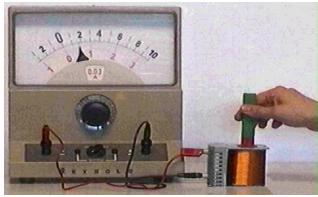


Tema 9



Inducción electromagnética



Michael Faraday 1791-1867

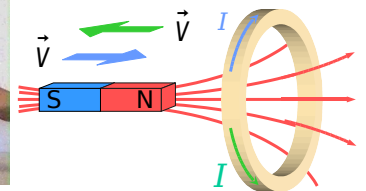
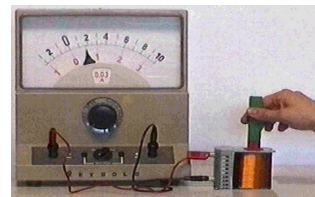
Inducción electromagnética

1. Fenómenos de inducción electromagnética.
2. Ley de Faraday. Ley de Lenz.
3. Inducción mutua. Autoinducción.
4. Circuito RL .
5. Energía almacenada en una autoinducción. Densidad de energía del campo magnético.
6. Aplicaciones de los fenómenos de inducción.

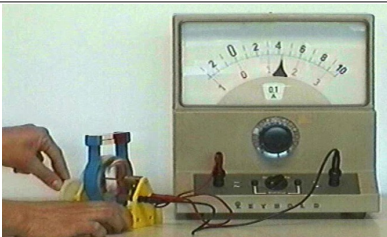
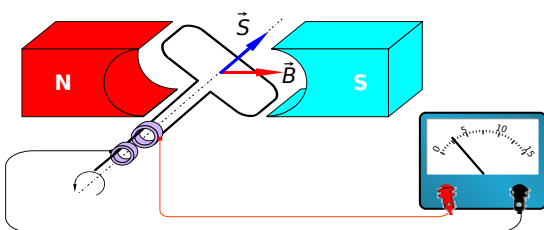
Objetivos

- Describir fenómenos de inducción electromagnética.
- Enunciar la ley de Faraday y la ley de Lenz y aplicarlas al cálculo de f.e.m. inducidas por flujos magnéticos variables.
- Conocer aplicaciones basadas en los fenómenos de inducción.
- Definir los conceptos de autoinducción, inducción mutua.
- Analizar circuitos con bobinas y resistencias.
- Definir energía magnética y densidad de energía.

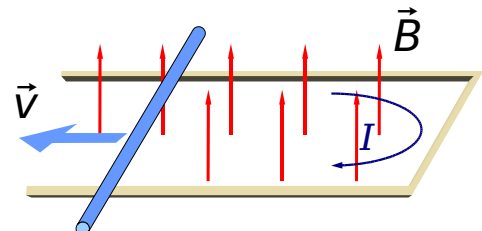
Fenómenos de inducción electromagnética



Fenómenos de inducción electromagnética



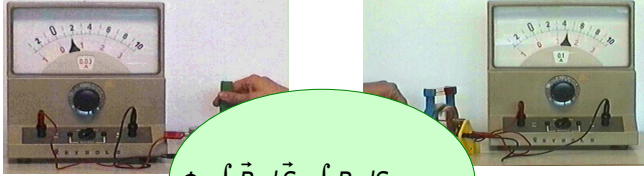
Fenómenos de inducción electromagnética



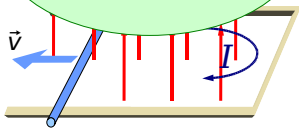
Fenómenos de inducción electromagnética

Varía el campo magnético en la bobina

Varía el ángulo entre la superficie y el campo magnético

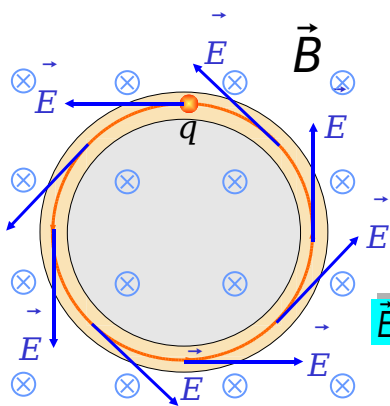


$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha$$



Varía la superficie de la espira

Ley de Faraday



$\Phi(t)$

Φ varía con t

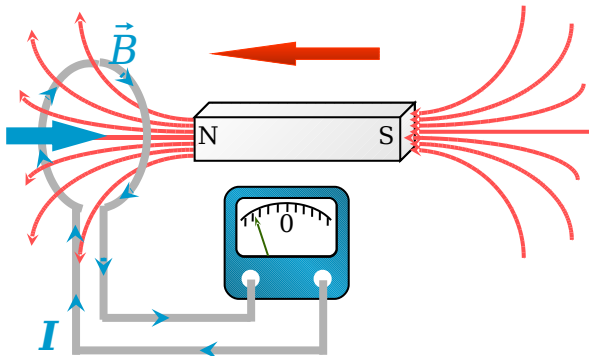
$$\varepsilon = \frac{W}{q} = \oint \frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

\vec{E} No es conservativo

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Ley de Lenz



Ley de Faraday

- Las corrientes que aparecen por inducción en una espira son debidas a la aparición de **fuerzas electromotrices** (ε), cuyo valor **depende de la rapidez** con que **varía el flujo** magnético que atraviesa la espira:

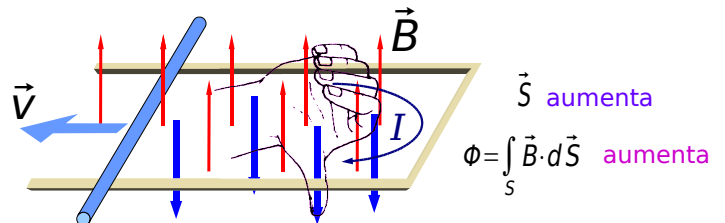
$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

Ley de Lenz

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \cos \alpha$$

Ley de Lenz

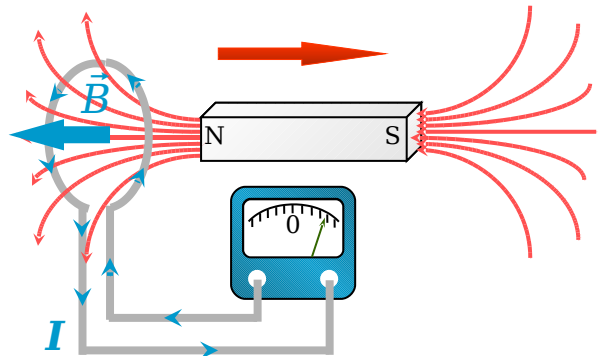
- La polaridad de **la f.e.m.** es tal que ésta tiende a producir una corriente que crea un flujo magnético que **se opone al cambio en el flujo** magnético a través del circuito.
- La **corriente inducida tiende a mantener el flujo** original a través del circuito.



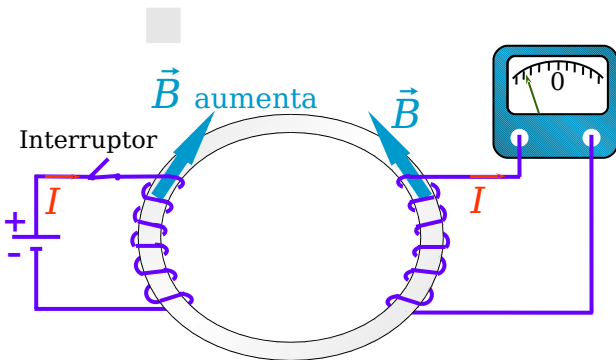
\vec{S} aumenta

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ aumenta}$$

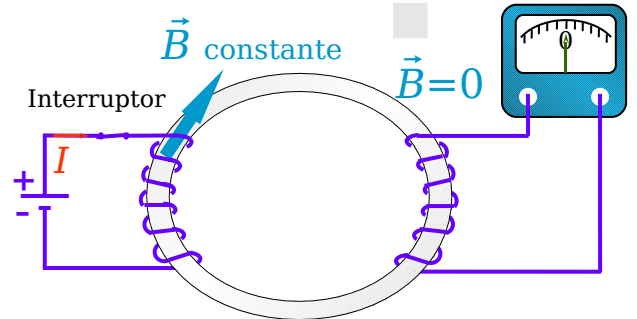
Ley de Lenz



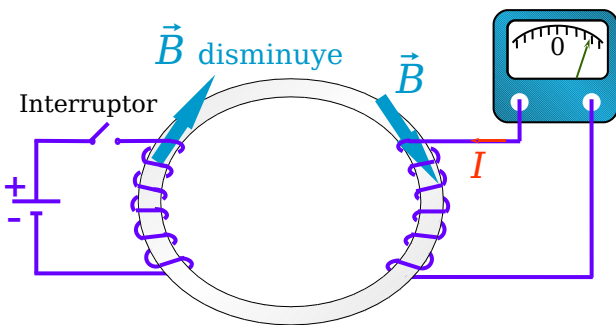
Ley de Lenz



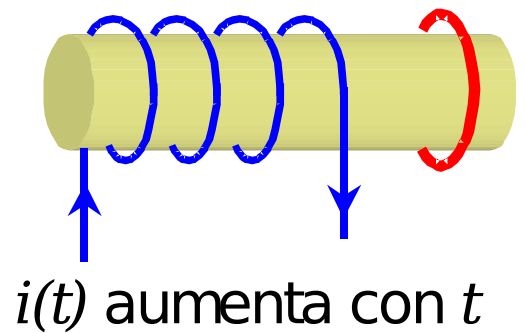
Ley de Lenz



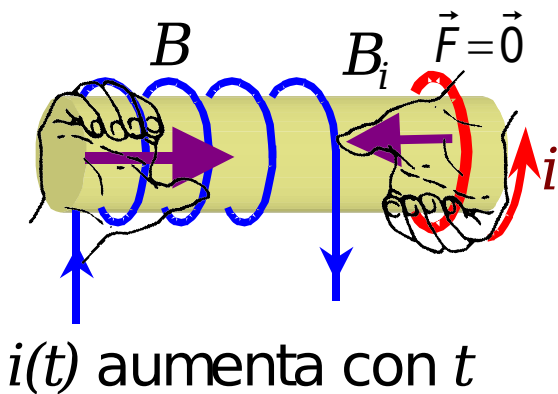
Ley de Lenz



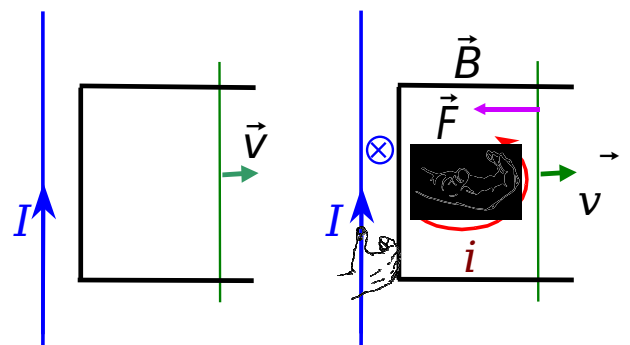
Ejercicio 1a



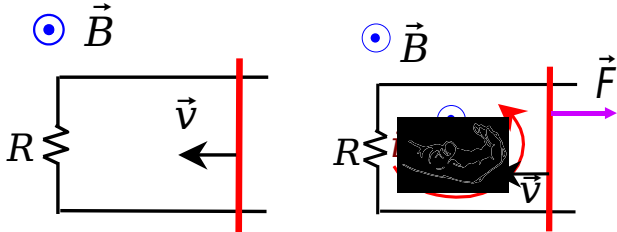
Ejercicio 1a



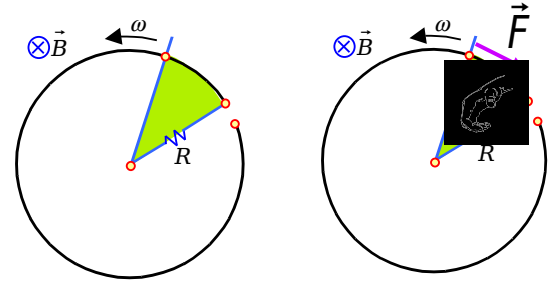
Ejercicio 1b



Ejercicio 1c



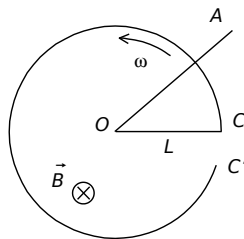
Ejercicio 1d



Problema 7

7. Un aro metálico de radio L y resistencia despreciable, abierto entre C y C' , está situado en el interior de un campo magnético B , uniforme, normal al plano del aro y sentido el que se indica en la figura, una barra de cobre, en el dibujo OA , gira alrededor de su extremo O , coincidente con el centro del aro, con velocidad angular w constante, permaneciendo su extremo A en permanente contacto con el aro. Entre O y C hay un hilo conductor de resistencia R . Calcula:

- Flujo magnético, expresado en función del tiempo, a través del circuito $OACO$.
- Fuerza electromotriz inducida en dicho circuito.
- Intensidad de corriente que circula por la resistencia R .



Problema 7

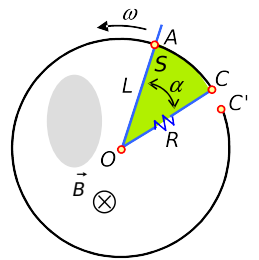
$$a) \quad \Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = B \int_S dS = B S$$

$$S = \frac{L^2 \alpha}{2} \quad \alpha = \omega t$$

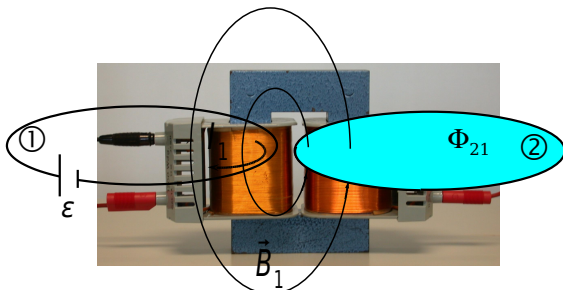
$$\Phi = B \frac{L^2 \alpha}{2} = \frac{B L^2 \omega t}{2} \quad (\text{Wb})$$

$$b) \quad |\epsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B \omega L^2}{2} \quad (\text{V})$$

$$c) \quad i = \frac{|\epsilon|}{R} = \frac{B \omega L^2}{2R} \quad (\text{A})$$

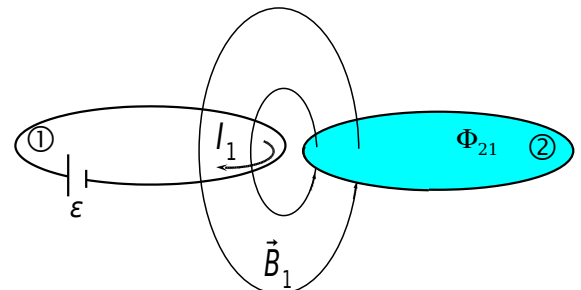


Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



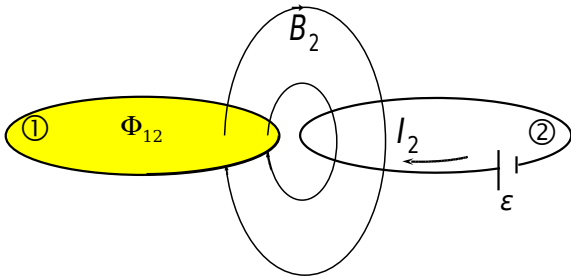
• Coeficiente de inducción mutua M_{21} del circuito 2 con respecto al 1: $\Phi_{21} = M_{21} I_1$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



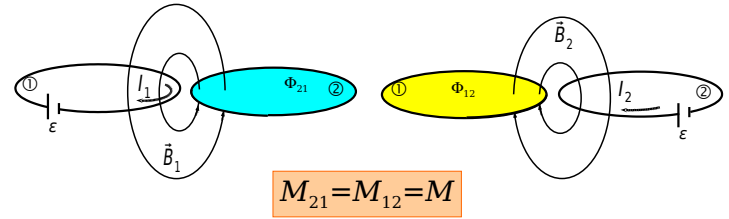
• Coeficiente de inducción mutua M_{21} del circuito 2 con respecto al 1: $\Phi_{21} = M_{21} I_1$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua

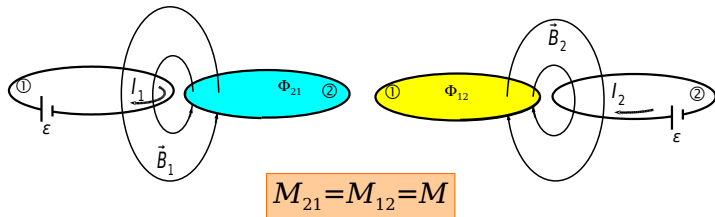


- Coefficiente de inducción mutua M_{12} del circuito 1 con respecto al 2: $\Phi_{12} = M_{12} I_2$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



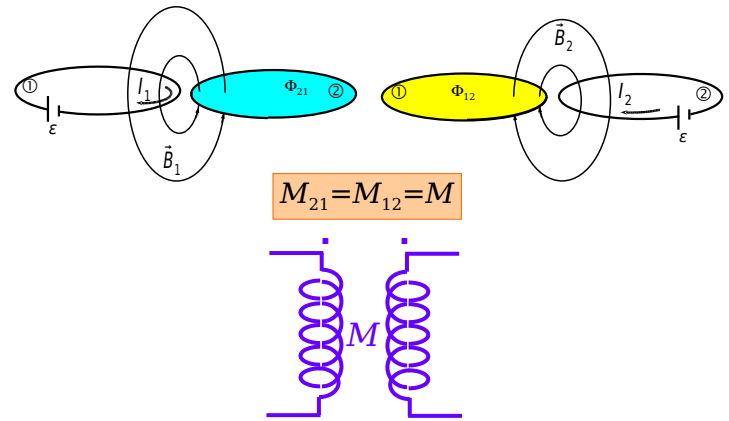
Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



- Si $I_1 = I_1(t)$; $\epsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt}$

S.I. M : henrio (H) $H = \frac{Vs}{A}$

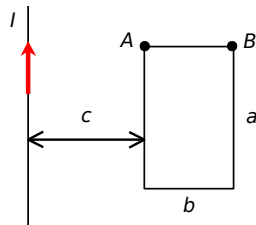
Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



Problema 6

6. Sea un conductor rectilíneo infinito por el que circula una corriente de intensidad $I = Kt$ donde K es una constante positiva. Una espira rectangular de lados a y b se sitúa en el plano del conductor tal como se muestra en la figura. Calcula:

- f.e.m. inducida ϵ_i .
- Si la espira tiene una resistencia R , cuánto vale la i inducida, indicando su sentido.
- Fuerza magnética sobre el lado AB (módulo, dirección y sentido).
- Coefficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira (M).



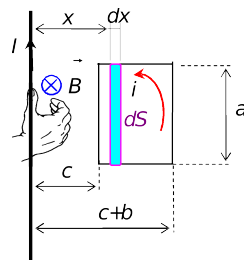
Problema 6

a) $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi x}$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = \int_c^{c+b} \frac{\mu_0 I a}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \quad (\text{Wb})$$

$$|\epsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \right) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \frac{d(Kt)}{dt} = \frac{\mu_0 a K}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \quad (\text{V})$$

b) $I_i = \frac{|\epsilon_i|}{R} = \frac{\mu_0 a K}{2\pi R} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \quad (\text{A})$ antihorario

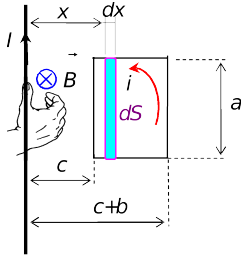


Problema 6

c) $\vec{F} = i \int_c^{c+b} d\vec{\ell} \times \vec{B}$

$$F = i \int_c^{c+b} B dx = i \int_c^{c+b} \frac{\mu_0 I dx}{2\pi x} = \left(\frac{\mu_0 K}{2\pi} \ln \left(\frac{c+b}{c} \right) \right)^2 \frac{at}{R} \quad (N)$$

d) $M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \left(\frac{c+b}{c} \right) \quad (H)$



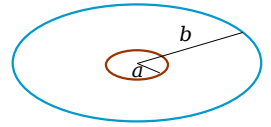
Problema 11

11. Dos espiras circulares, de radios $a=1$ cm y $b=50$ cm, concéntricas, están situadas en el mismo plano. (Se considera $a \ll b$). Calcula:

a) Coeficiente de inducción mutua de ambas espiras.

b) Flujo magnético que atraviesa la espira de radio b cuando por la de radio a circula una intensidad $I = 5$ A.

c) ¿En qué se traduce que la relación de radios de ambas espiras sea $a \ll b$? Considera la posibilidad de que la diferencia entre a y b no fuese grande y analiza la complejidad del problema resultante. Compara la resolución del ejercicio con el ejemplo resuelto 15-5 buscando analogías y diferencias.



Problema 11

a) $B = \frac{\mu_0 I_b}{2b}$

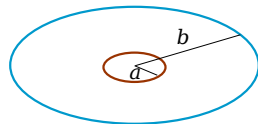
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS = \frac{\mu_0 I_b \pi a^2}{2b}$$

$$M = \frac{\Phi_a}{I_b} = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b}$$

$$M = \frac{\Phi_a}{I_b} = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b} = \frac{4\pi 10^{-7} \pi 10^{-4}}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-11} \pi^2 = 3,95 \cdot 10^{-10} \text{ H}$$

b)

$$\Phi_b = M I_a = 4 \cdot 10^{-11} \pi^2 \cdot 5 = 2\pi^2 \cdot 10^{-10} = 1,97 \cdot 10^{-9} \text{ Wb}$$

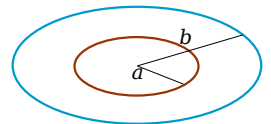


Problema 11

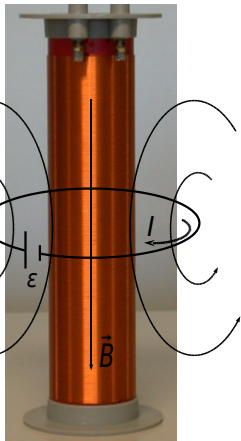
c) $a \ll b$

$$B \neq \frac{\mu_0 I_b}{2b}$$

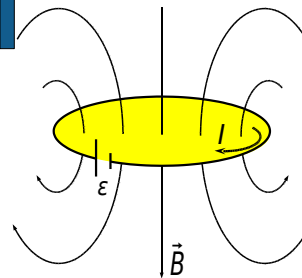
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \neq BS$$



Coeficientes de inducción: autoinducción



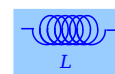
Coeficientes de inducción: autoinducción



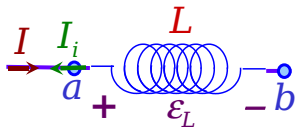
$$\Phi = LI$$

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

S.I. L : henrio (H)

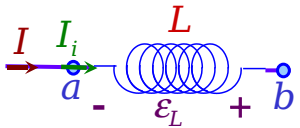


Autoinducción



$$V_b - V_a = -L \frac{di}{dt} < 0$$

I
aumenta

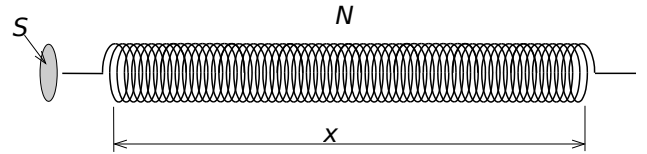


$$V_b - V_a = -L \frac{di}{dt} > 0$$

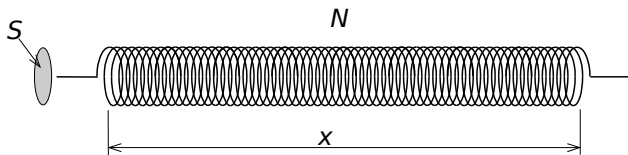
I
disminuye

Ejemplo 13-5

Determina la expresión del coeficiente de autoinducción del solenoide de la figura, suponiendo que es muy largo comparado con su radio, que el número de espiras N es grande, y conociendo que al circular por él una corriente I la expresión del campo magnético en su interior es: $B = \mu_0 NI/x$. Aplicalo al caso concreto de un solenoide de 500 espiras de 5 cm de radio, y una longitud de 50 cm.



Ejemplo 13-5



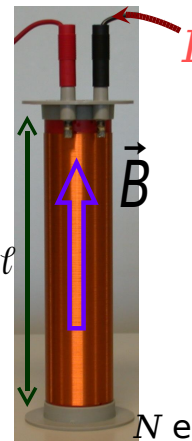
$$L = \frac{\Phi}{I} \quad \Phi = N \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = N \int_S B dS = NB \int_S dS = NBS = N \frac{\mu_0 NI}{x} = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} I$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = \mu_0 n^2 x \quad n \text{ número de espiras por unidad de longitud}$$

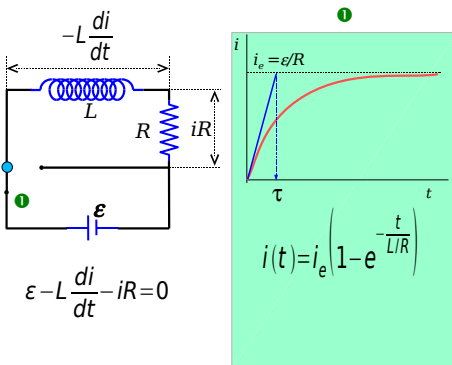
$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500^2 \pi \cdot 0,05^2}{0,5} = 4,93 \text{ mH}$$

Solenoide



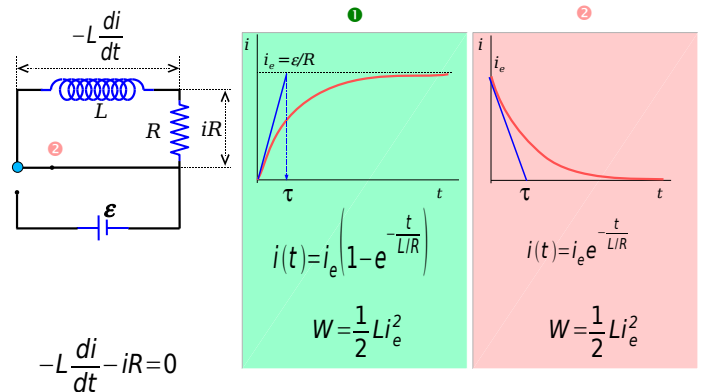
$$L = \frac{\mu_0 S N^2}{\ell}$$

Circuito RL



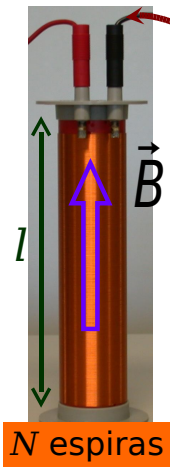
Constante de tiempo $\tau = L/R$

Energía almacenada por una autoinducción



Constante de tiempo $\tau = L/R$

Energía del campo magnético



$$W = \frac{1}{2} L i_e^2$$

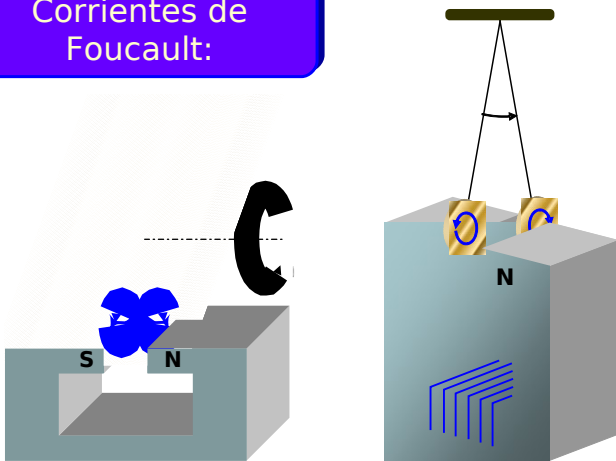
$$L = \frac{\mu_0 S N^2}{l}$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V_{ol}$$

$$w_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

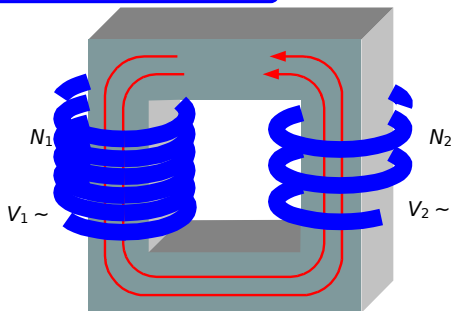
Aplicaciones

Corrientes de Foucault:



Aplicaciones

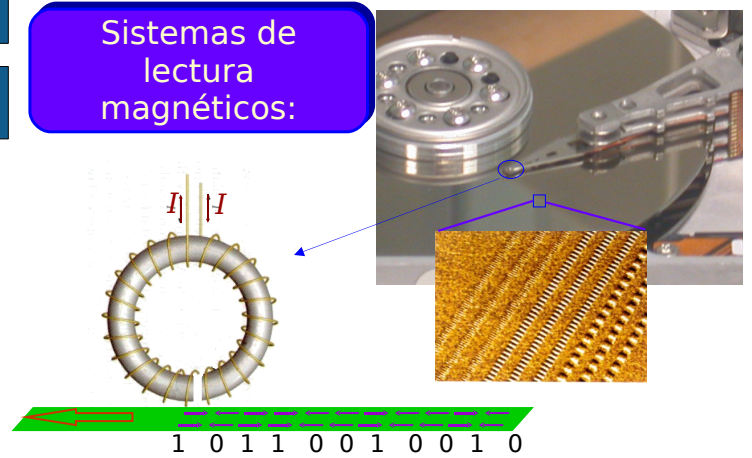
Transformador:



$$\epsilon_1 = V_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}; \quad \epsilon_2 = V_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

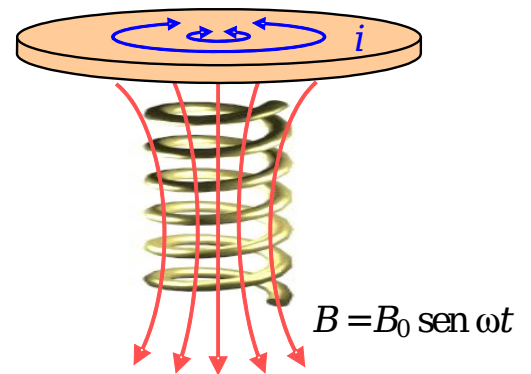
Aplicaciones

Sistemas de lectura magnéticos:



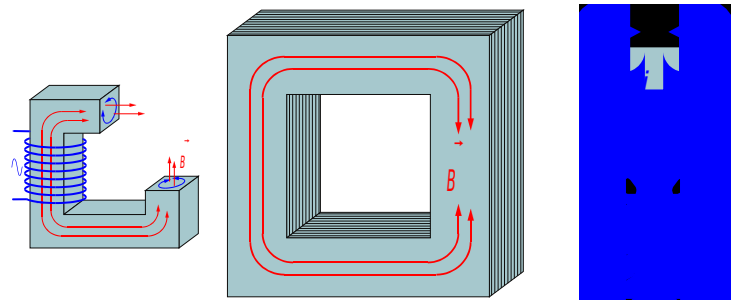
Aplicaciones

Corrientes de Foucault:



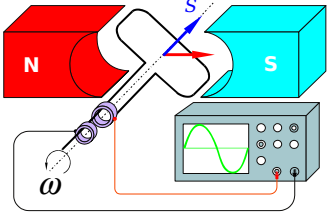
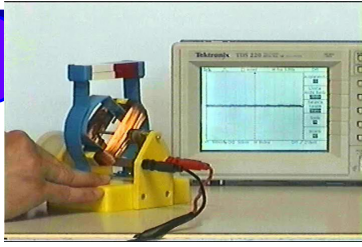
Aplicaciones

Transformador - corrientes de Foucault:

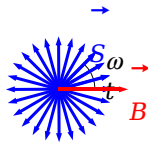


Generador de corriente alterna

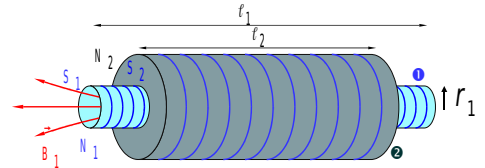
Generador de corriente alterna:



$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BNS\omega \sin\omega t$$



Inducción mutua

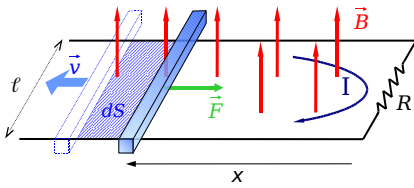


$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 i_2}{l_2}$$

$$\Phi_{12} = N_1 B_2 S_1$$

$$M = \frac{\Phi_{12}}{i_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{l_1}$$

Fuerza sobre una barra móvil

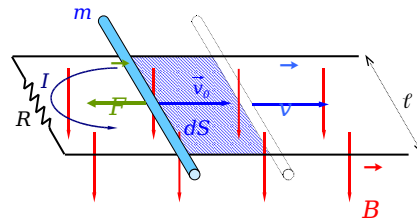


$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = Blv$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$

$$\vec{F} = -\frac{B^2 l^2}{R} \vec{v}$$

Barra lanzada con velocidad inicial



$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = Blv$$

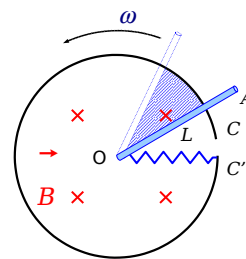
$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B} - \frac{B^2 l^2 \vec{v}}{R} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad -\frac{mR}{B^2 l^2} \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = t \quad v = v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}$$

Barra lanzada con velocidad inicial

$m = 1 \text{ g}$ $B = 0,05 \text{ T}$ $R = 3 \text{ } \Omega$
 $L = 0,1 \text{ m}$ $v_0 = 2 \text{ m/s}$ $T(1/2) = 83,18 \text{ s}$

Inducción en una barra con movimiento circular



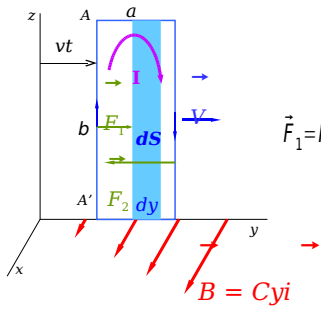
$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = B \frac{dS}{dt} = B \frac{\pi L^2}{T}$$

$$\varepsilon = B \frac{\pi L^2}{2\pi / \omega} = \frac{1}{2} B L^2 \omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B L^2 \omega}{2R}$$



Flujos sobre una espira móvil



$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = Cyb dy$$

$$\vec{F}_1 = I \vec{b} \times \vec{B}_1 = \frac{avCb}{R} bCvt \vec{j} = \frac{avC^2 b^2}{R} vt \vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = I \vec{b} \times \vec{B}_2 = -\frac{avCb}{R} bC(vt+a) \vec{j} = -\frac{avC^2 b^2}{R} (vt+a) \vec{j}$$