensadores de capacidades 2,4 y 3,1 μF y el conjunto se carga con una batería de 6,1 V. a) ¿Cuál es la capacidad equivalente? b) ¿Qué carga tiene cada condensador? c) ¿Qué diferencia de potencial hay entre las placas de cada condensador?

5. Sean los dos condensadores planos de la figura:
a) aislado y con carga Q;
b) conectado a una fuente de diferencia de potencial V.
Si separamos las placas de ambos condensadores, indica como evoluciona la energía almacenada en cada uno de ellos (aumenta, disminuye o permanece constante.)



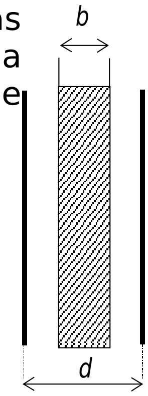
6. Un condensador de capacidad C_1, cargado con carga Q, se conecta con otro de capacidad C_2, inicialmente descargado, tal como se indica en la figura. Calcula el valor de la carga en cada condensador antes y después de cerrar el interruptor.



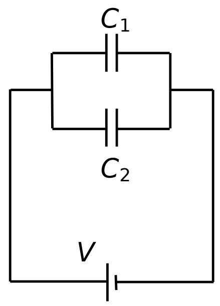
	Q_1	Q_2
antes		
después		

7. Una lámina de cobre de espesor b se introduce dentro de las armaduras planas de un condensador de superficie S, tal como se indica en la figura. ¿Cuál es la capacidad del condensador antes y después de introducir la lámina?

Sol: antes $C_0 = \varepsilon_0 S/d$ después $C = \varepsilon_0 S/(d-b)$



8. Se dispone de dos condensadores de capacidad C_1 y C_2, tras conectarlos en paralelo se aplica a la asociación una diferencia de potencial V. Calcula la carga que adquiere cada condensador (Q_1 y Q_2) así como la diferencia de potencial entre las placas de cada uno de ellos (V_1 y V_2).



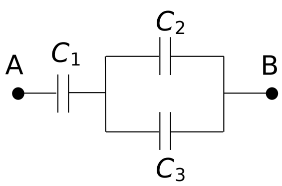
9. En la asociación de condensadores de la figura, indica en qué condensador se almacena:

a) la mayor carga, y

b) la menor carga,

al aplicar entre A y B una d.d.p. V.

($C_1 = C$; $C_2 = C/3$; $C_3 = C(2/3)$).



Conductores

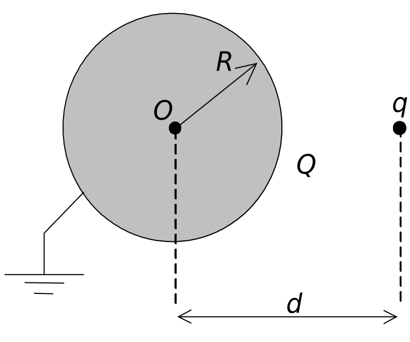
10. Una esfera conductora, de radio R_1 y carga Q se une mediante un hilo conductor, de capacidad despreciable, a otra esfera de radio R_2 ($R_2 < R_1$), inicialmente descargada. Suponiendo que las esferas están lo suficientemente alejadas entre sí para que los fenómenos de influencia sean despreciables, calcula:

a) Cargas Q_1 y Q_2 de cada esfera; b) Potencial; c) Densidad superficial de carga en cada esfera.

¿Qué ocurre si $R_2 >> R_1$?

Sol: *a*) $Q_1 = Q\dfrac{R_1}{R_1+R_2}$; $Q_2 = Q\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$ b) $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0(R_1+R_2)}$

c) $\sigma_1 = \dfrac{Q}{4\pi R_1(R_1+R_2)}$; $\sigma_2 = \dfrac{Q}{4\pi R_2(R_1+R_2)}$

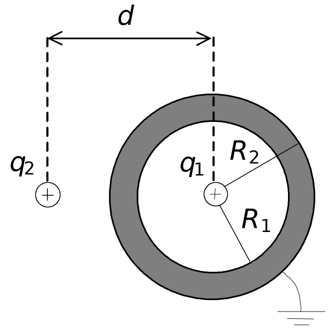


11. Sea una esfera conductora, con centro en O y radio R. Dicha esfera, que se encuentra conectada a tierra (potencial nulo) está sometida a la influencia de una carga puntual q, situada a una distancia d de O ($d>R$). Calcula la carga que aparece en la esfera en función de q, R y d.

Sol: $Q=-q\dfrac{R}{d}$

12. Dado el sistema de la figura, calcula la carga total Q de la esfera.

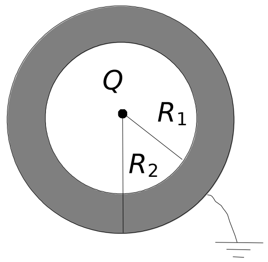
Sol: $-q_1-\dfrac{q_2}{d}R_2$



13. La figura muestra una esfera metálica hueca de radios interior y exterior R_1 y R_2, respectivamente. Dicha esfera se encuentra conectada a tierra. Se coloca una carga puntual positiva, Q, en el centro de la esfera.

a) ¿Cuál es la distribución de cargas en las superficies interior y exterior de la esfera?

b) Obtén la expresiones de $V(r)$ para $r\leq R_1$, $R_1\leq r\leq R_2$ y $r\geq R_2$.



Sol: a) en R_1, $-Q$; en R_2, cero;

b) $r\leq R_1$, $V=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R_1}\right)$; ($R_1\leq r\leq R_2$; $r\geq R_2$) $V=0$

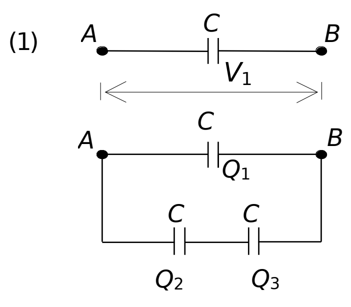
Condensadores y dieléctricos

14. Dos condensadores planos 1 y 2 de igual capacidad C se conectan en paralelo a una d.d.p. V. Tras desconectar el conjunto de la fuente de tensión, se reduce a la mitad la distancia entre las armaduras del condensador 1. ¿Cuál será la carga de cada condensador?

Sol: $Q_1=\dfrac{4}{3}CV;\ Q_2=\dfrac{2}{3}CV$

15. Sea un condensador (1) de capacidad C sometido a una diferencia de potencial V_1, y otros dos de igual capacidad y descargados. Tras aislar el primer condensador se asocia a los otros dos tal como se muestra en la figura. Calcula las cargas que adquieren los tres condensadores, Q_1, Q_2, y Q_3.

Sol: $Q_1=\dfrac{2}{3}V_1C; Q_2=Q_3=\dfrac{1}{3}V_1C$



16. Dos placas metálicas paralelas están separadas por una capa de aire de espesor *d*. Se carga a una d.d.p. *V* y se aísla. Se introduce una lámina de vidrio de espesor *d*/2 y permitividad relativa ε_r. ¿Cuál es el nuevo valor de la d.d.p. entre las placas, y cual tendría que ser la separación entre las placas para que la d.d.p. fuera la misma que al principio?

Sol: $V' = \dfrac{V}{2}\left(1+\dfrac{1}{\varepsilon_r}\right)$; $d' = d\left[1+\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{\varepsilon_r}\right)\right]$

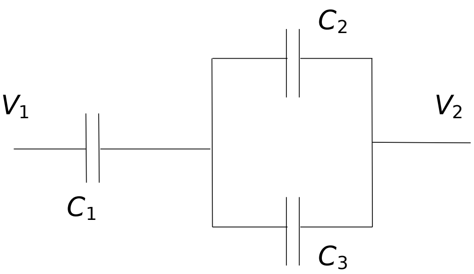
17. Una placa de dieléctrico de espesor *b* y permitividad dieléctrica relativa ε_r se coloca entre las armaduras de un condensador de placas planas y paralelas, de superficie *S* y separación *d*. Se aplica una d.d.p. *V* cuando no hay dieléctrico. A continuación se desconecta la fuente y se introduce el dieléctrico. Calcula:

a) Capacidad antes de introducir el dieléctrico.
b) Carga libre.
c) Campo eléctrico en el hueco.
d) Campo eléctrico en el dieléctrico.
e) D.d.p. entre las placas una vez introducido el dieléctrico.
f) Capacidad con el dieléctrico.

Sol: a) $C_0 = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$ b) $Q = \varepsilon_0 V \dfrac{S}{d}$ c) $E_0 = \dfrac{V}{d}$ d) $E = \dfrac{V}{d\,\varepsilon_r}$

e) $V' = \dfrac{V}{d}\left(\dfrac{b}{\varepsilon_r} + d - b\right)$ f) $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{b}{\varepsilon_r} + d - b}$

18. La figura muestra una batería de condensadores idénticos, de capacidad *C*, conectada a una d.d.p. constante $V = V_1 - V_2$.



a) Calcula la energía almacenada en el condensador 2.

Posteriormente se rellena el condensador 2 con un dieléctrico de permitividad relativa ε_r.

b) Calcula la energía total almacenada.
c) ¿Por qué factor debería multiplicarse la distancia entre las armaduras del condensador 3 para que no se modificase la capacidad total?

Sol: a) $W_2 = \dfrac{CV^2}{18}$; b) $W_T = \dfrac{C(1+\varepsilon_r)V^2}{2(2+\varepsilon_r)}$; c) $x = \dfrac{1}{2-\varepsilon_r}$

5 PROPIEDADES ELÉCTRICAS DE LOS MATERIALES: SEMICONDUCTORES

1. Cita dos diferencias entre materiales conductores y semiconductores.

2. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- La conducción en semiconductores se debe sólo al movimiento de electrones.
- Los huecos son la ausencia de un electrón en un enlace covalente.
- Los huecos se comportan como una partícula cargada positivamente en el interior del semiconductor.

Los semiconductores intrínsecos:

- Son cristales de semiconductor puro.
- Tienen mayor número de electrones que de huecos.
- No tienen carga neta.

Los semiconductores extrínsecos:

- Tienen carga neta.
- Los tipos *n* están cargados negativamente.
- Los átomos donadores ceden un electrón libre.
- Los aceptores se convierten en iones negativos.
- En semiconductores tipo *n* la concentración de huecos aumenta respecto del intrínseco.

3. Escribe la ley de acción de masas y la de neutralidad eléctrica especificando claramente que son las magnitudes que intervienen.

4. Describe una experiencia que permita distinguir si un semiconductor es tipo *p* o tipo *n*.

5. ¿Qué tipo de impurezas hay que añadir a un semiconductor intrínseco para convertirlo en un semiconductor extrínseco de tipo *n*? ¿Y en otro de tipo *p*? Justifica las respuestas.

6. Representa el diagrama de bandas de energía para un semiconductor: a) intrínseca, b) extrínseco tipo *p*, y c) extrínseco tipo *n*.

7. Un cristal de germanio se contamina con antimonio, que tiene 5 electrones en su última capa electrónica. Señala si aumentan, disminuyen o permanecen constantes las siguientes magnitudes:

a) La conductividad.
b) La concentración de electrones.
c) La concentración de huecos en el cristal.

Justifica brevemente las respuestas.

8. Explica la generación de un par electrón–hueco en un semiconductor según la teoría de las bandas de energía.

9. Un semiconductor extrínseco tipo *n* esta formado por silicio con un dopado de 10^{17} átomos de antimonio/cm^3. Teniendo en cuenta que la concentración intrínseca del silicio a 300 K es n_i=1,5·10^{10} partículas/cm^3 ¿Cuál es la concentración de huecos y de electrones en dicho semiconductor a 300 K?

10. Explica las diferencias que se producen al realizar la experiencia de Hall a un semiconductor extrínseco de tipo *n* y a uno de tipo *p*. Justifica la respuesta.

11. Halla la concentración de electrones y huecos en el silicio en las circunstancias siguientes:
a) Silicio puro a 300 K
b) A 300 K dopado con arsénico en una concentración de $5\cdot10^{20}$ m^{-3}
c) A 300 K dopado con galio en una concentración de $2\cdot10^{20}$ m^{-3}
d) Silicio puro a 500 K (n_i (500 K) = $3{,}7\cdot10^{20}$ m^{-3})
e) A 500 K dopado con galio en una concentración de $5\cdot10^{20}$ m^{-3}
f) A 500 K dopado con arsénico en una concentración de $2\cdot10^{20}$ m^{-3}.

12. Explica brevemente el diferente comportamiento de la conductividad de un semiconductor frente a la temperatura según sea este intrínseco o extrínseco. Además, indica, en el dibujo, a que clase de semiconductor corresponde cada curva.

13. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
- La difusión tiende a homogeneizar las concentraciones.
- Los procesos de difusión, aunque suponen movimientos de carga, no dan lugar a corrientes eléctricas en el semiconductor.
- La corriente de difusión de huecos es proporcional al gradiente de la concentración de huecos.
- A mayor número de huecos, mayor número de recombinaciones.
- Si por causas externas al semiconductor se genera un exceso de electrones y huecos, al desaparecer estas condiciones de equilibrio no vuelven a alcanzarse.

14. Explica brevemente porqué aparece una diferencia de potencial en una unión *p-n* en circuito abierto.

15. Di en cual o cuales de los siguientes casos existe movimiento de cargas por difusión, justificando brevemente la respuesta:
a) Un conductor homogéneo conectado a una fuente de tensión.
b) Un semiconductor homogéneo conectado a una fuente de tensión.
c) Una unión *pn* (diodo) conectada en forma directa a una fuente de tensión

16. Explica brevemente el diferente comportamiento de la conductividad de un semiconductor frente a la temperatura según sea este intrínseco o extrínseco. Además, indica, en el dibujo, a qué clase de semiconductor corresponde cada curva.

17. Halla la resistividad del silicio en las circunstancias siguientes:
a) A 300 K.
b) A 300 K dopado con indio en una concentración de $5\cdot10^{20}$ átomos/m^3
c) A 500 K (n_i (500 K) = $3{,}7\cdot10^{20}$ m^{-3})
d) A 500 K dopado con indio en una concentración de $5\cdot10^{20}$ átomos/m^3
Sol: 2250 Ωm; 0,25 Ωm; 0,09 Ωm; 0,1 Ωm

18. A una barra de germanio de 2 cm^2 de sección y longitud 10 cm se le aplica una diferencia de potencial de 10 V entre sus extremos. Calcula a 300 K:

a) Resistividad del germanio.
b) Resistencia de la barra.
c) Velocidad de arrastre de electrones y huecos.
d) Intensidad de corriente.

Sol: ρ = 0,462 Ωm: R = 231 Ω; v_n = 39 m/s; v_p = 18 m/s; I = 43,3 mA

19. Un semiconductor intrínseco contiene 10^{20} pares electrón–hueco por m^3. Calcular la resistividad, sabiendo que las movilidades son μ_n = 0,2 m^2/Vs; μ_p = 0,06 m^2/Vs

Sol: ρ = 0,24 Ωm

20. Sea una barra de silicio de sección 2 mm^2, cuya concentración de electrones, no uniforme, sigue la ley $n = kx$, siendo $k = 2 \cdot 10^{19}$ electrones/m^4. Determina la corriente de difusión existente en la barra. (Consultar tabla 8-1).

Sol: 22,4 nA.

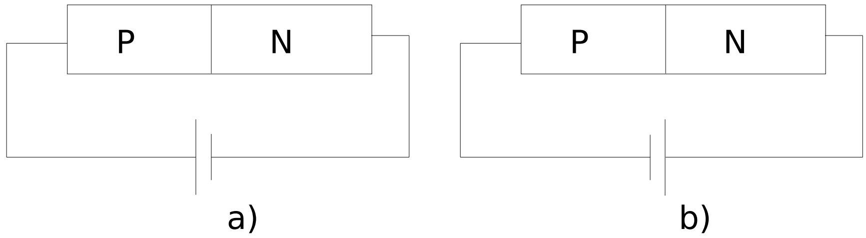
21. Una barra de semiconductor con dopado no uniforme tiene una concentración de huecos en sus extremos de $p_1 = 10^{16}$, $p_2 = 10^{22}$ huecos/m^3 ¿Qué diferencia de potencial existirá entre los extremos?.

Sol: V_{21} = -0,36 V

6 EL DIODO

1. Explica brevemente porque aparece una diferencia de potencial en una unión *p–n* en circuito abierto.

2. Sea un diodo *p–n*, polarizado como se indica en las figuras a) y b). Indicar si las siguientes cantidades aumentan o disminuyen en cada caso, comparadas con sus valores en la unión *p–n* sin polarizar.



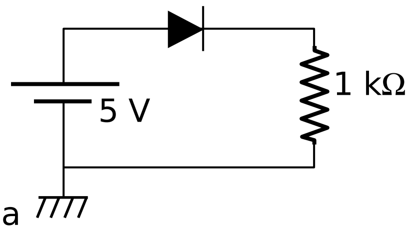
	Anchura de la zona de transición	Diferencia de potencial *V* en la zona de transición	Campo eléctrico en la zona de transición
a)			
b)			

Sol: a) Disminuye. b) Aumenta.

3. ¿En cuál o cuáles de los siguientes casos existe movimiento de cargas por difusión? Justifica la respuesta.
a) Un conductor homogéneo conectado a una fuente de tensión.
b) Un semiconductor homogéneo conectado a una fuente de tensión.
c) Una unión PN (diodo) conectada en forma directa a una fuente de tensión.

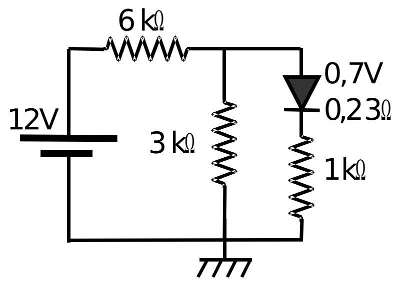
Sol: en el caso c).

4. Calcula la corriente que circula por el circuito de la figura, utilizando las tres aproximaciones para el diodo:
a) Diodo ideal.
b) Segunda aproximación.
c) Tercera aproximación.
La tensión de codo del diodo es de 0,7 V, y su resistencia de 0,23 Ω.



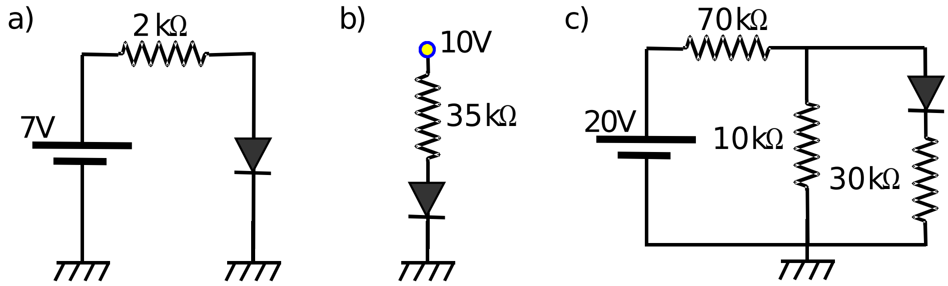
Sol: a) 5 mA. b) 4,3 mA. c) 4,299 mA

5. Calcula la corriente que circula por la resistencia de 1 kΩ en el circuito de la figura, suponiendo que una tensión de codo para el diodo de 0,7 V, y resistencia de 0,23 Ω
Sol: 1,1 mA.



6. Calcula la corriente en los diodos de los tres circuitos de la figura. Los diodos son de silicio (tensión umbral o de codo de 0,7 V).

¿Qué valores obtendrías si los diodos fueran de germanio (tensión umbral o de codo de 0,3 V)?

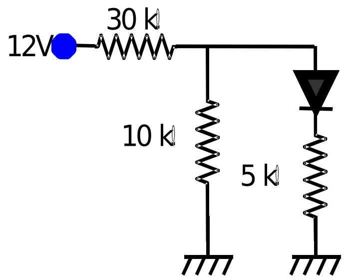


Sol:

Diodos de silicio: a) 3,15 mA. b) 0,27 mA. c) 46,5 μA.

Diodos de germanio: a) 3,35 mA. b) 0,28 mA. c) 56,8 μA.

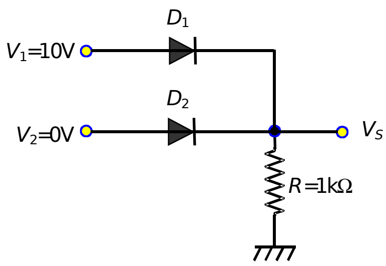
7. Calcula la corriente que circula por el diodo de la figura, sabiendo que se trata de un diodo de Germanio cuya tensión de codo o tensión umbral es de 0,3 V.



Sol: 0,216 mA..

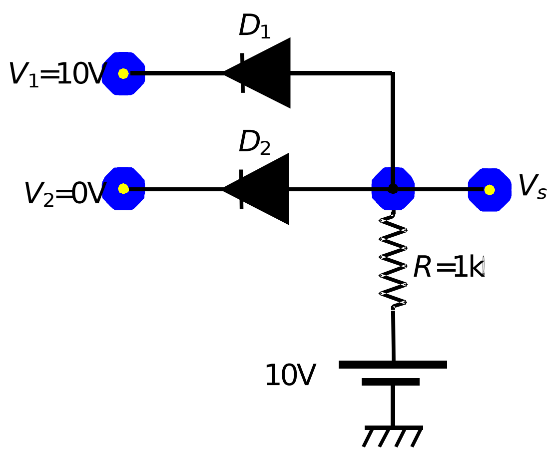
8. Dado el circuito de la figura, con los valores de la tensión de entrada indicados, calcula la tensión de salida V_S del circuito y las intensidades de corriente que circulan por los diodos.

Los diodos D_1 y D_2 son de silicio con una tensión umbral de 0,7 V.



Sol: V_S = 9,3 V, I_1 = 9,3 mA, I_2 = 0.

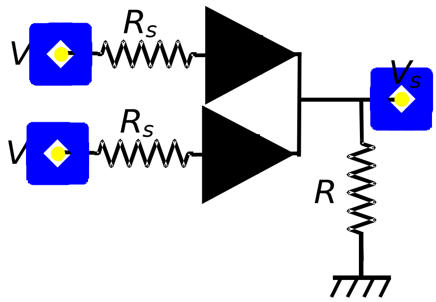
9. Calcula la tensión de salida V_s del circuito para los valores de la tensión de entrada de la figura. Los diodos D_1 y D_2 son de silicio con una tensión umbral de 0,7 V.



Sol: V_s = 0,7 V.

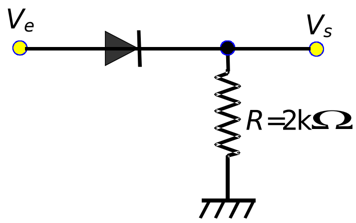
10. Calcula la tensión de salida V_s del circuito de la figura para los siguientes valores de la tensión de entrada ($R >> R_S$):

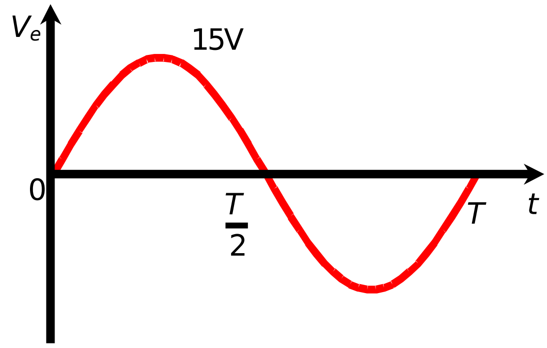
a) $V_1 = V_2 = 0$.
b) $V_1 = V$, $V_2 = 0$.
c) $V_1 = V_2 = V$.



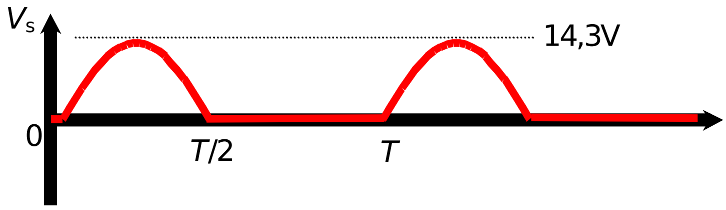
Sol: a) $V_s = 0$. b) $V_s \approx V$. c) $V_s \approx V$.

11. Dado el circuito de la figura, calcula la tensión de salida, V_s, para la tensión de entrada, V_e, indicada en la figura.
El diodo es de silicio.

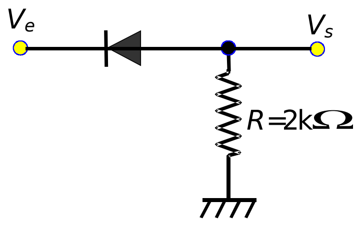


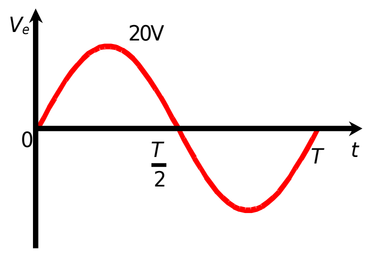


Sol:

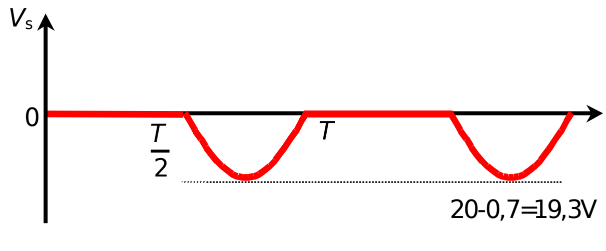


12. Dado el circuito de la figura, calcula la tensión de salida, V_s, para la tensión de entrada, V_e, indicada en la figura.
El diodo es de silicio.

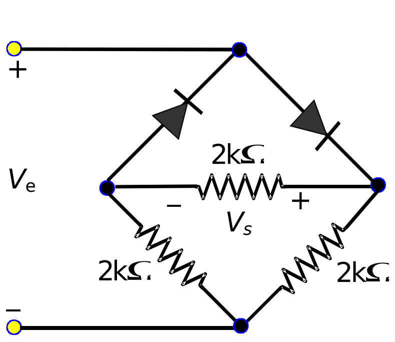


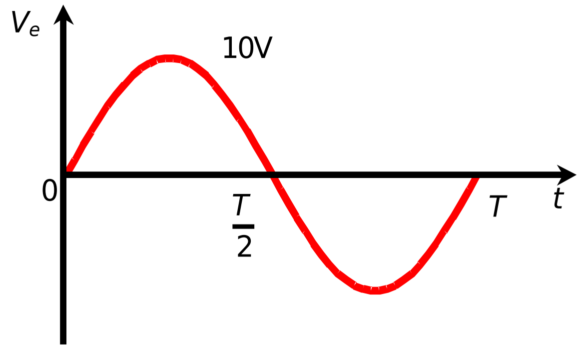


Sol:

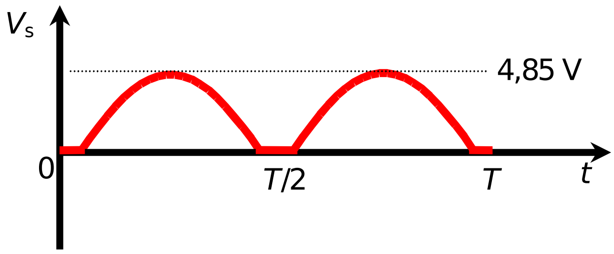


13. Calcula la tensión de salida V_s del circuito de la figura, para la tensión de entrada V_e indicada en la figura de la derecha. Los diodos son de germanio.

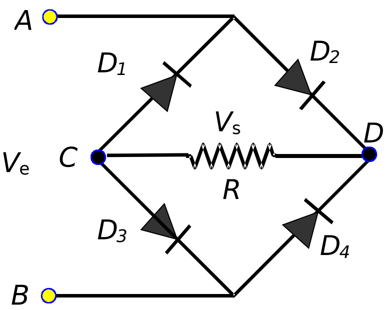


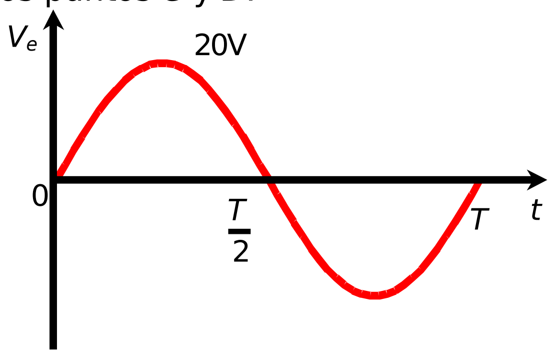


Sol:

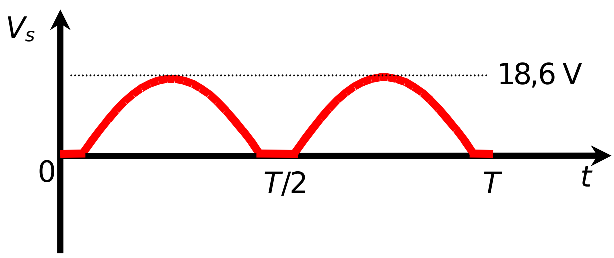


14. Dado el circuito de la figura, calcula la tensión de salida, V_s, para la tensión de entrada, V_e, indicada en la figura.
La tensión de entrada se sitúa sobre los puntos *A* y *B* del circuito, y la tensión de salida se toma sobre los puntos *C* y *D*.





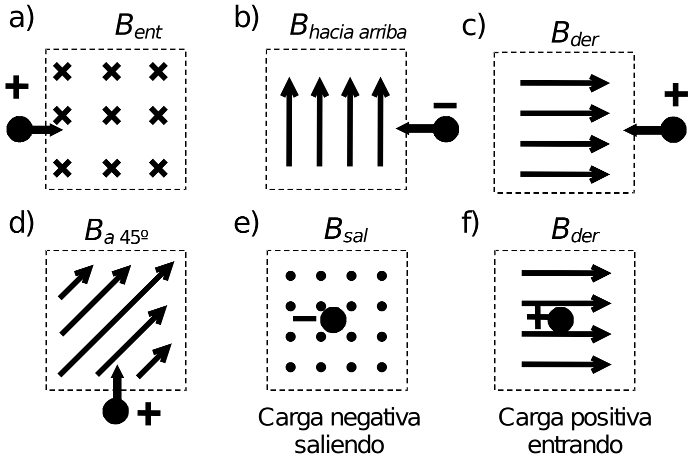
Sol:



8 MAGNETISMO

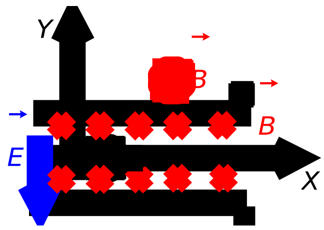
1. Halla la fuerza magnética que actúa sobre un protón que se mueve con una velocidad de $4{\cdot}10^6$ m/s en el sentido positivo del eje *X*, en el interior de un campo magnético de 2 T dirigido en el sentido positivo de las *z*.
(Dato: $q(p)$ = $1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C).
Sol: $\vec{F}=-1{,}28{\cdot}10^{-12}\,\vec{j}\ N$

2. Indica la dirección inicial de la desviación de las partículas cargadas cuando entran en los campos magnéticos que se muestran en la figura.



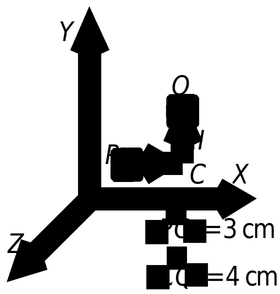
Sol: a) Hacia arriba; b) Perpendicularmente al papel, sentido hacia fuera; c) No se desvía; d) Perpendicularmente al papel, sentido hacia dentro; e) No se desvía; f) Hacia abajo.

3. Un haz de electrones se lanza entre las armaduras de un condensador cargado a potencial *V*. Entre las armaduras existe un campo magnético uniforme, perpendicular al campo eléctrico. Sabiendo que las armaduras están separadas una distancia *d*, calcula la velocidad de los electrones que no se desvían al pasar por el condensador.
Sol: $v=V/Bd$

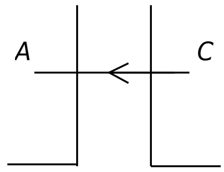


4. Un conductor largo, paralelo al eje *X*, lleva una corriente de 10 A en el sentido positivo de las *X*. Existe un campo magnético uniforme de valor 2 T en la dirección y sentido del eje *Y*. Halla la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre el conductor.
Sol: $20\vec{k}$ N/m

5. Por el segmento de conductor de la figura circula una corriente *I* = 2 A desde *P* hasta *Q*. Existe un campo magnético $\vec{B}=1\vec{k}\ T$. Halla la fuerza total sobre el conductor y demuestra que es la misma que si todo el conductor fuese un segmento recto desde *P* hasta *Q*.
Sol: $\vec{F}=\left(8\,\vec{i}-6\,\vec{j}\right){\cdot}10^{-2}\ N$



6. El conductor *AC* de la figura forma parte de un circuito, pudiéndose deslizar sobre dos rieles metálicos verticales.

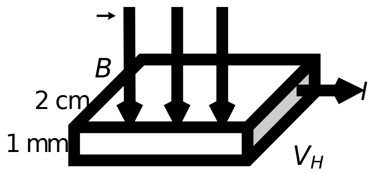


¿Cuál debe ser el valor del campo magnético uniforme, perpendicular al plano de la figura, si debe producir una fuerza que compense la de la gravedad cuando la corriente por el conductor es de 10 A? ¿Cuál debe ser el sentido del campo magnético? La longitud del conductor es 10 cm y su masa 20 g.

Sol: B = 0,196 T hacia fuera del papel.

7. Se dobla de forma arbitraria un conductor y por él se hace circular una corriente I en el interior de un campo magnético $\vec{B}$ uniforme y perpendicular al plano de la corriente. Demuestra que la fuerza total sobre la parte del conductor que va desde un punto *a* a otro *b* es $vev\,F = I\vec{L}\times\vec{B}$ siendo $\vec{L}$ el vector que va desde *a* hasta *b*.

8. Una tira de cobre de 2 cm de ancho y 1 mm de espesor se coloca en un campo magnético B = 1,5 T como se representa en la figura. ¿Cuál es la diferencia de potencial Hall si se hace circular una corriente de 200 A por ella, suponiendo que hay un electrón libre por átomo?



(La densidad del Cu es ρ_{Cu} = 8,71 g/cm^3 y su masa atómica relativa 63,54 g/mol)
Dato: Constante de Avogadro: $6{,}02\cdot10^{23}$ at/mol.

Sol: 23 μV

9. Una tira de germanio dopado con $5\cdot10^{22}$ átomos de antimonio/m^3 a la temperatura de 300 K tiene 2 cm de ancho y 1 mm de espesor, estando situado en un campo magnético de 1,5 T como en el ejercicio 8. ¿Cuál es la diferencia de potencial Hall si se hace circular una corriente de 100 mA por ella? ¿Y si se trata de silicio a 300 K dopado con $2\cdot10^{20}$ átomos de galio/m^3?

Sol: 18,7 mV; 4,7 V

10. El efecto Hall puede utilizarse para medir el número de electrones de conducción por unidad de volumen n para una muestra desconocida. La muestra tiene 15 mm de espesor, y cuando se coloca en un campo magnético de 1,8 T produce un voltaje Hall de 0,122 μV mientras lleva una corriente de 12 A. ¿Cuál es el valor de n?

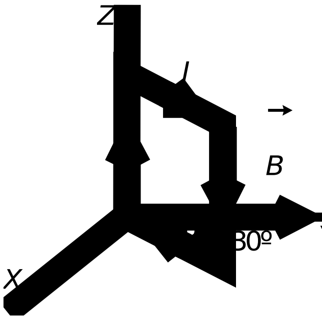
Sol: $n = 7{,}38\cdot10^{28}$ electrones/m^3

11. Una muestra de plata de 2 mm de espesor se utiliza para medir el campo magnético en cierta región del espacio. La plata tiene aproximadamente $n = 5{,}86\cdot10^{28}$ electrones/m^3. Si una corriente de 15 A en la muestra produce un voltaje Hall de 0,24 μV, ¿Cuál es la intensidad del campo magnético?

Sol: B = 0,3 T

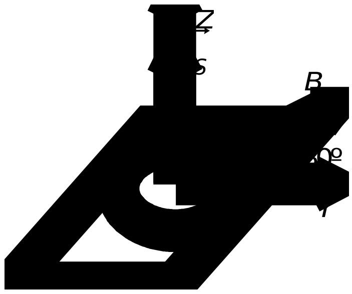
12. La figura muestra una de las espiras rectangulares de 10 cm por 5 cm, de una bobina de 20 espiras. Lleva una corriente de 0,1 A y tiene goznes en un lado, ¿Qué momento obra sobre la espira (módulo, dirección y sentido) si está montada con un plano formando un ángulo de 30º con respecto a la dirección de un campo magnético uniforme de $\vec{B}=0{,}5\,\vec{j}$ T ?

Sol: $-4{,}3\cdot10^{-3}\,\vec{k}$ Nm



13. Para medir un campo magnético se coloca una bobina de 200 espiras de 14 cm^2 de sección formando éstas un ángulo de 30º con el campo. Al circular una intensidad de 0,7 A se mide un momento de $980\cdot10^{6}$ Nm. Calcula *B*.

Sol: $B = 5{,}7\cdot10^{-3}$ T.

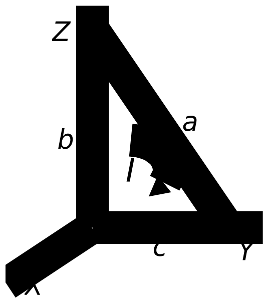


14. Sea la espira de la figura de lados *a*, *b* y *c*, por la que circula una intensidad *I* en el sentido indicado, situada en el interior de un campo magnético $\vec{B}=B\,\vec{j}$. Halla: a) fuerzas magnéticas sobre los lados de la espira, b) momento magnético de la espira, c) momento resultante de las fuerzas sobre la espira.

Sol:

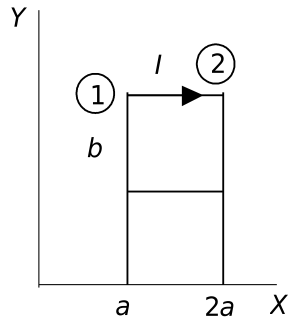
a) $\vec{F}_a=IbB\,\vec{i}\,,\vec{F}_b=-IbB\,\vec{i}\,,\vec{F}_c=0$ *b)* $\vec{m}=\text{-}(1/2)Ibc\,\vec{i}$

c) $\vec{M}=\text{-}(1/2)IbcB\,\vec{k}$



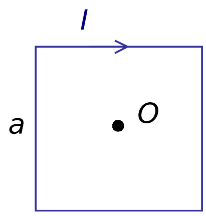
15. Sea la espira rectangular de la figura de lados *a* y *b*, recorrida por una corriente de intensidad *I* en el sentido indicado, situada en el interior de un campo magnético no uniforme de valor $\vec{B}=B_0\dfrac{a}{x}\vec{k}$. Calcula la fuerza que aparece sobre los lados 1 y 2.

Sol: $\vec{F}_1=IB_0b\,\vec{i}$ $\vec{F}_2=IB_0a\ln2(-\vec{j})$



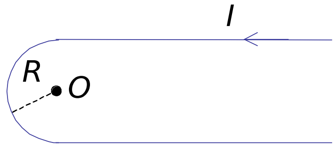
16. Calcula el campo magnético creado por una espira cuadrada de lado *a*, en su centro, siendo *I* la intensidad que circula por ella en el sentido indicado en la figura.

Sol: $B = (2\mu_0 I/\pi a)2^{1/2}$, perpendicular al plano de la espira, sentido hacia dentro del papel.



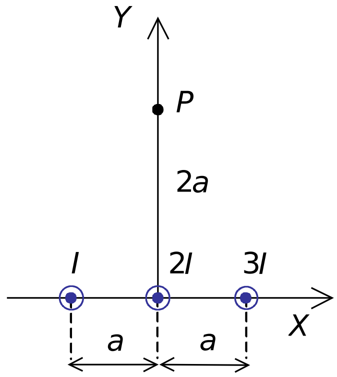
17. Un conductor, de longitud indefinida, se curva en la forma de horquilla de la figura. Sabiendo que por el hilo circula una intensidad *I*, calcula el campo magnético en el punto *O*, centro de la parte semicircular.

Sol: $B = (\mu_0 I/4R)(1 + 2/\pi)$, perpendicular al plano del papel, sentido hacia fuera del papel.

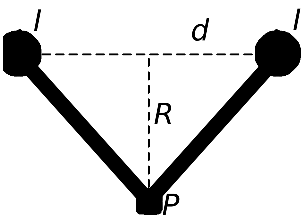


18. La figura representa tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, de longitud indefinida, recorridos por intensidades I, $2I$ y $3I$, todas ellas en el mismo sentido. Calcula el campo magnético creado por dichas corrientes en el punto P.

Sol: $\vec{B}=\dfrac{\mu_0 I}{10\pi a}(-13\vec{i}-2\vec{j})$

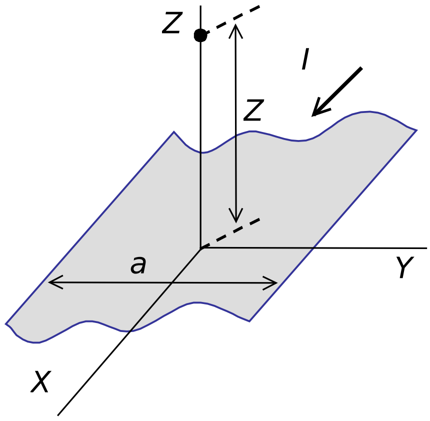


19. Dos conductores largos, paralelos, separados una distancia d llevan corrientes iguales antiparalelas I. Demuestra que el módulo del campo magnético en el punto P que equidista de los dos conductores está dado por la expresión $B = 2\mu_0 I\, d/\pi(4R^2 + d^2)$



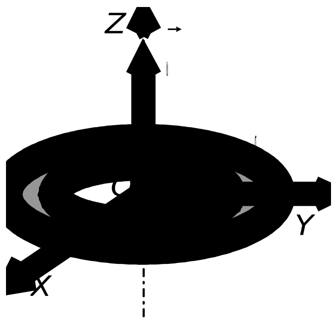
20. Calcula el campo magnético en el punto P de la figura producido por un conductor de longitud indefinida, anchura a y espesor despreciable por el que circula una intensidad de corriente I, en la disposición que se muestra en la figura.

Sol: $\vec{B}=-\dfrac{\mu_0 I}{\pi a}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{a}{2z}\right)\vec{j}$



21. Una corona circular, cargada con densidad superficial de carga σ de radios a y b, gira con velocidad angular $\vec{\omega}$ alrededor de su eje. Calcula el campo magnético creado en su centro O.

Sol: $(\mu_0\sigma\omega/2)(b-a)\vec{k}$

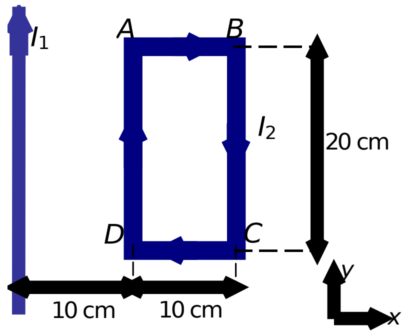


22. Un conductor rectilíneo de longitud indefinida es recorrido por una intensidad I_1 = 30 A. Un rectángulo *ABCD*, cuyos lados *BC* y *DA* son paralelos al conductor rectilíneo, está en el mismo plano que el conductor, y es recorrido por I_2 = 10 A. Calcula la fuerza ejercida sobre cada lado del rectángulo por el campo magnético creado por el conductor rectilíneo.

Sol: $\vec{F}_{AD} = 12\cdot10^{-5}\,(-\vec{i}\,)$ N

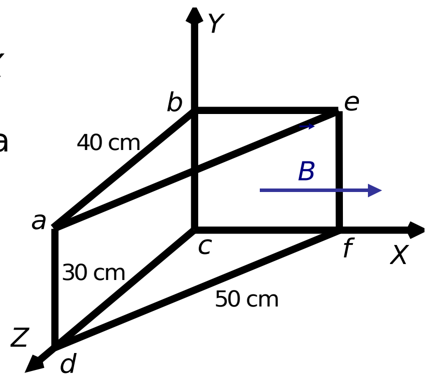
$\vec{F}_{BC} = 6\cdot10^{-5}\,\vec{j}$ N

$\vec{F}_{AB} = 4{,}16\cdot10^{-5}\,\vec{j}$ N = $-\vec{F}_{CD}$



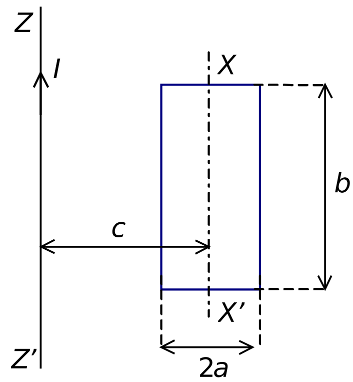
23. El campo magnético $\vec{B}$ en una cierta región del espacio es de 2 T, y su dirección la del eje *X* en el sentido positivo.

a) ¿Cuál es el flujo a través de la superficie *abcd* de la figura?
b) ¿Cuál es el flujo a través de la superficie *befc*?
c) ¿Y a través de la *aefd*?



Sol: a) $\Phi = -0{,}24$ Wb
b) $\Phi = 0$
c) $\Phi = 0{,}24$ Wb

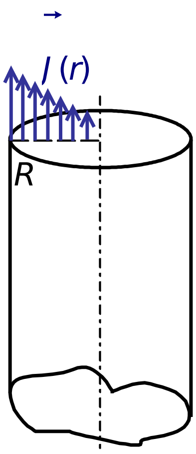
24. Un conductor rectilíneo, indefinido, *z*'*z* está recorrido por una corriente de intensidad *I*. La superficie rectangular de la figura de lados 2*a* y *b*, puede girar en torno a su eje *x*'*x* paralelo al *z*'*z*, del que dista una distancia *c*. Inicialmente el plano de la superficie contiene al conductor *z*'*z*. Calcula la variación de flujo magnético creado por *I* a través de la superficie cuando ésta gira un ángulo de $\pi/2$ en torno a *x*'*x*.



Sol: $\Phi_2 - \Phi_1 = \dfrac{\mu_0 b I}{2\pi} \ln \dfrac{c+a}{c-a}$

25. Por un cable cilíndrico muy largo circula una corriente continua. La densidad de corriente tiene la dirección y sentido indicada en la figura, y en una sección no es uniforme, sino que sigue una ley del tipo $J = (J_0/R)r$, donde J_0 es una constante, *R* es el radio del cable y *r* la distancia del punto considerado al eje del cable. Calcula:

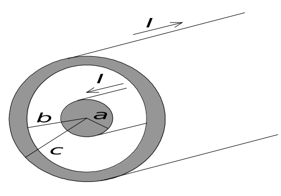
a) Campo magnético *B* en el interior del cable.
b) Campo magnético *B* en el exterior.



Sol: a) $B = \mu_0 J_0 r^2/3R$
b) $B = \mu_0 J_0 R^2/3r$

En ambos casos, $\vec{B}$ es perpendicular al eje del cable y al vector $\vec{u}_r$, y sentido indicado por la regla de la mano derecha.

26. Un cable coaxial muy largo está formado por dos conductores concéntricos de radio *a* el interior, y radios *b* y *c* el exterior (radios interno y externo). Por los conductores circula la misma intensidad de corriente *I* pero en sentido opuesto. Calcula el campo magnético en: a) a una distancia $r < a$, b) a una distancia $a < r < b$ entre los dos conductores, c) a una distancia $b < r < c$ interior al conductor exterior, y d) fuera del cable a $r > c$.

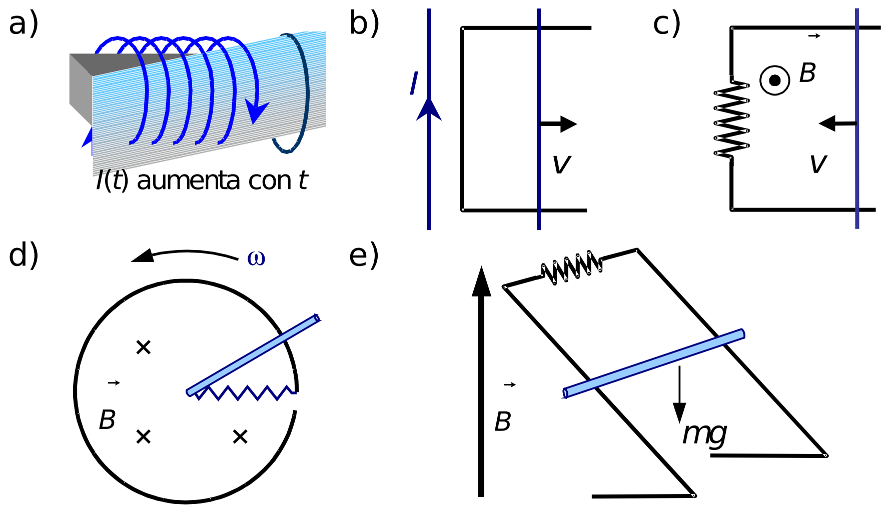


Sol: a) $\mu_0 r I/2\pi a^2$
b) $\mu_0 I/2\pi r$
c) $\mu_0 I((c^2-r^2)/(c^2-b^2))/2\pi r$
d) 0

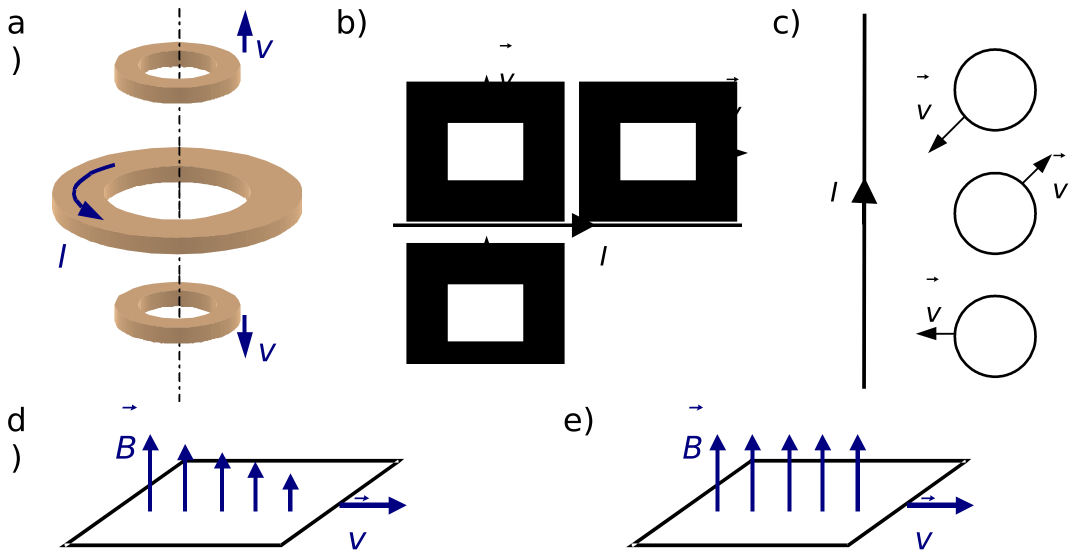
En todos los casos, $\vec{B}$ es perpendicular al eje del cable y al vector $\vec{u}_r$, y sentido indicado por la regla de la mano derecha.

9 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

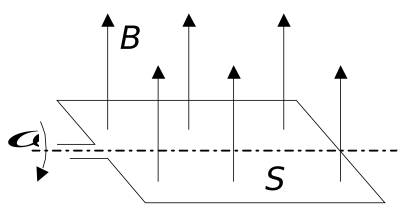
1. Indica en los circuitos de la figura el sentido de la corriente inducida, así como el de la fuerza magnética que aparece sobre la parte móvil de los mismos.



2. Dibuja el sentido de la intensidad inducida en las espiras que proceda en los siguientes casos.



3. Calcula el flujo magnético y la f.e.m. inducida en una espira de superficie S que gira con velocidad angular ω en un campo magnético uniforme B.
Sol: $\Phi = BS\cos\omega t$ $\quad \varepsilon = BS\omega \operatorname{sen}\omega t$



4. Sea una bobina real con coeficiente de autoinducción L = 2 H y resistencia R = 12 Ω se conecta a un generador ideal de f.e.m. ε = 24 V (fig.(a)).

Una vez alcanzado el régimen estacionario:

a) ¿Cuál es la intensidad de la corriente en el circuito?

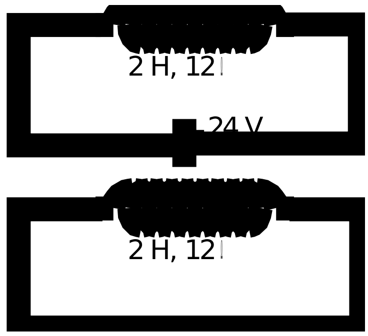
b) ¿Cuánto vale la energía almacenada en la bobina?

c) Si se cortocircuita la bobina y se suprime el generador (fig. (b)) ¿Cuánto vale la energía disipada en la bobina en forma de calor debido a su resistencia?

Sol: a) I = 2 A , b) W = 4 J , c) W_Q = 4 J

a)

b)



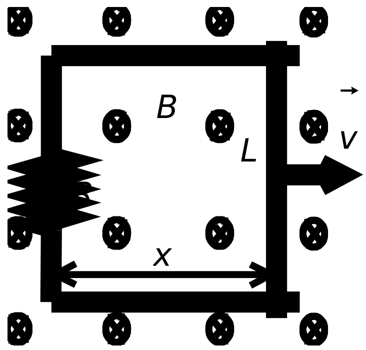
5. Una barra conductora de resistencia despreciable y longitud L desliza sin rozamiento, con velocidad constante v sobre un conductor en forma de U con resistencia R situado en un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular como se muestra en la figura. Calcula:

a) Flujo magnético que atraviesa la espira en función de x.

b) Intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.

c) Fuerza que hay que ejercer sobre la barra para que se desplace con velocidad $\vec{v}$.

Sol: a) $\Phi = BLx$ b) $I = \dfrac{BLv}{R}$ c) $F = \dfrac{B^2 L^2 v}{R}$



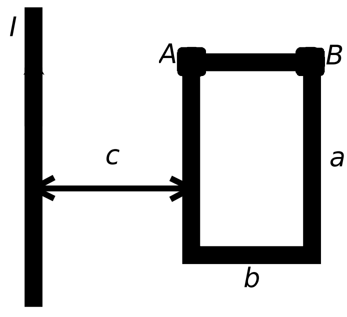
6. Sea un conductor rectilíneo infinito por el que circula una corriente de intensidad $I = Kt$ donde K es una constante positiva. Una espira rectangular de lados a y b se sitúa en el plano del conductor tal como se muestra en la figura. Calcula:

a) f.e.m. inducida ε_i.

b) Si la espira tiene una resistencia R, cuánto vale la i inducida, indicando su sentido.

c) Fuerza magnética sobre el lado AB. $\vec{F}(t)$ (módulo, dirección y sentido).

d) Coeficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira (M).

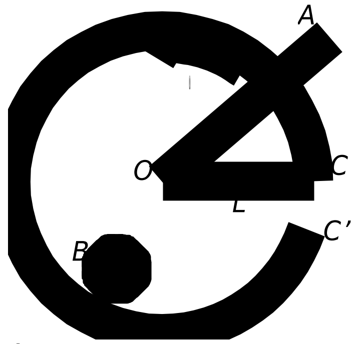


Sol:

a) $\varepsilon_i = \dfrac{\mu_0 K a}{2\pi} \ln\left(\dfrac{c+b}{c}\right)$ b) $i = \dfrac{\mu_0 K a}{2\pi R} \ln\left(\dfrac{c+b}{c}\right)$

c) $F = \left[\dfrac{\mu_0 K}{2\pi}\right]^2 \ln^2\left(\dfrac{c+b}{c}\right)\dfrac{at}{R}$ perpendicular a AB y hacia abajo d) $M = \dfrac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\dfrac{c+b}{c}\right)$

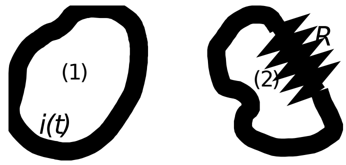
7. Un aro metálico de radio L y resistencia despreciable, abierto entre C y C', está situado en el interior de un campo magnético B, uniforme, normal al plano del aro y sentido el que se indica en la figura, una barra de cobre, en el dibujo OA, gira alrededor de su extremo O, coincidente con el centro del aro, con velocidad angular ω constante, permaneciendo su extremo A en permanente contacto con el aro. Entre O y C hay un hilo conductor de resistencia R. Calcula:



a) Flujo magnético, expresado en función del tiempo, a través del circuito $OACO$.
b) Fuerza electromotriz inducida en dicho circuito.
c) Intensidad de corriente que circula por la resistencia R.

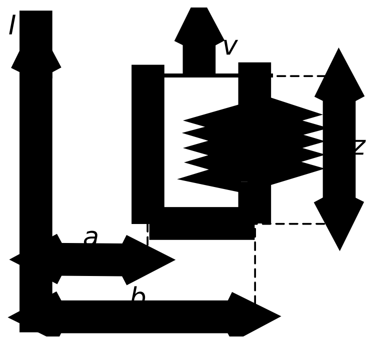
Sol: a) $\Phi = \dfrac{BL^2 \omega t}{2}$ $\quad b)\, \varepsilon = \dfrac{BL^2 \omega}{2}$ $\quad$ c) $I = \dfrac{BL^2 \omega}{2R}$

8. El coeficiente de inducción mutua entre los dos circuitos de la figura es M. Si por el circuito 1 circula una corriente $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi)$, ¿cuál es la expresión de la intensidad inducida en el circuito 2?



Sol: $\dfrac{M I_0 \omega}{R} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

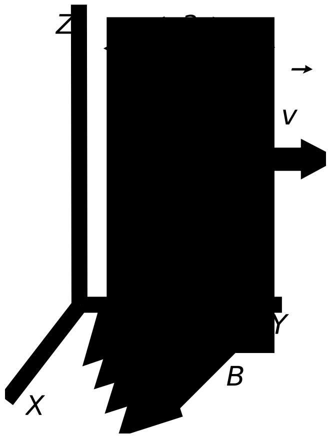
9. Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente de 2 A en el sentido indicado.
En el mismo plano, y en la posición mostrada en la figura, se encuentra una espira de resistencia R, uno de cuyos lados se mueve con velocidad constante v en el sentido indicado.
Calcula:



a) El flujo magnético que atraviesa la espira, en función de z, debido a la corriente de 2 A.
b) La f.e.m. inducida en dicha espira.
c) Intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.
d) Fuerza que actúa sobre el lado móvil de la espira.

Sol: a) $\Phi = \dfrac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln(b/a)$ $\quad b)$ $\varepsilon = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(b/a) v$ $\quad c)$ $i = \varepsilon / R$ $\quad d)$ $F = \left[\dfrac{\mu_0 I \ln(b/a)}{2\pi}\right]^2 \dfrac{v}{R}$

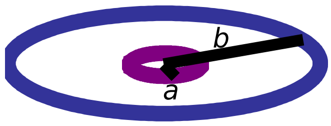
10. Una espira rectangular, de lados a y b, y resistencia R situada en el plano X=0, se mueve con velocidad constante v en la dirección del eje OY, tal como se indica en la figura. En dicha región del espacio existe un campo magnético no uniforme $\vec{B} = Cy\ \vec{i}\ T$. Suponiendo que en el instante t = 0 el lado AA' de la espira coincide con el eje OZ, calcula para un instante t:



a) Flujo que atraviesa la espira.
b) F.e.m inducida en la espira.
c) Intensidad que circula por la espira, indicando su sentido.
d) Resultante de las fuerzas magnéticas que actúan sobre la espira, indicando su dirección y sentido.

Sol: a) $\Phi = \dfrac{Cb\left(a^2 + 2avt\right)}{2}$ b) $\varepsilon = avCb$ c) $i = avCb/R$ d) $\vec{F} = -\dfrac{a^2 b^2 C^2 v}{R}\vec{j}$

11. Dos espiras circulares, de radios a = 1 cm y b = 50 cm, concéntricas, están situadas en el mismo plano. (Se considera a<<b). Calcula:



a) Coeficiente de inducción mutua de ambas espiras.
b) Flujo magnético que atraviesa la espira de radio b cuando por la de radio a circula una intensidad I = 5 A.

Sol: a) $M = \dfrac{\mu_0 \pi a^2}{2b} = 4\cdot 10^{-11}\pi^2 H$ b) $\Phi = 2\pi^2\cdot 10^{-10}$ Wb

12. Un cable coaxial largo está constituido por dos cilindros concéntricos de radios a y b. Su conductor central es hueco y lleva una corriente I, el conductor exterior proporciona el camino de regreso.
a) Calcula la energía almacenada en el campo magnético para un tramo de longitud h de este cable.
b) ¿Cuál es la autoinducción para el mismo tramo de longitud h?

Sol: a) $W = \mu_0 I^2 h \dfrac{\ln\left(b/a\right)}{4\pi}$ $b)$ $L = \dfrac{\mu_0 h \ln\left(b/a\right)}{2\pi}$

10 CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

1. Por un circuito compuesto por dos elementos puros en serie alimentados por una fuente de tensión u = 150 cos(500t + 10º) V, circula una intensidad de corriente i = 13,42cos(500t - 53,4º) A, determina los mencionados elementos.

Sol: R = 5 Ω, L = 0,02 H

2. Por un circuito compuesto por dos elementos puros en serie y una fuente de tensión u = 200sen(2000t + 50º) V, circula una intensidad i = 4cos(2000t + 13,2º) A, determina los mencionados elementos.

Sol: R = 29,7 Ω, C = 12,4 μF

3. En un circuito RL en serie, con R = 5 Ω y L = 0,06 H, la tensión entre los bornes de la bobina es u_L = 15cos200t V. Calcula:
a) la intensidad de corriente,
b) el ángulo de fase, el módulo de la impedancia,
c) la tensión total.

Sol: a) i = 1,25 cos(200t - 90º) A; b) φ_i = 67,4º; Z = 13 Ω ;
c) u = 16,3cos(200t - 22,6º) V

4. Por un circuito con una resistencia R = 2 Ω, una bobina L = 1,6 mH y un condensador C = 20 μF, en serie, circula una intensidad i = 3cos(5000t - 60º) A. Calcula la caída de tensión en cada elemento y la caída de tensión total.

Sol: u_R = 6cos(5000t - 60º) V, u_L = 24cos(5000t + 30º) V,
u_C = 30cos(5000t - 150º) V, $u = 6\sqrt{2}$cos(5000t - 105º) V

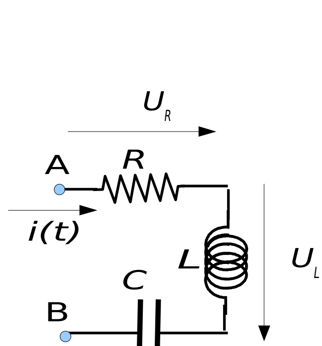
5. Una resistencia de 5 Ω y un condensador se conectan en serie. La tensión entre los bornes de la resistencia es u_R = 25 cos(2000t + 30º) V, si la tensión total está retrasada 60º respecto a la corriente, ¿cuál es el valor de la capacidad C del condensador?

Sol: C = 57,7 μF

6. La tensión aplicada a un circuito RLC en serie está adelantada 30º respecto a la corriente que circula por éste. El valor máximo de la tensión en la bobina es el doble de la correspondiente al condensador, y u_L = 10cos1000t V. Calcula los valores de L y C, sabiendo que R = 20 Ω.

Sol: L = 23,1 mH, C = 86,6 μF

7. Por el circuito de la figura circula una intensidad $i(t)$ =10cos(100t + 90º) A.
a) Representa gráficamente respecto a ωt las funciones: $i(t)$, $u_R(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$.
b) Si R = 10 Ω, L = 0,5 H y C = 200 μF, determina la potencia instantánea en cada uno de los tres elementos para valores de t correspondientes a: ωt = 0, $\omega t = \pi/2$, ωt = π, $\omega t = 2\pi$.
c) Calcula la potencia media durante medio período en cada uno de los tres elementos.



9. En un circuito *RL* serie, con L = 0,05 H, circula una $i = 2\sqrt{2}\cos 500t$ A. Con un voltímetro se mide la ddp en bornes de la resistencia; siendo V_R = 50 V, determina:

a) el valor de *R*,

b) la expresión del valor instantáneo $v(t)$,

c) si a continuación se conecta un condensador en serie con *R* y *L*, la capacidad para que el desfase entre la tensión *v* en bornes del generador y la intensidad i_1 que circula en este caso sea 30º,

d) la expresión de la nueva intensidad.

Sol: a) R = 25 Ω, b) $v = 100\cos(500t + 45º)$ V,
c) C = 189 μF, d) $i_1 = 3{,}46\cos(500t + 15º)$ A