

Tema 3. Análisis de redes

Objetivos:

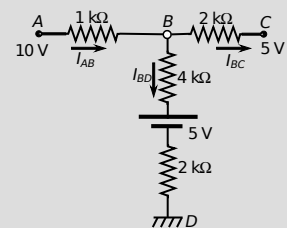
- Conocer las leyes de Kirchhoff y saber utilizarlas para analizar circuitos sencillos de corriente continua.
- Conocer los conceptos de fuente de tensión y de intensidad.
- Resolver circuitos de corriente continua.
- Calcular circuitos equivalentes de otros, aplicando los teoremas de superposición, de Thevenin y Norton.



Tema 3. Análisis de redes

Problema: Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las **leyes de Kirchhoff**.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el **método de las mallas**.
- Calcula el potencial en el punto **B**.
- Calcula la **resistencia equivalente** entre los puntos **B** y **C**.
- Dibuja el **equivalente de Thevenin** entre los puntos **B** y **C**, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos **B** y **C** se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



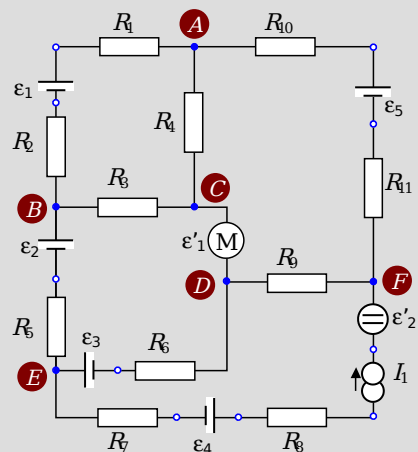
Tema 3. Análisis de redes

- Introducción. Definiciones.
- 3.1 Generadores de tensión y generadores de intensidad.
- 3.2 Leyes de Kirchhoff.
- 3.3 Método matricial de las corrientes de malla.
- 3.4 Resistencia equivalente de una red pasiva.
- 3.5 Principio de superposición.
- 3.6 Teorema de Thevenin.



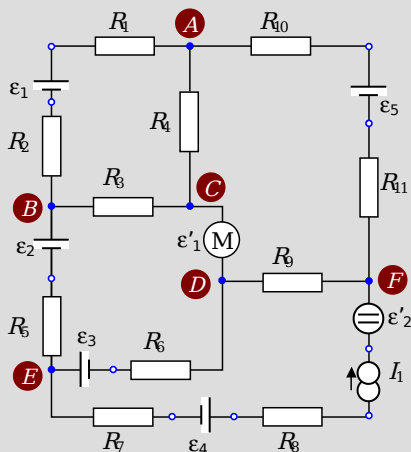
Introducción. Definiciones

- **Red eléctrica:** conjunto de dipolos asociados entre sí y formando circuitos cerrados interconectados.
- Una red se considera **lineal** cuando está constituida por dipolos lineales.



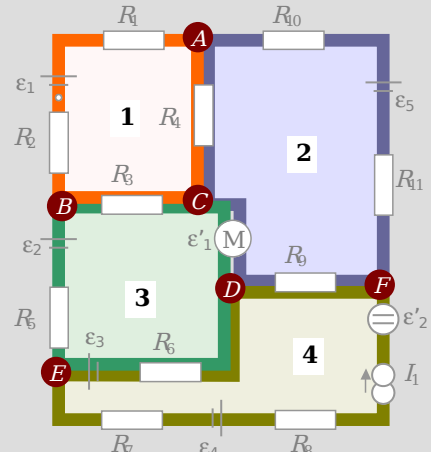
Introducción. Definiciones

- **Nudo:** punto de una red donde concurren tres o más dipolos. La red de la figura presenta 6 nudos, marcados por letras de la A a la F.



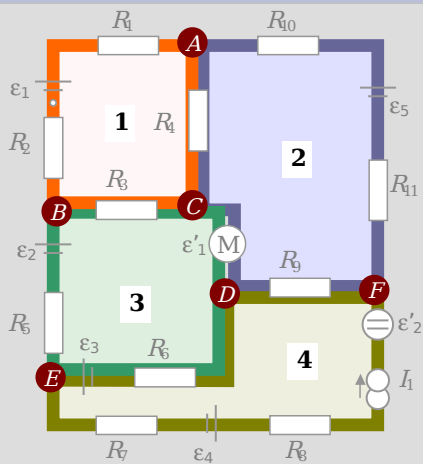
Introducción. Definiciones

- **Rama** es un tramo de circuito entre dos nudos consecutivos. Así nos referiremos a la intensidad que circula por la rama AB o diremos que la rama EF contiene un receptor. Por una rama circula una única intensidad.



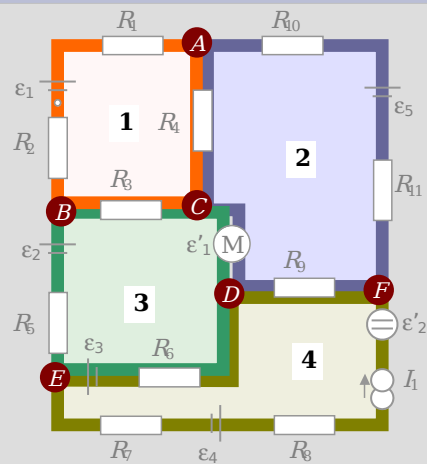
Introducción. Definiciones

- **Malla** es un circuito cerrado formado por ramas, de tal modo que partiendo de un punto y siguiendo un sentido, se pueda volver a él pasando sólo una vez por cada rama, y que no contiene ninguna rama en su interior. En el ejemplo de la Figura hay 4 mallas numeradas de la 1 a la 4.



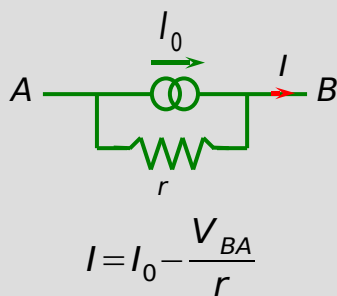
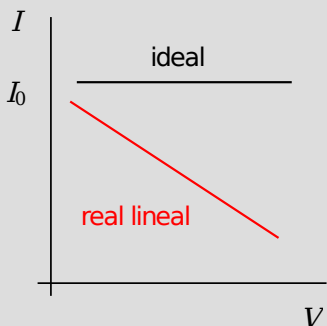
Introducción. Definiciones

- Una red se denomina **plana** si cada rama es común como máximo a dos mallas.

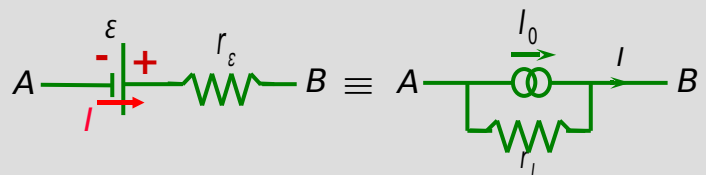


Generadores de intensidad

- Un **generador de intensidad** es un dipolo que es capaz de hacer circular una intensidad de corriente entre sus bornes.



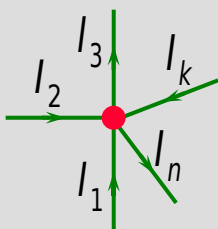
Generador de tensión y generador de intensidad



$$V_{BA} = \varepsilon - r_\varepsilon I \quad \longrightarrow \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \quad r_I = r_\varepsilon$$

Leyes de Kirchhoff

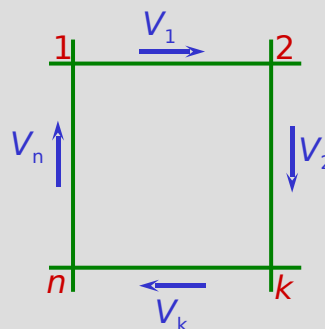
- **Ley de los nudos:** La suma de las intensidades que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen del nudo.



$$\sum I_k = 0$$

Leyes de Kirchhoff

- **Ley de las mallas:** La suma de las caídas de tensión en todas las ramas de una malla es cero.

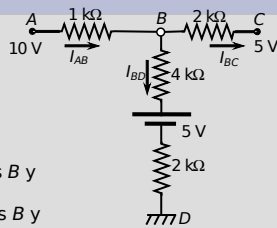


$$\sum V_k = 0$$

Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:

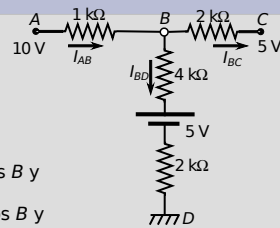
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.

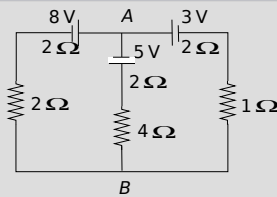


$$\begin{aligned}
 \text{a) } \quad I_{AB} &= I_{BD} + I_{BC} \\
 V_A - V_C &= 5 = I_{AB} + 2I_{BC} \\
 V_A - V_D &= 10 = I_{AB} + 4I_{BD} + 5 + 2I_{BD} \Rightarrow I_{AB} + 6I_{BD} = 5 \\
 I_{AB} &= 2 \text{ mA} \quad I_{BC} = 3/2 \text{ mA} \quad I_{BD} = 1/2 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

Ejemplo 7.1

7.1 Utilizando las leyes de Kirchhoff determina las corrientes que circulan por las distintas ramas de la red de la figura.

Determina la diferencia de potencial entre A y B.

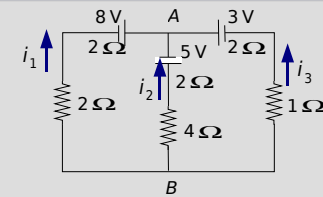


$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \sum iR &= \sum \epsilon & 4i_1 - 6i_2 &= 8 + 5 \\
 6i_2 - 3i_3 &= -5 - 3
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\
 4i_1 - 6i_2 &= 13 \\
 6i_2 - 3i_3 &= -8
 \end{aligned} \right\}$$

$$i = \begin{pmatrix} 1,278 \\ -1,315 \\ 0,037 \end{pmatrix} \text{ A}$$

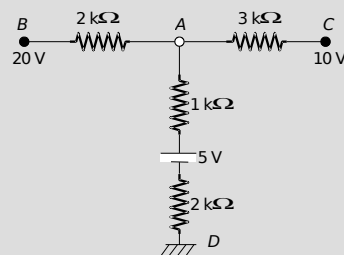


$$\begin{aligned}
 i_1 &= 1,278 \text{ A} \\
 i_2 &= 1,315 \text{ A} \\
 i_3 &= 0,037 \text{ A}
 \end{aligned}$$

$$V_A - V_B = \sum iR - \sum \epsilon = 6i_2 - 5 = 2,89 \text{ V}$$

Ejemplo 7.2

7.2. Calcula el potencial del punto A y las intensidades de corriente por las ramas del circuito de la figura utilizando las leyes de Kirchhoff.



$$\sum I_k = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 = I_3$$

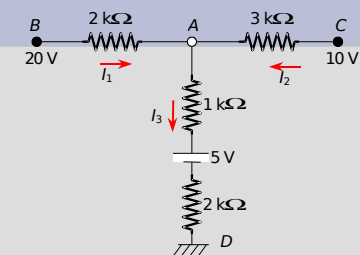
$$\begin{aligned}
 \text{Rama AB: } \quad V_{BA} &= I_1(2k) = 20 - V_A \\
 I_1 &= \frac{20 - V_A}{2 \cdot 10^3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Rama CA: } \quad V_{CA} &= I_2(3k) = 10 - V_A \\
 I_2 &= \frac{10 - V_A}{3 \cdot 10^3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Rama AD: } \quad V_{AD} &= I_3(1k + 2k) - (-5) = V_A - 0 \\
 I_3 &= \frac{V_A - 5}{3 \cdot 10^3}
 \end{aligned}$$

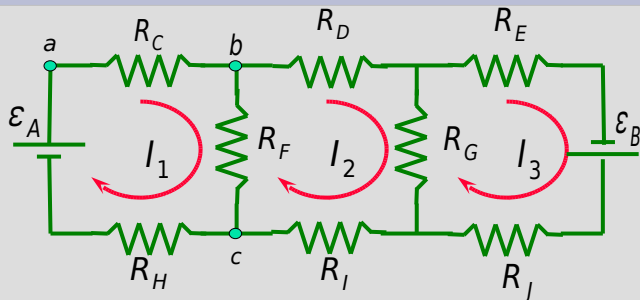
$$I_1 = \frac{25}{7} \text{ mA} \quad I_2 = -\frac{20}{21} \text{ mA} \quad I_3 = \frac{55}{21} \text{ mA}$$

Ejemplo 7.2

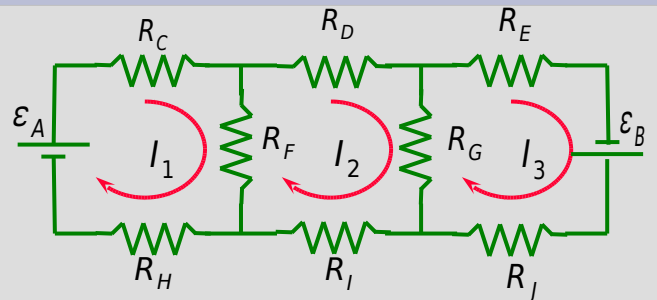


$$\begin{aligned}
 \frac{20 - V_A}{2 \cdot 10^3} + \frac{10 - V_A}{3 \cdot 10^3} &= \frac{V_A - 5}{3 \cdot 10^3} \\
 60 - 3V_A + 20 - 2V_A &= 2V_A - 10 \\
 7V_A &= 90 \rightarrow V_A = \frac{90}{7} \text{ V}
 \end{aligned}$$

Método matricial de las corrientes de malla



Método matricial de las corrientes de malla



$$\begin{pmatrix} \varepsilon_A \\ 0 \\ \varepsilon_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_C + R_F + R_H & -R_F & 0 \\ -R_F & R_D + R_G + R_I + R_F & -R_G \\ 0 & -R_G & R_E + R_J + R_G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

Método matricial de las corrientes de malla

ε_i suma de todas las fem de la malla i .

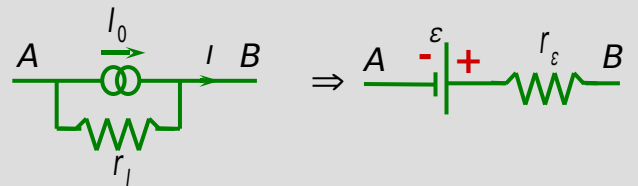
R_{ij} suma de todas las resistencias de la malla i .

R_{ik} resistencias comunes a las mallas i y k .

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & \cdots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \cdots & -R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

Método matricial de las corrientes de malla

- 1 Pasar todos los posibles generadores de intensidad a generadores de tensión.c

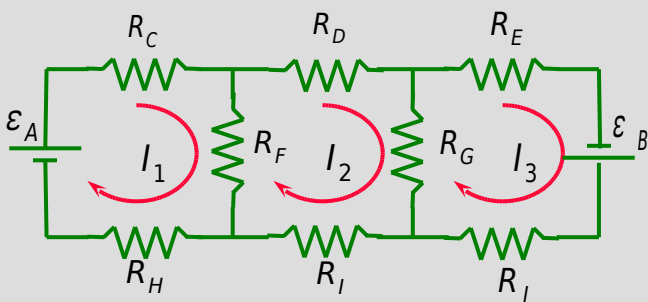


$$V_{BA} = \varepsilon - r_\varepsilon I$$

$$\varepsilon = r_\varepsilon I_0 \quad r_\varepsilon = r_i$$

Método matricial de las corrientes de malla

- 2 Fijar un sentido para las intensidades de malla, el mismo para todas.

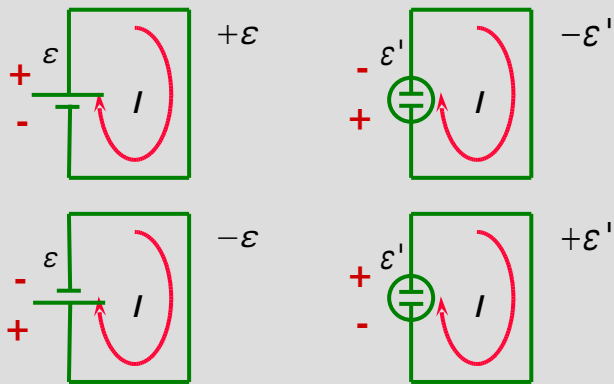


Método matricial de las corrientes de malla

- 3 ε_i suma de todas las fem de la malla i .
 R_{ij} suma de todas las resistencias de la malla i .
 R_{ik} resistencias comunes a las mallas i y k .

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & \cdots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \cdots & -R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

NOTA: criterio de signo



Método matricial de las corrientes de malla

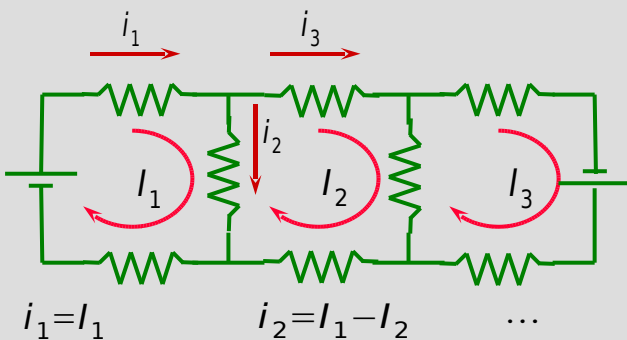
4 Calcular las I_i : regla de Cramer.

$$I_i = \sum_{k=1}^n \frac{D_{ik}}{D} \varepsilon_k$$

- D determinante de la matriz de resistencias.
- D_{ik} determinante adjunto del elemento R_{ik} de la matriz de resistencias.

Método matricial de las corrientes de malla

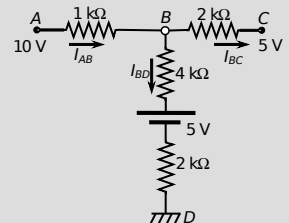
5 Calcular las intensidades de cada rama.



Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Problema 30

$$b) \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$I_{AB} = J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{40}{56-36} = \frac{40}{20} = 2 \text{ mA}$$

$$I_{BC} = J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ -6 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \text{ mA}$$

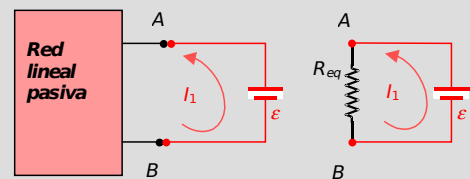
$$I_{BD} = J_1 - J_2 = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ mA}$$

c)

$$V_B = V_B - V_D = 4I_{BD} + 5 + 2I_{BD} = 5 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 8 \text{ V}$$

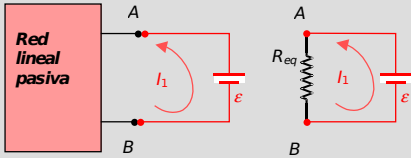
Resistencia equivalente

- Se llama *resistencia equivalente* de una red pasiva, a una resistencia R_{eq} tal que al aplicarle la misma d.d.p., dej^{eq} pasar la misma intensidad.



$$R_{eq} = \frac{D}{D_{11}}$$

Resistencia equivalente



$$\begin{pmatrix} \epsilon \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & \dots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \dots & -R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \dots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

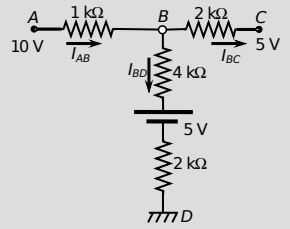
$$I_1 = \frac{D_{11}}{D} \epsilon$$

$$I_1 = \frac{\epsilon}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{D}{D_{11}}$$

Problema 30

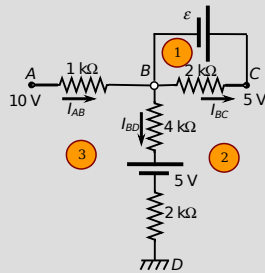
30. Dado el circuito de la figura:
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
 - Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
 - Calcula el potencial en el punto B.
 - Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
 - Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
 - Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Problema 30

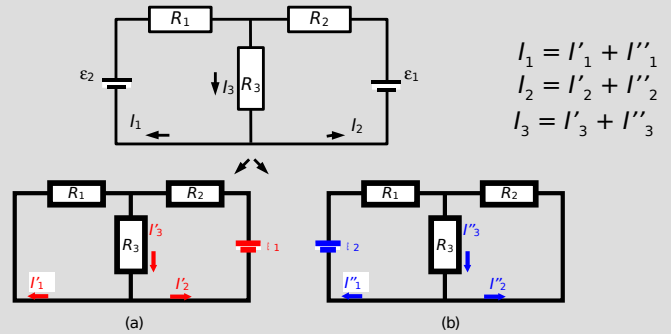
d)

$$R_{BC} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 8 & -6 \\ 0 & -6 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -6 \\ -6 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{2 \cdot 20 + 2 \begin{vmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 7 \end{vmatrix}}{20} = \frac{40 - 28}{20} = \frac{3}{5} \text{ k}\Omega$$



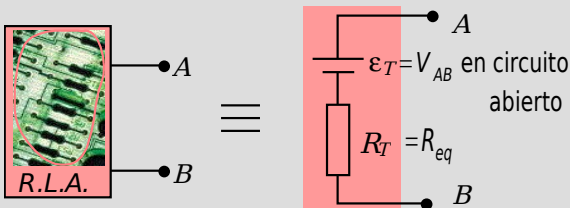
Principio de superposición

La intensidad en una rama de un circuito lineal que contenga dos o más generadores es igual a la suma de las intensidades de dicha rama obtenidas para cada uno de los generadores por separado.



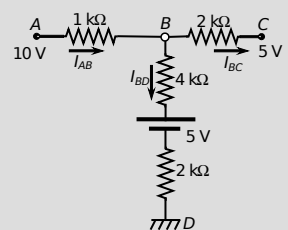
Teorema de Thevenin

- Un circuito lineal y activo con terminales de salida A y B es equivalente a un generador de tensión con f.e.m. igual a la diferencia de potencial entre A y B en circuito abierto, y resistencia interna igual a la resistencia equivalente de la red pasiva (sin generadores).



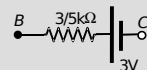
Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
 - Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
 - Calcula el potencial en el punto B.
 - Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
 - Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
 - Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



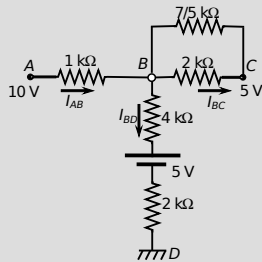
e)

$$\begin{aligned} \epsilon_T &= V_B - V_C = 8 - 5 = 3 \text{ V} \\ R_T &= R_{BC} = 3/5 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$



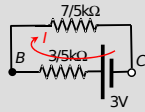
Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchoff.
 - Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
 - Calcula el potencial en el punto B.
 - Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
 - Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
 - Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



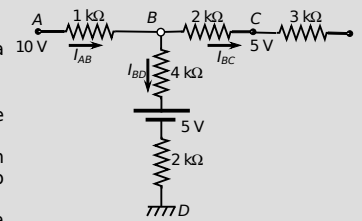
f)

$$I = \frac{3}{7/5 + 3/5} = \frac{3}{2} \text{ mA}$$



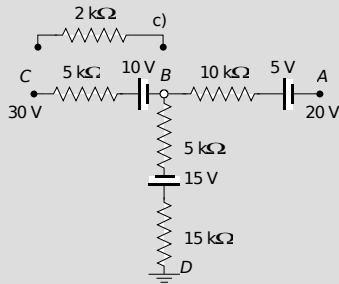
Problema 31

31. Dado el circuito de la figura:
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} .
 - Calcula el potencial en el punto B.
 - Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
 - Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
 - Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Ejemplo 7.8

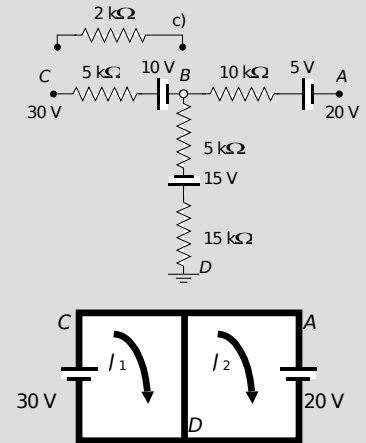
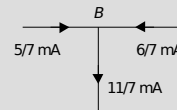
- 7.8. Dado el circuito de la figura,
- Determina las intensidades mediante el método de las mallas.
 - Calcula la resistencia equivalente entre C y B.
 - Determina el generador equivalente de Thevenin entre C y B, y calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de $2 \text{ k}\Omega$ que conectásemos entre C y B.



a)

$$J_1 = \begin{vmatrix} 35 & -20 \\ -40 & 30 \end{vmatrix} = \frac{5}{7} \text{ mA} = 0,71 \text{ mA}$$

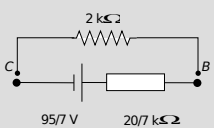
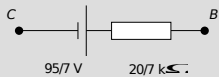
$$J_2 = \begin{vmatrix} 25 & 35 \\ -20 & -40 \end{vmatrix} = \frac{-6}{7} \text{ mA} = -0,86 \text{ mA}$$



Ejemplo 7.8

$$R_{eq} = (5^{-1} + 20^{-1} + 10^{-1})^{-1} = \frac{20}{7} \text{ k}\Omega$$

$$V_{CB} = \sum iR - \sum \epsilon = (5/7) \cdot 5 + 10 = 95/7 \text{ V} = 13,6 \text{ V}$$

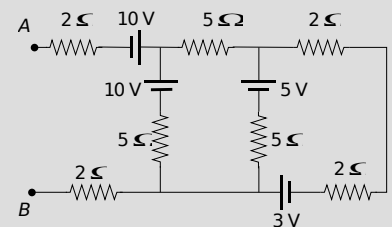


$$i = \frac{95/7}{20/7 + 2} = \frac{95}{34} \text{ mA} = 2,79 \text{ mA}$$

Ejemplo 7.10

- 7.10 Dado el circuito de la figura,

- Calcula la resistencia equivalente entre A y B.
- Determina el generador equivalente de Thevenin entre A y B.
- Calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de $2 \text{ }\Omega$ que conectásemos entre A y B.



Ejemplo 7.10

a)

$$R_{AB} = \frac{D}{D_{11}} = \frac{\begin{vmatrix} 9 & -5 & 0 \\ -5 & 15 & -5 \\ 0 & -5 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{765}{110} \Omega$$

Ejemplo 7.10

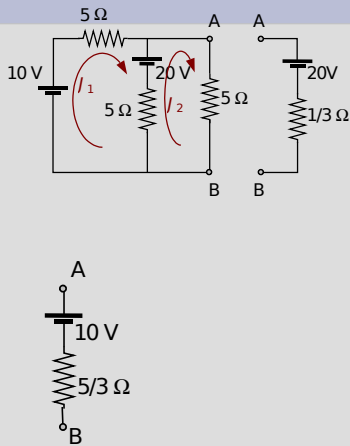
b)

c)

$$I = \frac{3,84}{8,91} = 431 \text{ mA}$$

Problema 13

13. En el circuito de la figura se pide:
 a) Generador equivalente de Thevenin entre A y B
 b) Si se conecta la rama de la derecha a A-B indica si el elemento de fem = 20 V consume o genera potencia y calcula su valor.

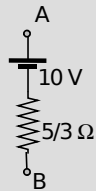


a)

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -10 \\ -5 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{150}{75} = 2 \text{ A}$$

$$\varepsilon_r = V_A - V_B = 5I_2 = 10 \text{ V}$$

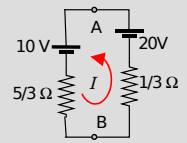
$$R_r = R_{eq}^{AB} = \frac{1}{1/5 + 1/5 + 1/5} = \frac{5}{3} \Omega$$



- b) Genera potencia

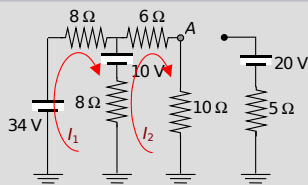
$$I = \frac{20 - 10}{5/3 + 1/3} = 5 \text{ A}$$

$$P_g = \varepsilon I = 20 \cdot 5 = 100 \text{ W}$$



Problema 19

19. En el circuito de la figura, calcula:
 a) la resistencia equivalente del circuito entre los puntos A y tierra.
 b) la tensión en el punto A y el equivalente Thevenin del circuito entre los puntos A y tierra.
 c) La intensidad que circularía por la rama del generador de 20 V si se conectara al punto A.



a)

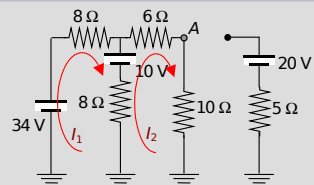
$$R_{eq} = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 24 & -8 \\ 0 & -8 & 16 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 24 & -8 \\ -8 & 16 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -8 & 16 & +10 \\ 0 & 16 & -8 \end{vmatrix}}{384 - 64} = \frac{3200 - 1600}{320} = 5 \Omega$$

b)

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 16 & 24 \\ -8 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 16 & -8 \\ -8 & 24 \end{vmatrix}} = \frac{160 + 192}{320} = \frac{11}{10} \text{ A}$$

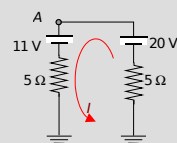
$$V_A = V_A - 0 = 10I_2 = 11 \text{ V}$$

$$\varepsilon_r = V_A = 11 \text{ V}$$



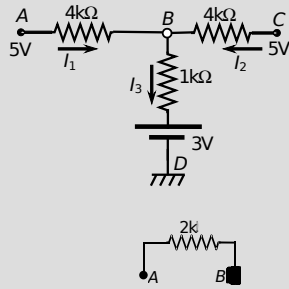
c)

$$I = \frac{20 - 11}{10} = 0,9 \text{ A}$$

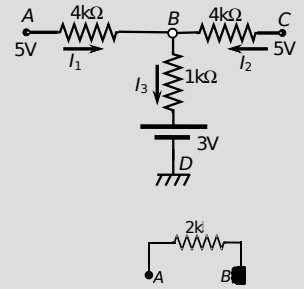


Problema 28

28. Dado el circuito de la figura.
 a) Determina las intensidades de rama I_1 , I_2 , e I_3 mediante las reglas de Kirchhoff.
 b) Determina las intensidades de rama I_1 , I_2 , e I_3 mediante el método de las mallas.
 c) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. Indica claramente su polaridad.
 d) En paralelo a los puntos A y B del circuito se añade la rama de la figura, con una resistencia de $2\text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad que circula por dicha rama, indicando claramente su sentido.



a) $I_1 + I_2 = I_3$
 $V_A - V_C = 0 = 4I_1 - 4I_2 \Rightarrow I_1 = I_2$
 $V_A - V_D = 5 = 4I_1 + I_3 + 3 \Rightarrow I_3 = 2 - 4I_1$
 $2I_1 = 2 - 4I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3}\text{ mA}$
 $\Rightarrow I_2 = \frac{1}{3}\text{ mA}$
 $\Rightarrow I_3 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}\text{ mA}$



Problema 28

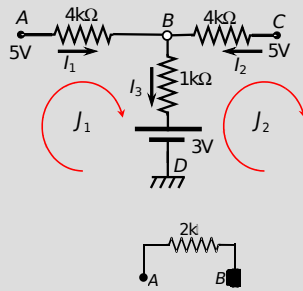
b)

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 2}{25 - 1} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}\text{ mA}$$

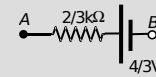
$$I_2 = -J_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = -\frac{-10 + 2}{24} = \frac{1}{3}\text{ mA}$$

$$I_3 = J_1 - J_2 = \frac{2}{3}\text{ mA}$$

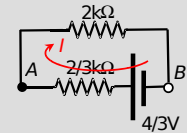
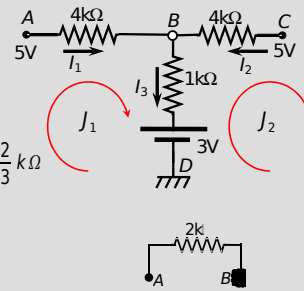


Problema 28

c) $\varepsilon_T = V_A - V_B = 4I_1 = \frac{4}{3}\text{ V}$
 $R_T = R_{AB} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -4 & 0 \\ -4 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{4 \cdot 24 + 4 \cdot 0}{24} = \frac{96 - 80}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}\text{ k}\Omega$

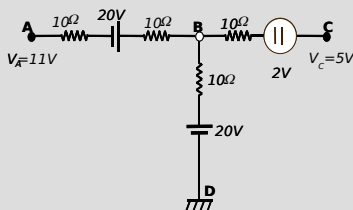


d) $I = \frac{4/3}{2 + 2/3} = \frac{1}{2}\text{ mA}$

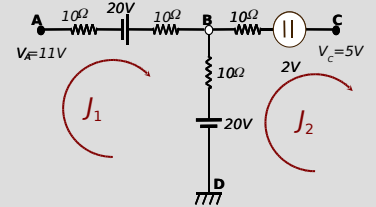


Problema 32

32. En el circuit de la figura:
 a) Calcula la intensidad que circula pel motor i la potència que transforma.
 b) Determina el generador equivalent de Thevenin entre A i B.
 c) Si li afegim al circuit una resistència de $10\ \Omega$ entre els punts A i B, calcula la intensitat que circularia per la dita resistència utilitzant el generador equivalent de Thevenin.



- a) Calcula la intensitat que circula pel motor i la potència que transforma.



$$\begin{pmatrix} 11 + 20 - 20 \\ 20 - 2 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 + 10 + 10 & -10 \\ -10 & 10 + 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & -10 \\ -10 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$I = J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & 11 \\ -10 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 30 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{500}{500} = 1\text{ A}$$

$$P' = \varepsilon' I = 2 \cdot 1 = 2\text{ W}$$

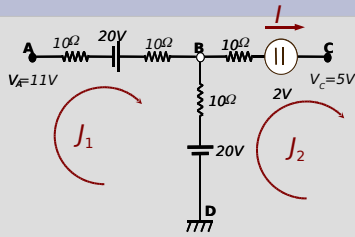
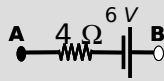
Problema 32

b) Determina el generador equivalent de Thevenin entre A i B.

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -10 \\ 30 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & 20 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{350}{500} = \frac{7}{10} = 0,7 \text{ A}$$

$$\varepsilon_T = V_{AB} = 10 \cdot J_1 - 20 + 10 \cdot J_1 = 20 \cdot 0,7 - 20 = -6 \text{ V}$$

$$R_T = \frac{1}{1/(10+10) + 1/10 + 1/10} = 4 \Omega$$



Problema 32

c) Si li afegim al circuit una resistència de 10Ω entre els punts A i B, calcula la intensitat que circularia per la dita resistència utilitzant el generador equivalent de Thevenin.

$$I = \frac{6}{10+4} = \frac{3}{7} = 0,42 \text{ A}$$

