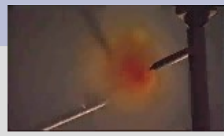
Tema 1. Electrostática

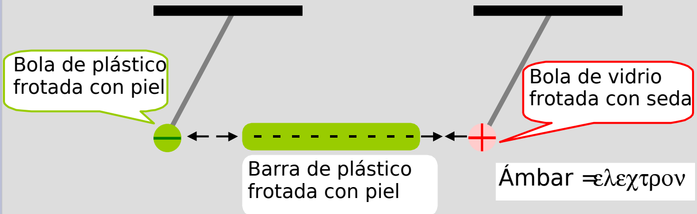
Objetivos:

- Saber calcular el campo eléctrico y el potencial eléctrico creados por distintas distribuciones de carga.
- Adquirir los conceptos de diferencia de energía potencial electrostática y de diferencia de potencial eléctrico.

Tema 1. Electrostática



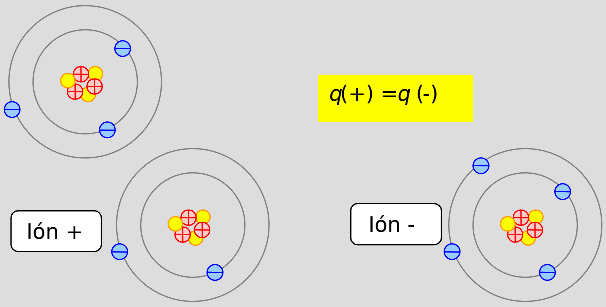
Carga eléctrica



- Dos tipos: positivas y negativas.
- Cargas iguales se repelen; cargas opuestas se atraen.
-

Carga eléctrica: modelo atómico

La materia está formada por átomos, y éstos por un núcleo (protones y neutrones) rodeado de electrones



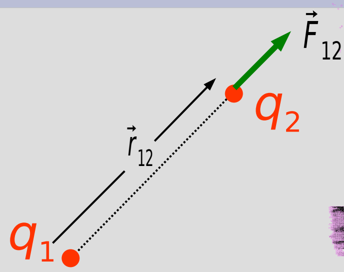
Cuantización y conservación de la carga

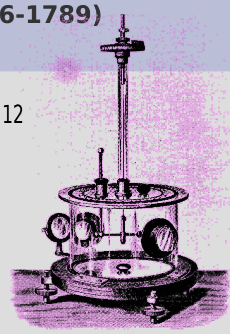
- La carga no se crea ni se destruye, puede fluir, cambiar de posición, pero no puede desaparecer. Este hecho constituye el **principio de conservación de la carga**: la carga total en un sistema aislado permanece constante.
- La carga eléctrica que posee un cuerpo siempre es un múltiplo entero de la carga elemental e, es decir, la carga está **cuantizada**, no pudiendo obtenerse partes más pequeñas de esta cantidad.

  La carga elemental, vale: $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C
- La unidad de la carga en el S.I. es el **culombio** (C),

  $1\ \mathrm{C} = 1\ \mathrm{A}\ 1\ \mathrm{s}\ ,\ \ [Q] = I\ T$

Ley de Coulomb (1786-1789)





La fuerza que se ejercen entre dos cuerpos pequeños cargados y separados una gran distancia en comparación a sus dimensiones:

- Varía en razón directa a cada una de las cargas.
- Varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia.
- Se dirige a lo largo de la línea de unión de las cargas.
- Es atractiva si las cargas son opuestas, y repulsiva si las cargas son iguales.

Ley de Coulomb (1786-1789)

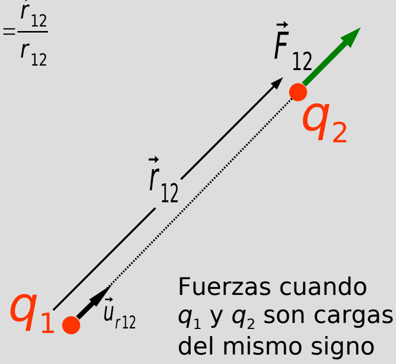
- Cuantifica las fuerzas entre cargas eléctricas puntuales.

$$\vec{F}_{12}=k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_{r12} \qquad \vec{u}_{r12}=\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$k=\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}=9{,}0\times10^9\ Nm^2/C^2$$

$$\varepsilon_0=8{,}85\times10^{-12}\ C^2/Nm^2$$

ε_0: permitividad del vacío



Fuerzas cuando q_1 y q_2 son cargas del mismo signo

Ley de Coulomb (1786-1789)

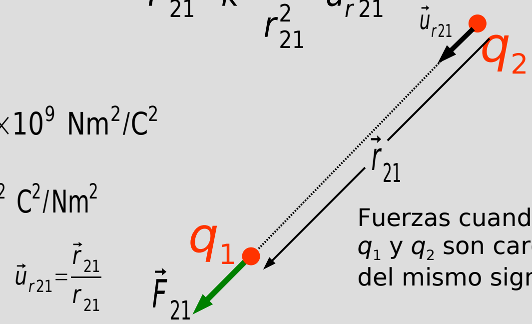
- Cuantifica las fuerzas entre cargas eléctricas puntuales.

$$\vec{F}_{21}=k\frac{q_2 q_1}{r_{21}^2}\vec{u}_{r21}$$

$$k=\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}=9{,}0\times10^9\ Nm^2/C^2$$

$$\varepsilon_0=8{,}85\times10^{-12}\ C^2/Nm^2$$

$$\vec{u}_{r21}=\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$



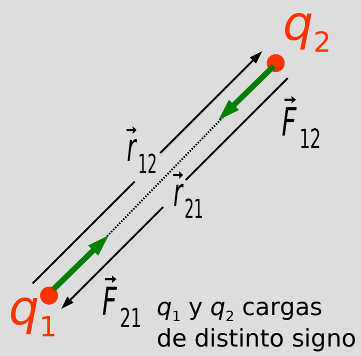
Fuerzas cuando q_1 y q_2 son cargas del mismo signo

Ley de Coulomb (1786-1789)

- Si q_1 y q_2 son cargas de signos distintos, la fuerza es atractiva.

$$\vec{F}_{12}=k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_{r12}$$

$$\vec{F}_{21}=k\frac{q_2 q_1}{r_{21}^2}\vec{u}_{r21}$$

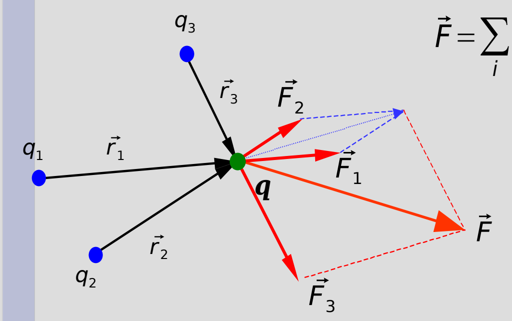


q_1 y q_2 cargas de distinto signo

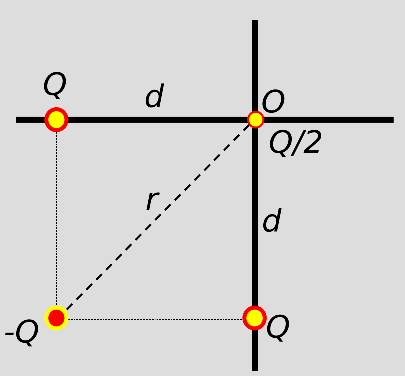
Fuerza ejercida por varias cargas

- **Principio de superposición:** La fuerza total sobre una carga q es la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las cargas individuales del sistema (i).

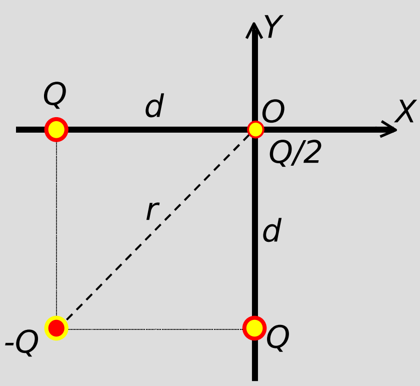
$$\vec{F}=\sum_i \vec{F}_i=\sum_i \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q q_i}{r_i^2}\vec{u}_{r_i}$$



Problema 1



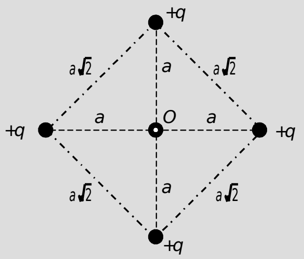
Problema 1



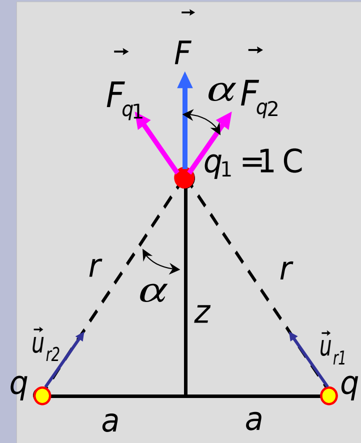
Problema 2

2. Dadas cuatro cargas puntuales iguales $+q$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a2^{1/2}$ y en reposo, hallar la fuerza eléctrica total que las cuatro cargas ejercerían sobre una carga q' situada en O y la energía potencial electrostática de q' en O.

$$\vec{F}=0$$



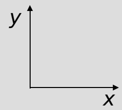
Problema 5



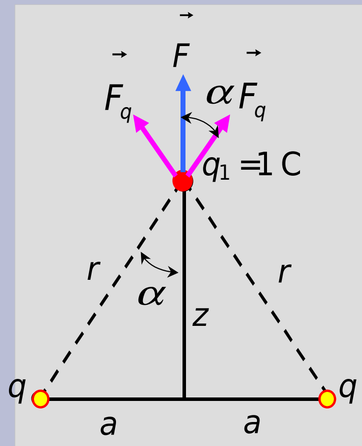
$$\vec{F}_{q1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_1}{r^2}\vec{u}_{r1}$$

$$\vec{F}_{q2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_1}{r^2}\vec{u}_{r2}$$

$$\vec{F}=\vec{F}_{q1}+\vec{F}_{q2}=\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_1}{r^2}\cos\alpha\ \vec{j}$$



Problema 5



$$|\vec{F}|=2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q}{r^2}\cos\alpha=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{z}{r}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{r^2-a^2}}{r^3}$$

$$\frac{d|\vec{F}|}{dr}=0$$

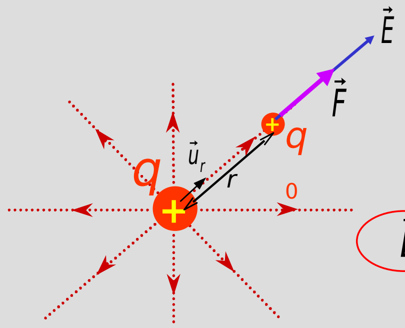
$$\frac{d|\vec{F}|}{dr}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\frac{1}{2}\left(r^2-a^2\right)^{-1/2}2rr^3-\left(r^2-a^2\right)^{1/2}3r^2}{r^6}=0$$

$$\left(r^2-a^2\right)^{-1/2}r^2-3\left(r^2-a^2\right)^{1/2}=0$$

$$r=a\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Campo eléctrico

- Se define como la fuerza eléctrica por unidad de carga positiva que actuaría sobre q_0 debido a q.



Campo eléctrico que q crea en el punto donde se encuentra q_0

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

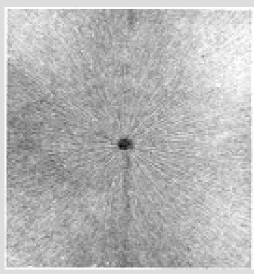
Campo eléctrico

Algunos campos eléctricos en la naturaleza

	E (N/C)
En los cables domésticos	10^{-2}
En las ondas de radio	10^{-1}
En la atmósfera	10^{2}
En la luz solar	10^{3}
Bajo una nube tormentosa	10^{4}
En la descarga de un relámpago	10^{4}
En un tubo de rayos X	10^{6}
En el electrón de un átomo de hidrógeno	$6\cdot10^{11}$
En la superficie de un núcleo de uranio	$2\cdot10^{21}$

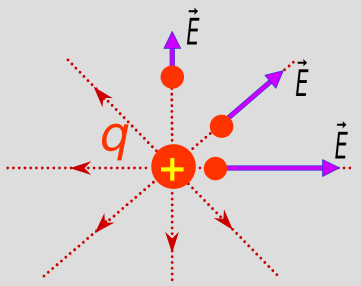
Campo eléctrico

- El campo eléctrico ($\vec{E}$) modeliza el efecto que crea una carga eléctrica de valor q en el espacio que la rodea, independientemente de otra carga, de valor q_0 y positiva, colocada en un punto de este espacio.



Campo eléctrico

- El valor así calculado es independiente de q_0, y tan sólo depende de la carga q y de la distancia entre el punto considerado y la carga.



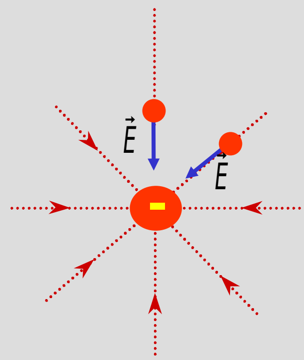
$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

$[E]=M\ L\ T^{-3}\ I^{-1}$

Se mide en N/C

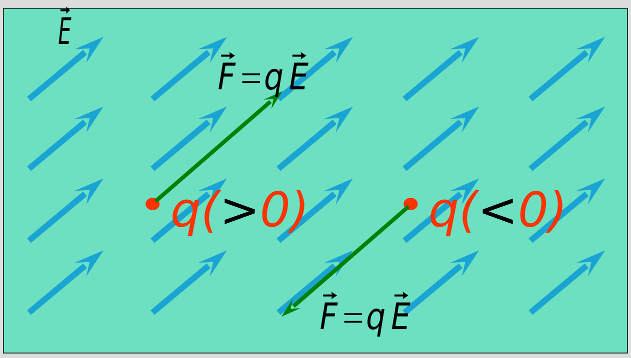
Campo eléctrico

- Si la carga creadora del campo es negativa, el campo eléctrico va dirigido hacia la propia carga.



Campo eléctrico

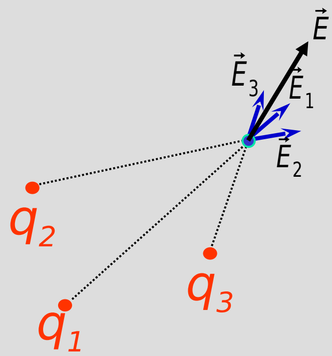
- Cuando una carga se sitúa dentro de un campo eléctrico, sobre ella aparece una fuerza de valor $q\vec{E}$



Campo eléctrico

- Campo eléctrico creado por n cargas puntuales: es la suma del creado por cada una de las n cargas

$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i=\sum_i \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_{r_i}$$



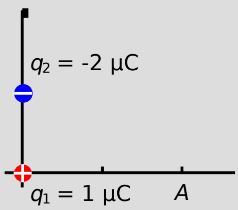
Problema 6

Ejemplo 3-1 del libro de teoría

Dadas las cargas puntuales de la figura, calcula:

a) El campo eléctrico resultante en el punto $A(2,0)$ m. Aplica el principio de superposición dibujando en el gráfico los campos que ejerce cada carga por separado.

b) La fuerza que actuaría sobre una carga puntual negativa de -3 nC en A.

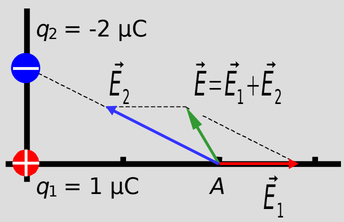


Problema 6

a) $$\vec{E}_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\vec{u}_{r_1}=k\frac{q_1}{r_1^2}\vec{i}=\frac{9000}{4}\vec{i}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2=k\frac{q_2}{r_2^2}\vec{u}_{r_2}=\frac{-18000}{5}\left(\frac{2\vec{i}-\vec{j}}{\sqrt{5}}\right)=\frac{3600}{\sqrt{5}}\left(-2\vec{i}+\vec{j}\right)\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}=-970\vec{i}+1610\vec{j}\ \text{N/C}$$

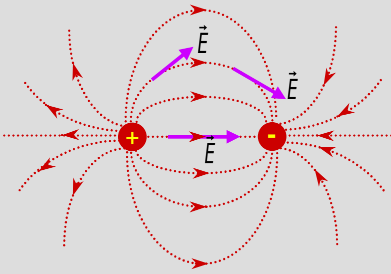


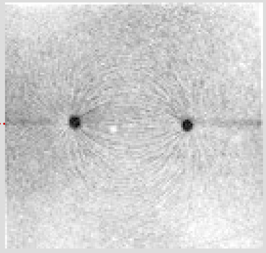
b)

$$\vec{F}=q\vec{E}=-3(-970\vec{i}+1610\vec{j})=2910\vec{i}-4830\vec{j}\ \text{nN}$$

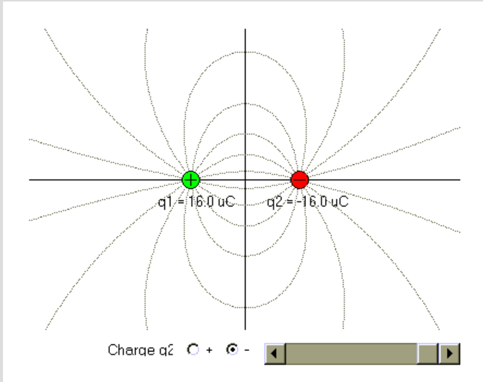
Líneas de campo eléctrico

- Se llama así a las líneas que, en cada punto del espacio, son tangentes al vector campo eléctrico en dicho punto.





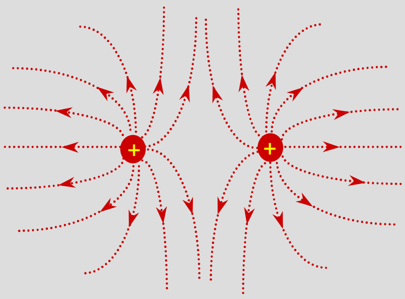
Líneas de campo eléctrico

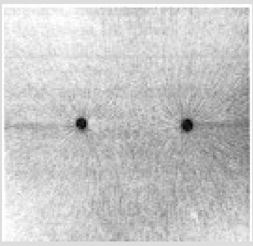


http://personales.upv.es/jogomez/simula/Tema03/elefi_z.htm

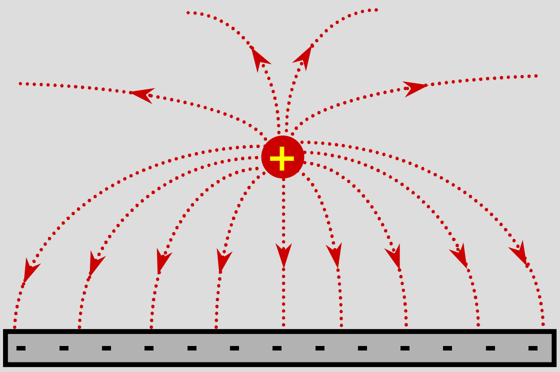
Líneas de campo eléctrico

- Son líneas que comienzan en las cargas positivas (o en el infinito), y terminan en las cargas negativas (o en el infinito).

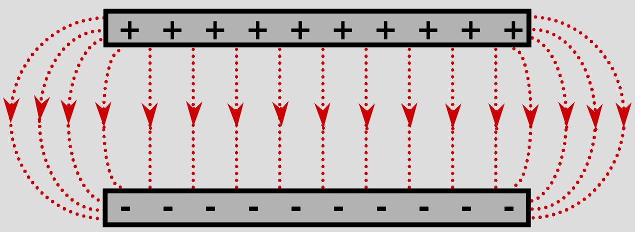




Líneas de campo eléctrico

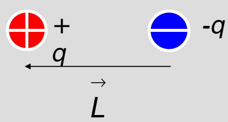


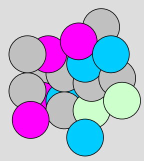
Líneas de campo eléctrico

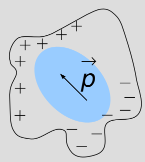


Dipolo eléctrico

- Se denomina dipolo eléctrico a un sistema de dos cargas iguales y de signo contrario, separadas entre sí por una pequeña distancia.

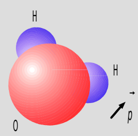






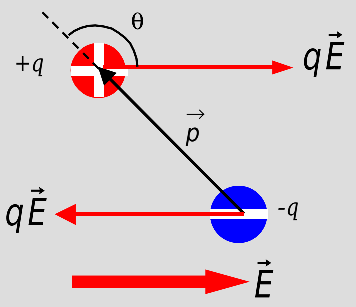
- **Momento dipolar:**

$$\vec{p} = q\vec{L}$$



Momento del par de fuerzas

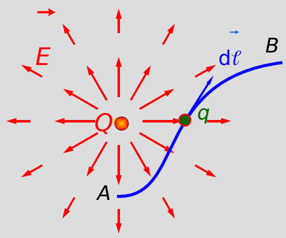
- **Momento** del par de fuerzas:



$q\vec{E}$

Energía potencial electrostática

Campo electrostático es un campo conservativo

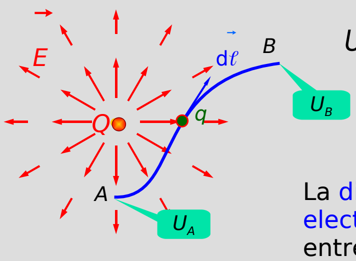


Una fuerza es **conservativa** si el trabajo total que realiza sobre una partícula que sigue una trayectoria cerrada y vuelve a su posición inicial es cero, o si el trabajo total que realiza sobre una partícula para ir desde un punto A a otro punto B es independiente del camino seguido de A a B.

En estos casos el trabajo se puede expresar como la diferencia de valores que toma una función escalar U entre los puntos final e inicial. La fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria son dos ejemplos de fuerzas conservativas y la función escalar U es la energía potencial electrostática en el primer caso y gravitatoria en el segundo.

Energía potencial electrostática

Campo electrostático es un campo conservativo



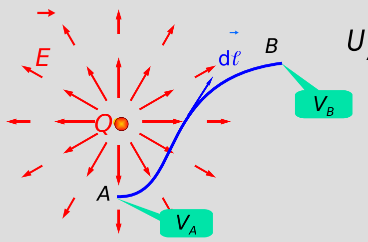
$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Julio J

La diferencia de energía potencial electrostática *U* de una carga *q* entre dos puntos *A* y *B* **se define** como el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar dicha carga de *A* a *B*.

Diferencia de potencial electrostático

Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

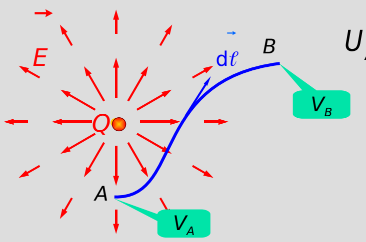
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

Voltio V

La variación de energía potencial por unidad de carga se denomina **diferencia de potencial eléctrico *V* (ddp)**

Potencial electrostático

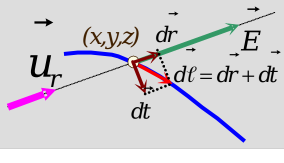
Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

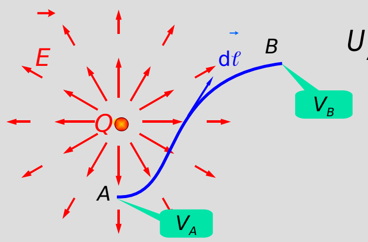
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r\cdot d\vec{\ell}$$



Potencial electrostático

Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

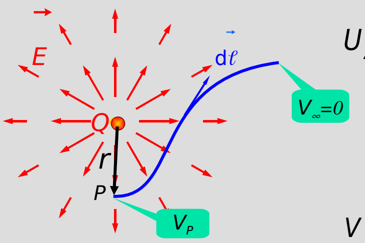
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r\cdot d\vec{\ell}$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right)$$

Potencial electrostático

Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

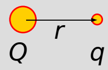
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Si consideramos que el potencial eléctrico en los puntos situados a distancia infinita de la carga *Q* es cero, entonces el potencial eléctrico en un punto *P* es:

$$V_P = V_P - V_\infty = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Potencial electrostático



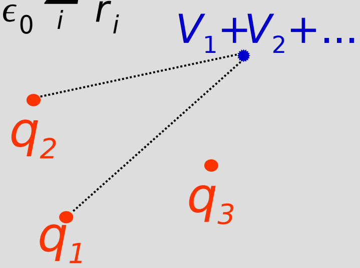
$$U = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad V = \frac{U}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Potencial electrostático

- Potencial creado por n cargas puntuales:

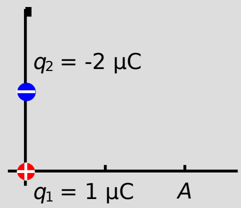
$$V = \sum_i V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



Problema 6

Ejemplo 3-3 del libro de teoría

Dadas las cargas puntuales de la figura, calcula:
c) El potencial eléctrico resultante en el punto $A(2,0)$ m y en el punto $B(4,2)$ m
d) La diferencia de potencial entre los puntos A y B, $V_A - V_B$.



Problema 6

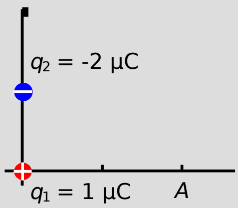
c)

$$V_A = k\frac{q_1}{r_{1A}} + k\frac{q_2}{r_{2A}} = 9000\left(\frac{1}{2} + \frac{-2}{\sqrt{5}}\right) V = -3550\ V$$

$$V_B = k\frac{q_1}{r_{1B}} + k\frac{q_2}{r_{2B}} = 9000\left(\frac{1}{\sqrt{20}} + \frac{-2}{\sqrt{17}}\right) V = -2353\ V$$

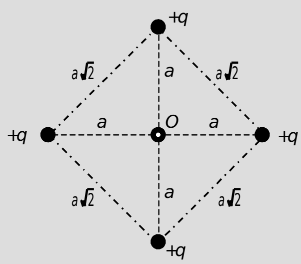
d)

$V_A - V_B = -1197$ V



Problema 2

2. Dadas cuatro cargas puntuales iguales $+q$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a2^{1/2}$ y en reposo, hallar la fuerza eléctrica total que las cuatro cargas ejercerían sobre una carga q' situada en O y la energía potencial electrostática de q' en O.



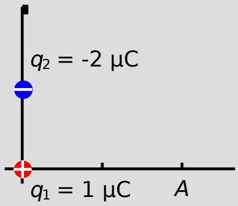
$$\vec{F} = 0$$

$$U = q'V = q'4\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q'q}{\pi\varepsilon_0 a}$$

Problema 6

Ejemplo 3-5 del libro de teoría

Dadas las cargas puntuales de la figura, calcula:
e) El trabajo que debe realizar una fuerza externa para trasladar una carga puntual negativa de -3 nC desde *A* hasta *B*.

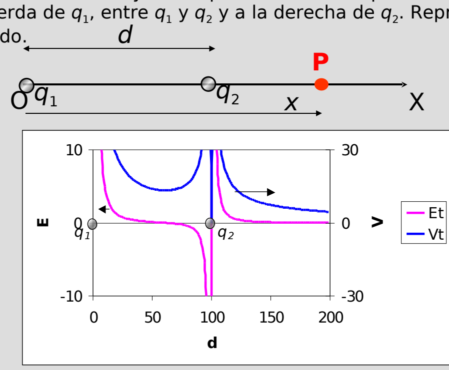


$$W_{AB} = -q(V_B - V_A)$$

$$W_{AB\ Fext} = q(V_B - V_A) = -3\ (1197) = -3{,}59\ \mu J$$

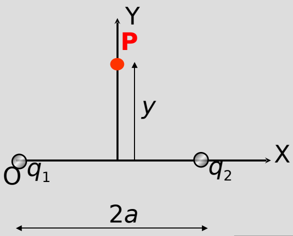
Problema 7

Dadas dos cargas puntuales q_1 y q_2, separadas una distancia *d*, calcula el potencial electrostático y el campo eléctrico en el punto **P**. Considera el punto **P** a la izquierda de q_1, entre q_1 y q_2 y a la derecha de q_2. Representa gráficamente el resultado.



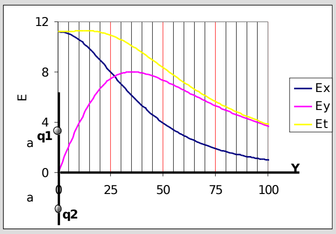
EXCEL: http://personales.upv.es/jogomez/Labvir/tratamiento.htm

Problema 8

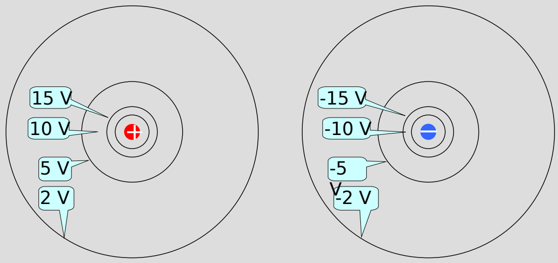


$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \sum \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

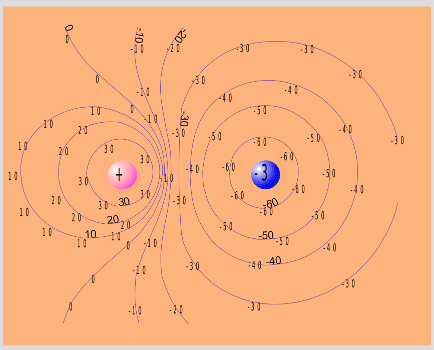
$$V = \sum V_i = \sum \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i}$$



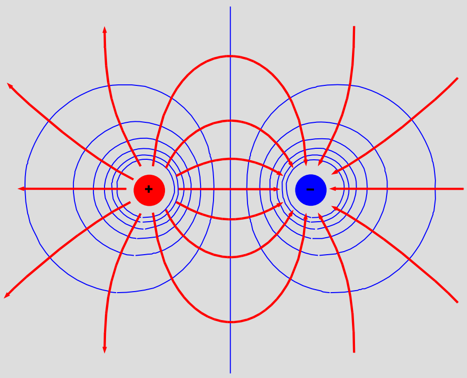
Superficies equipotenciales



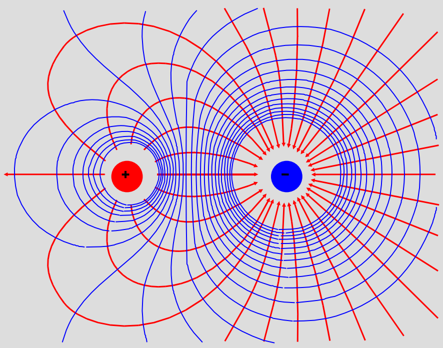
Superficies equipotenciales



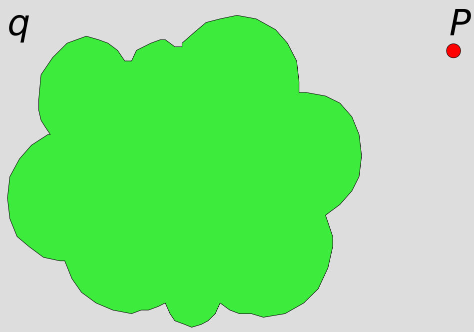
Líneas de campo y superficies equipotenciales



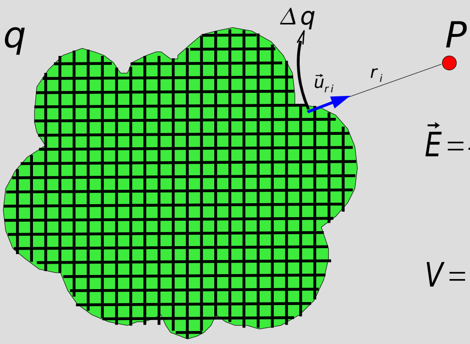
Líneas de campo y superficies equipotenciales



Distribuciones continuas de carga



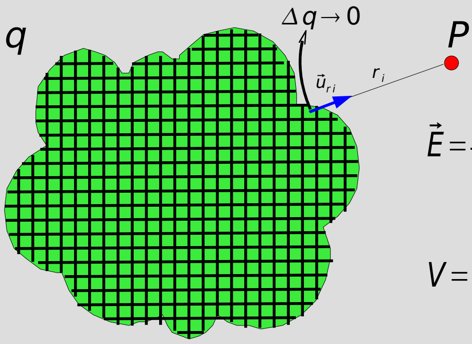
Distribuciones continuas de carga



$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i\frac{\Delta q}{r_i^2}\vec{u}_{ri}$$

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i\frac{\Delta q}{r_i}$$

Distribuciones continuas de carga

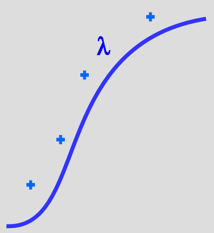


$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_q\frac{dq}{r_i^2}\vec{u}_{ri}$$

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_q\frac{dq}{r_i}$$

Distribuciones continuas de carga

- Carga distribuida sobre una línea:



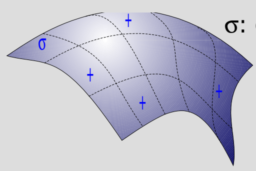
λ: densidad lineal de carga $\lambda=\frac{dq}{dl}$

$$V=\frac{1}{4pe_0}\int_L\frac{\lambda\,dl}{r}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L\frac{\lambda\,dl}{r^2}\vec{u}_r$$

Distribuciones continuas de carga

- Carga distribuida sobre una superficie:



σ: densidad superficial de carga $\sigma=\frac{dq}{dS}$

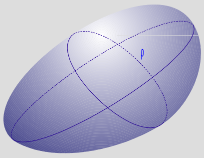
$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S\frac{\sigma\,dS}{r}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S\frac{\sigma\,dS}{r^2}\vec{u}_r$$

Distribuciones continuas de carga

- Carga distribuida sobre un volumen:

ρ: densidad volumétrica de carga $\rho = \frac{dq}{dV}$



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho\, dV}{r^2} \vec{u}_r$$

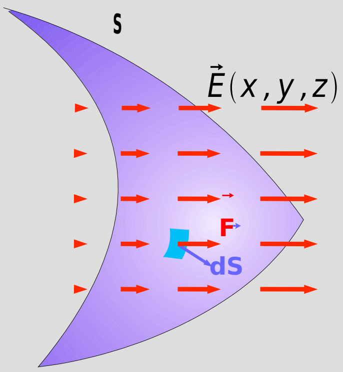
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho\, dV}{r}$$

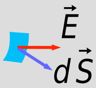
Distribución lineal de carga

Campo eléctrico creado por una distribución lineal de carg

http://www.fis.upv.es/~jmmesegu/proyecto%20excel/densidad%20lineal%20de%20carga.xls

Flujo del campo eléctrico





$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

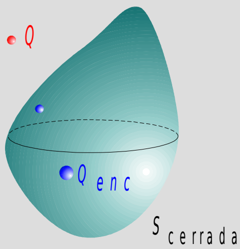
$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Teorema de Gauss

- El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada *S* cualquiera es igual a la carga total encerrada en la superficie dividida por ε_0 .

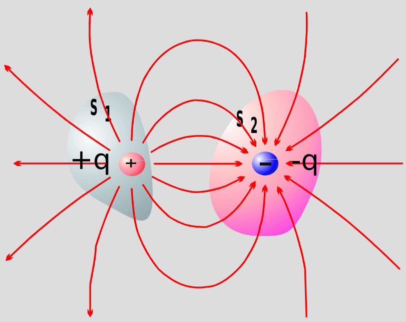
$$\Phi_{sup\,cerrada} = \frac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$$



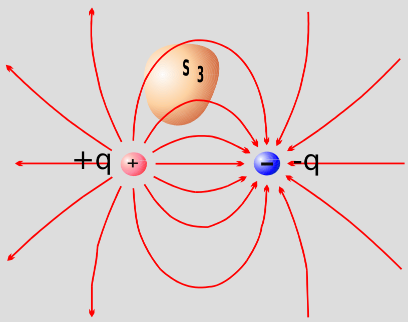
$Q_{encerrada} = \sum Q$ Carga encerrada

Teorema de Gauss



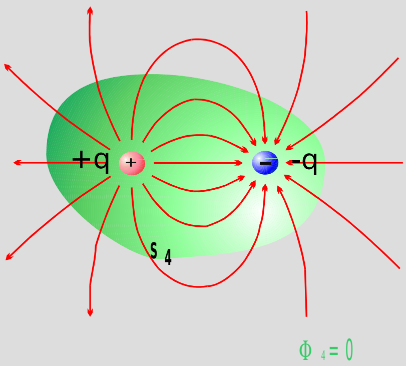
$\Phi_1 > 0$ $\Phi_2 < 0$

Teorema de Gauss



$\Phi_3 = 0$

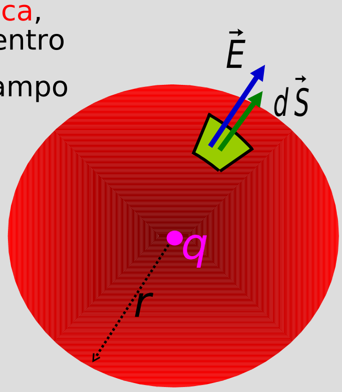
Teorema de Gauss



Teorema de Gauss

- Sea una superficie esférica, con una carga q en su centro
  - El flujo elemental del campo eléctrico creado por q a través de un dS será:

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



Teorema de Gauss

- Pero el campo eléctrico creado por q en cualquier punto de la superficie es:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r \quad \text{y} \quad d\vec{S} \| \vec{u}_r$$

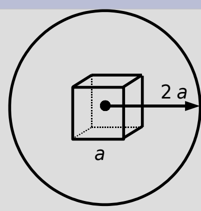
- Por tanto:

$$\phi = \int_S d\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S k\frac{q}{r^2} dS = k\frac{q}{r^2}\underbrace{\int_S dS}_{4\pi r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

- Este resultado es generalizable para cualquier superficie cerrada.

Problema 10

10. Sea un cubo de arista *a* y densidad volumétrica de carga ρ uniforme, situado en el vacío. Se le rodea de una superficie esférica de radio 2*a*. Determina el flujo del campo eléctrico a través de la esfera.



$$\Phi = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\rho = \frac{\text{carga}}{\text{volumen}} \Rightarrow \text{carga} = \rho \times \text{volumen} = \rho a^3$$

$$\Phi = \frac{\rho a^3}{\varepsilon_0}$$

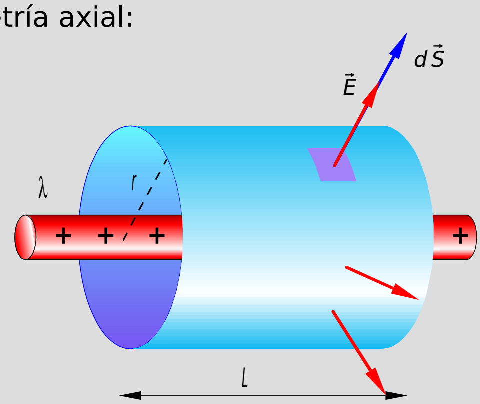
Cálculo de E mediante el teorema de Gauss

- Para que el cálculo del flujo de E sea sencillo, es necesario que la superficie cerrada elegida cumpla dos condiciones:
  - *a) El módulo del campo eléctrico tenga el mismo valor en todos sus puntos*
  - *b) El vector campo eléctrico sea paralelo al vector superficie en cualquiera de sus puntos*
- De este modo:

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E dS = E \int_S dS = ES = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

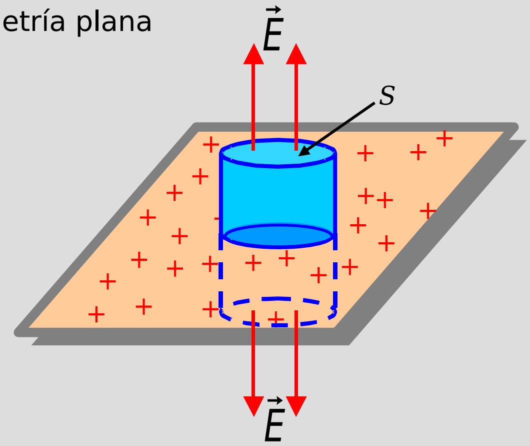
Teorema de Gauss

- Simetría axial:



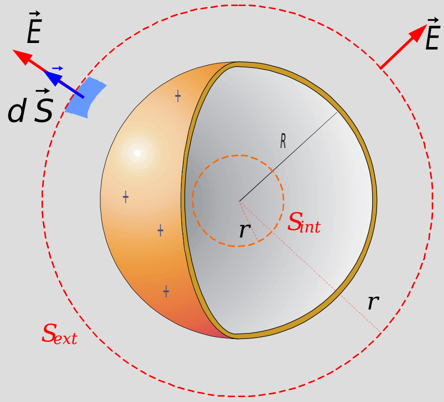
Teorema de Gauss

- Simetría plana



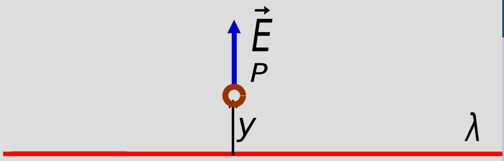
Teorema de Gauss

- Simetría esférica



Problema 12

La figura muestra una porción de una línea infinita de carga cuya densidad lineal de carga λ es constante. Calcula la intensidad de campo eléctrico creado por la línea infinita en el punto *P* a una distancia *y* de la línea.

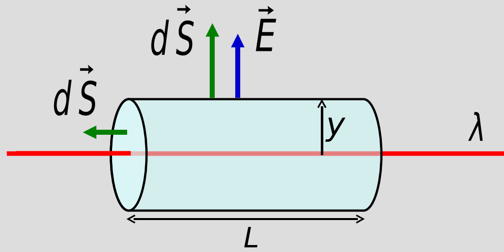


Problema 12

$$\Phi=\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{Lat} EdS=ES_{Lat}$$

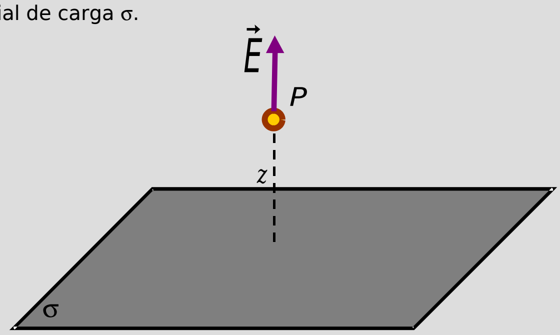
$$\Phi=\frac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}=\frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}$$

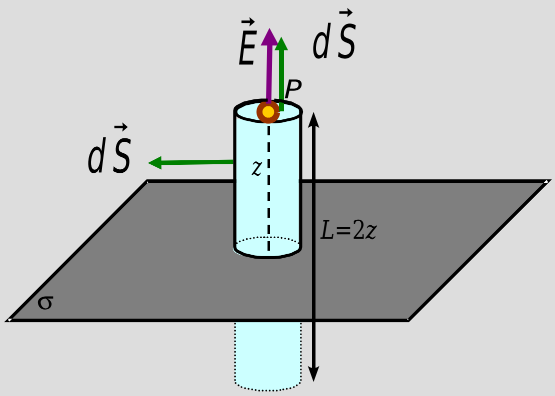


Problema 11

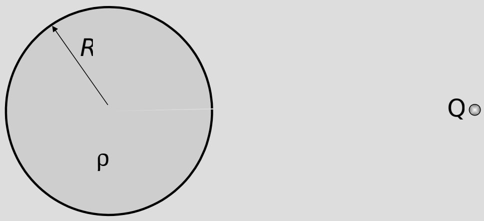
Aplica el teorema de Gauss para <u>deducir</u> la expresión del campo eléctrico creado por un plano infinito cargado con densidad superficial de carga σ.



Problema 11

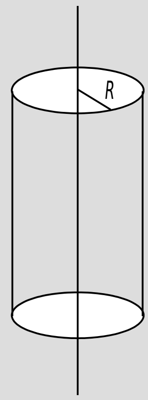


Carga puntual
Distribución esférica



Problema 14

14. La figura muestra una porción de un cilindro de longitud infinita y radio *R*, cargado uniformemente con una densidad volumétrica de carga ρ.
Calcula:
a) Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro.
b) Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie.



Problema 14

***r* < *R*:**

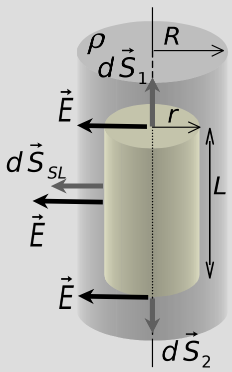
$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{B_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{B_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{SL} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{SL} E\, dS$$

$$\Phi = \int_{SL} E\, dS = E\int_{SL} dS = ES_{SL} = E2\pi rL$$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Phi = E2\pi rL \\ \Phi = \dfrac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_0} \end{array}\right. \Rightarrow E2\pi rL = \frac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \text{ (N/C)}$$



Problema 14

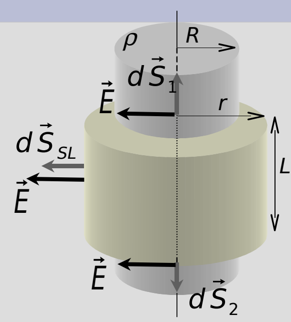
***r* > *R*:**

$$\Phi = E2\pi rL$$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\pi R^2 L}{\varepsilon_0}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Phi = E2\pi rL \\ \Phi = \dfrac{\rho\pi R^{2L}}{\varepsilon_0} \end{array}\right\} \Rightarrow E2\pi rL = \frac{\rho\pi R^2 L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} \text{ (N/C)}$$



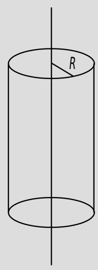
Problema 14

$$V_R - V_0 = -\int_0^R \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$V_R - V_0 = -\int_0^R \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_0^R E\, dr$$

$$V_R - V_0 = -\int_0^R E\, dr = -\int_0^R \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} dr = \frac{-\rho}{2\varepsilon_0}\int_0^R r\, dr = \frac{-\rho}{2\varepsilon_0}\frac{r^2}{2}\Big|_0^R = \frac{-\rho R^2}{4\varepsilon_0} \ (V)$$

Problema 15



La figura muestra una porción de un cilindro de longitud infinita y radio *R*, cargado uniformemente con una **densidad superficial de carga** σ.
Calcula:
a) Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro.
b) Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie.
Compara los resultados con los resultados obtenidos en el problema 3-15 realizando una gráfica en la que se observe la variación del campo eléctrico con la distancia al eje del cilindro. Idem con el potencial electrostático.
c) ¿qué ocurre si intentas calcular el potencial electrostático creado por la distribución dada en un punto concreto, si supones que el potencial en el infinito es nulo?

Problema 15

r < R:

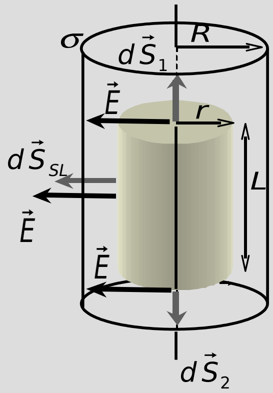
$$\Phi=\int_{S_G}\vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$\Phi=\int_{S_G}\vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{B_1}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{B_2}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{SL}\vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{SL}E\,dS$$

$$\Phi=\int_{SL}E\,dS=E\int_{SL}dS=ES_{SL}=E2\pi rL$$

$$\Phi=\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi=E2\pi rL=0\Rightarrow E=0$$



Problema 15

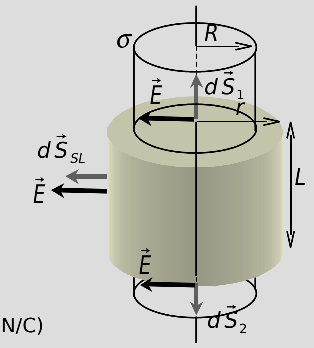
r > R:

$$\Phi=E2\pi rL$$

$$\Phi=\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi=\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0}$$

$$\left.\begin{matrix}\Phi=E2\pi rL\\ \Phi=\dfrac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0}\end{matrix}\right\}\Rightarrow E2\pi rL=\frac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}\quad \text{(N/C)}$$



Problema 15

r < R:

$$E=0$$

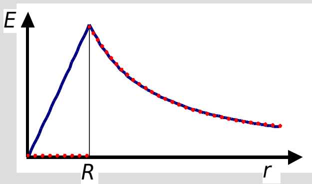
$$E=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

r > R:

$$E=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$$

$$E=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

$$Q=\rho\pi R^2L=\sigma 2\pi RL\;\Rightarrow\;\sigma=\rho R/2$$



Problema 15

$$V_R-V_0=-\int_0^R\vec{E}\cdot d\vec{r}=0$$

r < R:

$$V(r)=-\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=K_1$$

r > R:

$$V(r)=-\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=-\int\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}dr=-\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln r+K_1'$$

$$-\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln R+K_1'=K_1\;\Rightarrow\;K_1'=K_1+\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln R$$

$$V(r)=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R}{r}\right)+K_1$$

Problema 15

r < R:

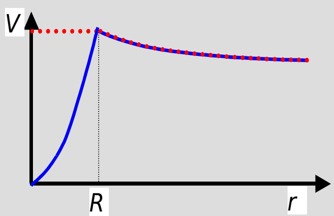
$$V(r)=-\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=-\int\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr=-\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0}+K_2$$

r > R:

$$V(r)=-\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=-\int\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}dr=-\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln r+K_2'$$

$$-\frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0}+K_2=\;-\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln R+K_2'\;\Rightarrow K_2'=-\frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0}+\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}+K_2$$

$$V(r)=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R}{r}\right)-\frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0}+K$$



Problema 15

- **c)** No se puede establecer el criterio de potencial nulo para $r\to\infty$ puesto que

$$\lim_{r\to\infty}\ln\left(\frac{R}{r}\right)=-\infty$$