

TRANSMISIÓN DE CALOR POR RADIACIÓN

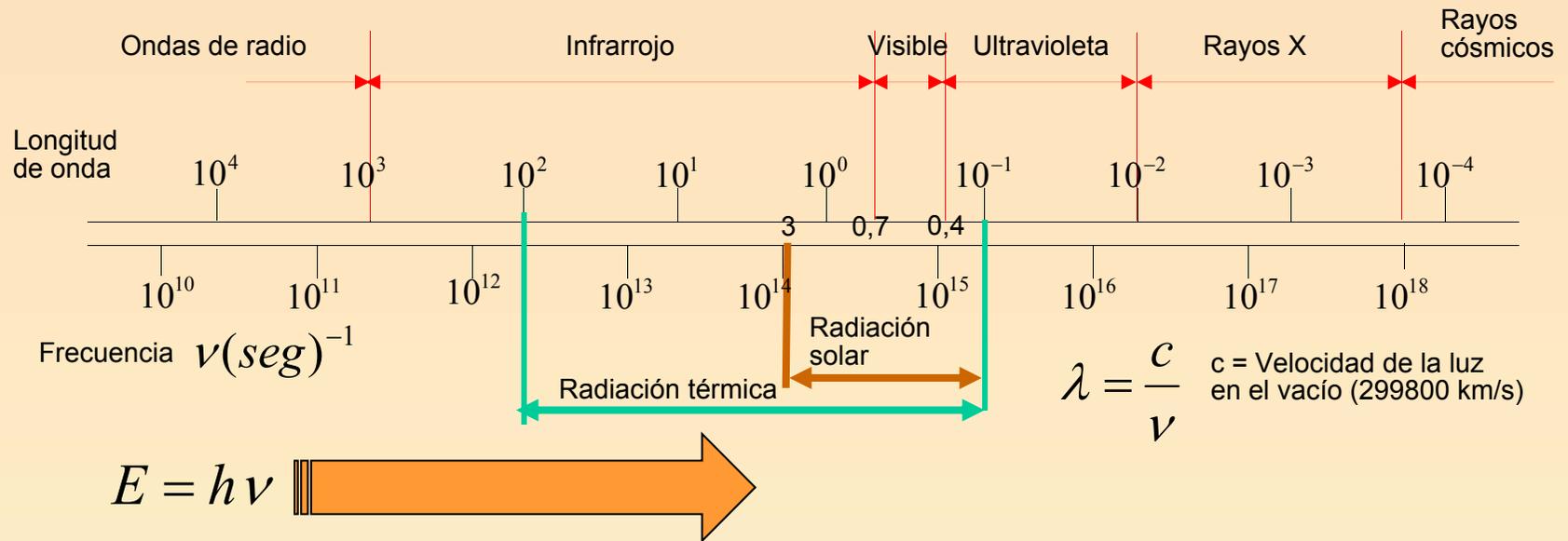
Índice

- Radiación Térmica
- Dependencias funcionales
- Definiciones básicas
- Balance energético
- Comportamiento de los materiales
- Cavidad ideal isoterma
- Ley de Stephan-Boltzman
- Cuerpos grises
- Calor intercambiado por radiación de una superficie opaca
- Ley de Kirchoff

Espectro electromagnético

Denominamos radiación térmica a la radiación electromagnética emitida por un cuerpo asociada a su temperatura absoluta en el rango de longitudes de onda entre 0,1 y 100 μm

Espectro Radiación Electromagnética

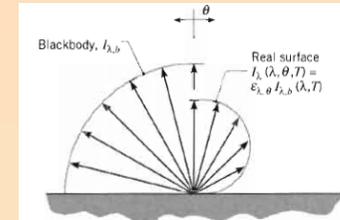


- No precisa de medio material (también puede transmitirse a través del vacío)
 - Medio no participante (normalmente el aire).
 - Fenómeno superficial.
 - Intercambio entre superficies. El aire se considera transparente a la radiación.
 - Medio participante (fundamentalmente gases de combustión).
 - El medio absorbe, emite y dispersa radiación.

Leyes. Cantidad

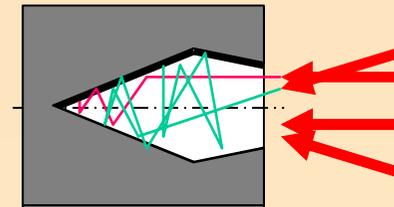
Naturaleza Radiación: *Depende de la temperatura absoluta, de la longitud de onda y de la dirección*

- *Angulo solido* → w [sr]
- *Intensidad espectral* → I [$W/(m^2 \cdot sr \cdot \mu m)$]
- *Potencia emisiva espectral* → E_λ [$W/(m^2 \cdot \mu m)$]
- *Potencia emisiva* → E [W/m^2] → De superficie emisora



Cuerpo Negro (b): *Se define cuerpo negro aquel en el que su emisión coincide con el ideal*

- *Absorbe toda la radiación incidente*
- *Ninguna otra superficie puede emitir más energía que él.*
- *Su emisión no depende de la dirección; es una emisor difuso*



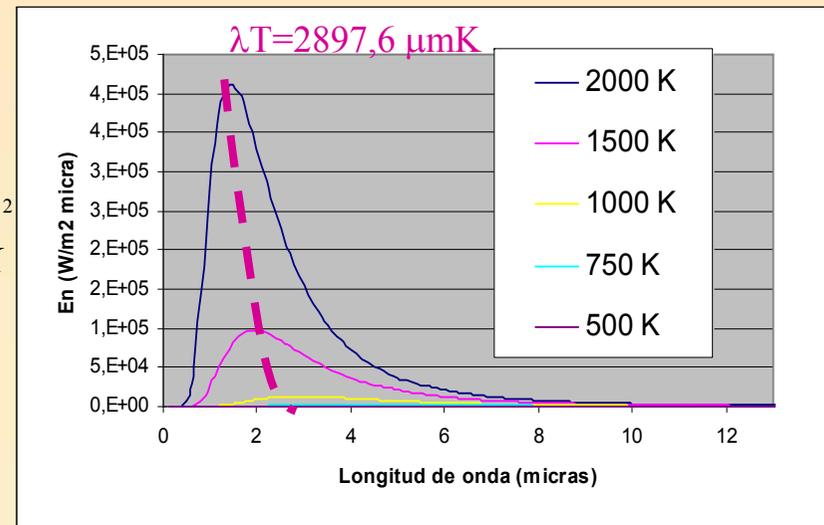
Ley de Planck: *Potencia emisiva espectral de un cuerpo negro*

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}$$

$C_1 = 3.74 \cdot 10^{-16} \text{ W / m}^2$
 $C_2 = 1.439 \cdot 10^{-2} \text{ m K}$

Ley de Wien: *Localiza el máximo de la potencia espectral de un cuerpo negro*

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \mu m \cdot K$$



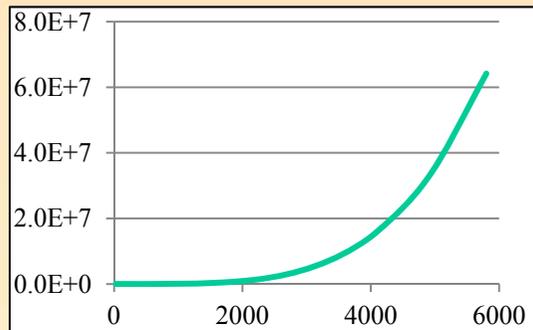
Leyes. Cantidad

Ley de Stefan-Boltzmann (1879)

Usando e integrando la ley de Planck

$$E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda \rightarrow \boxed{E_b = \sigma T^4}$$

Cte. de Stefan-Boltzmann $\rightarrow \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4$



Temperatura de la superficie K	300	800	1600	5800
Potencia emisiva total, W/m ²	459.2	23,220	3.71x10 ⁵	64.16x10 ⁶
Longitud de onda de la emisión máxima, μm	9.66	3.62	1.81	0.500
Fracción de la emisión en la banda				
Ultravioleta (5x10 ⁻³ -3.9x10 ⁻¹ μm)	0.000	0.000	0.000	0.112
Luz visible (3.9x10 ⁻¹ -7.8x10 ⁻¹ μm)	0.000	0.000	0.003	0.456
Infrarrojo (7.8x10 ⁻¹ -1x10 ³)	1.000	1.000	0.997	0.432
Fracción de emisión				
Por debajo λ=4μm	0.002	0.318	0.769	0.990
Por encima λ=4μm	0.998	0.682	0.231	0.010

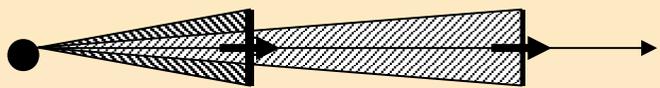
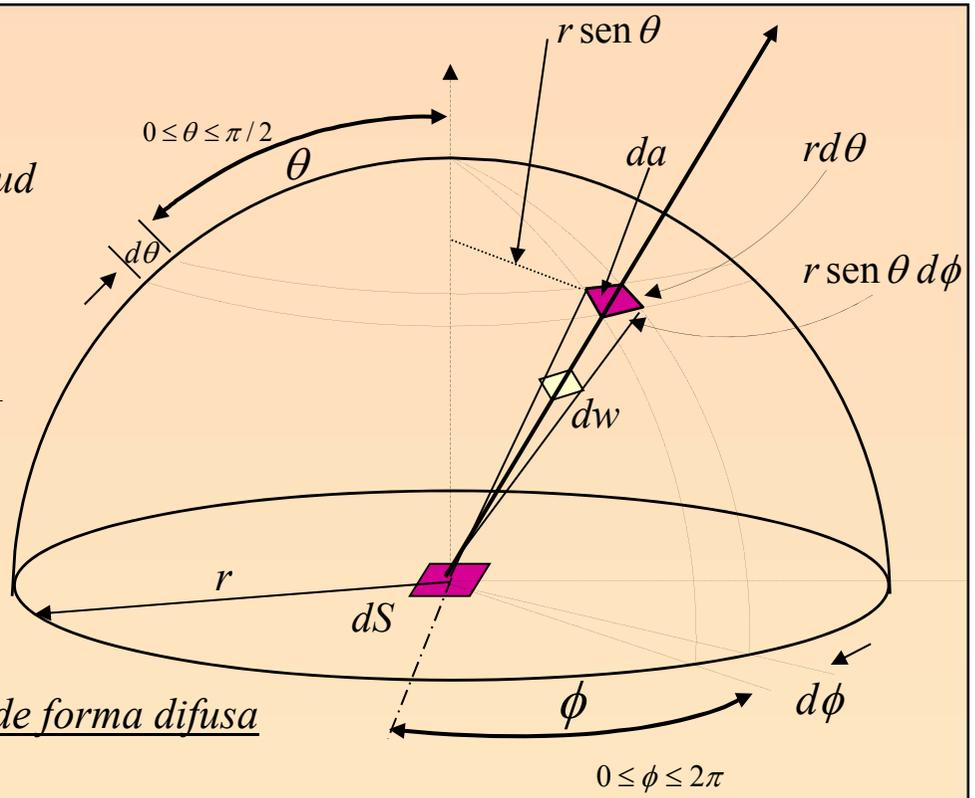
Leyes. Dirección

Intensidad: Energía emitida en una longitud de onda en una dirección por unidad de superficie emisora en dicha dirección

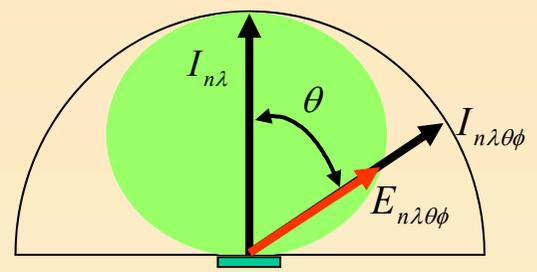
$$I_{b\lambda\theta\phi} = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{dQ_\lambda(\theta\phi)}{dw dS'} = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{dQ_\lambda(\theta\phi)}{dw dS \cos \theta}$$

$$E_{b\lambda\theta\phi} = I_{b\lambda\theta\phi} \cos \theta$$

En un cuerpo negro, la radiación se emite de forma difusa
Igual intensidad en cualquier dirección

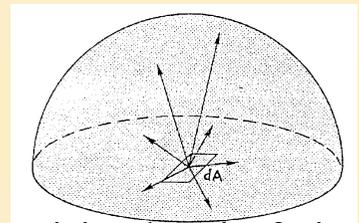


$$dw = \frac{da}{r^2} = \frac{r d\theta r \sin \theta d\phi}{r^2}$$



$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} = \int_w E_{b\lambda\theta\phi} dw = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{b\lambda} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi = \pi I_{b\lambda}$$

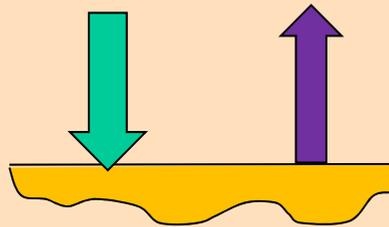
$$I_{b\lambda} = \frac{1}{\pi} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1}$$



Emisión hemiesférica

Definiciones y propiedades

IRRADIACIÓN (G):
Energía por unidad de tiempo en forma radiante que alcanza una superficie

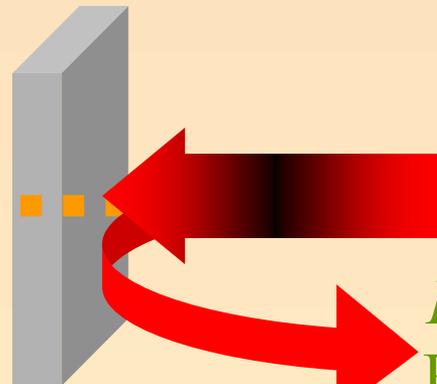


RARIOSIDAD (J):
Energía por unidad de tiempo en forma radiante saliente de una superficie

T: radiación transmitida

Transmisividad τ, τ_λ

A: radiación absorbida
Absortividad α, α_λ



G : Irradiación

R : radiación reflejada
Reflectividad ρ, ρ_λ

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA:

$$G = A + R + T \quad [\text{W/m}^2]$$

$$G = \rho G + \alpha G + \tau G$$

$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

Propiedades

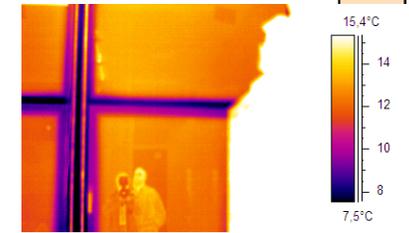
- * Sólidos: la mayoría opacos a la radiación térmica:

$$\tau = 0 \Rightarrow \alpha + \rho = 1$$

- * Algunos selectivos con la longitud de onda.

El vidrio de ventana es:

- Transparente a la radiación visible $\tau = \tau(\lambda)$ $\alpha = \alpha(\lambda)$
- Opaco a la radiación infrarroja



- Gases:

- Se consideran transparentes a longitud de onda corta, ($<3\mu\text{m}$)
- A longitud de onda larga ($>3\mu\text{m}$) varían sus propiedades en bandas de absorción. Comportamiento no uniforme.
Recordar espectrografía de gases.

Ejemplo: el aire. $\tau = \tau(\lambda)$ $\alpha = \alpha(\lambda)$

- * Por lo tanto en presencia de cuerpos que emiten a esas longitudes de onda (en general superior a 500°C ó 600°C) se debe considerar el gas como **medio participante**: gases de combustión en hornos, energía solar, etc..

Ejemplos: CO_2 , vapor de agua, ozono

Emisividad

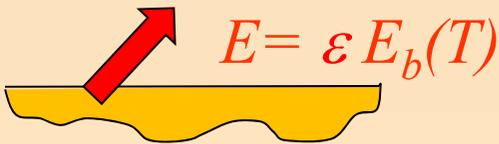
Relación entre la energía emitida realmente por un cuerpo con respecto a la que emite idealmente

Emisividad monocromática hemiesférica

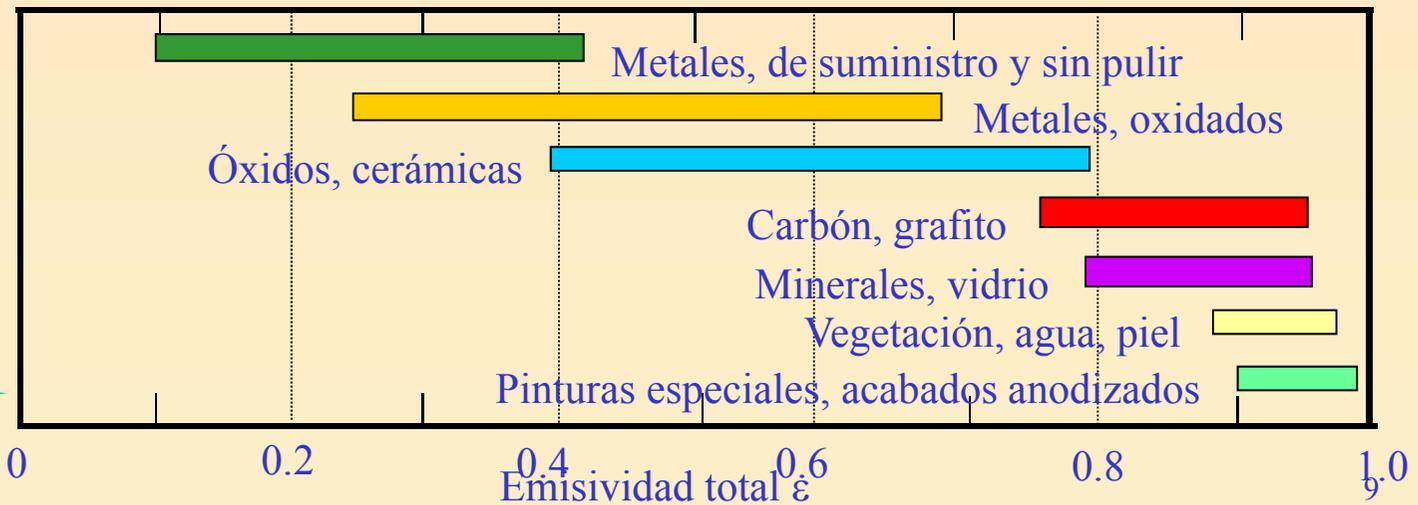
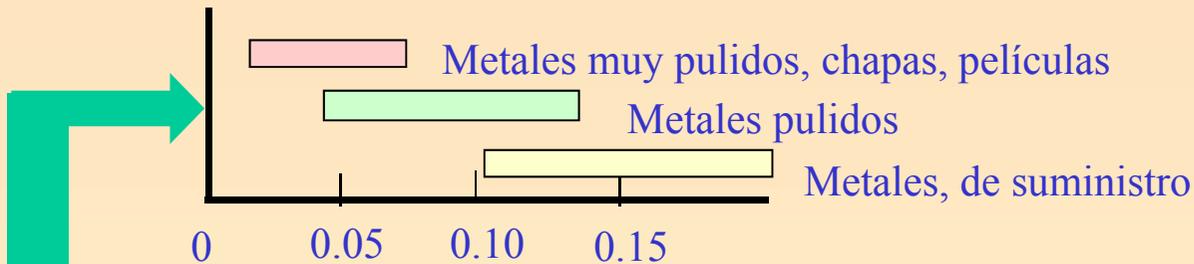
$$\epsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{E_{\lambda}(\lambda, T)}{E_{b\lambda}(\lambda, T)}$$

Emisividad hemiesférica total:

$$\epsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}$$



$$E(T) = \epsilon E_b(T) = \epsilon \sigma T^4$$

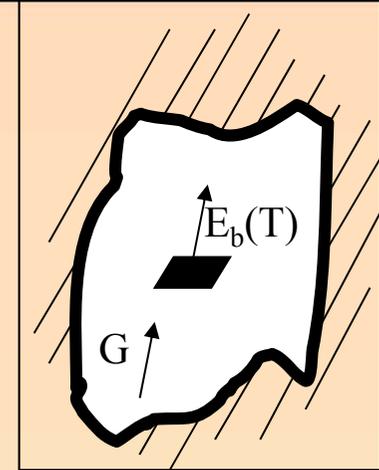


Ley de Kirchoff

Introduciendo un pequeño trozo de superficie negra en un recinto isoterma a temperatura T, el trozo acabará a la misma temperatura que el recinto T.

El equilibrio térmico implica que lo que absorbe es igual a lo que emite:

$$G = E_b(T)$$



CONCLUSION: El campo de irradiación G en una cavidad isoterma a temperatura T, es igual a la emisión de una superficie negra a esa temperatura.

Suponemos una cavidad isoterma a temperatura T en cuyo interior se coloca una pequeña superficie no negra.

El equilibrio térmico implica que lo que absorbe es igual a lo que emite:

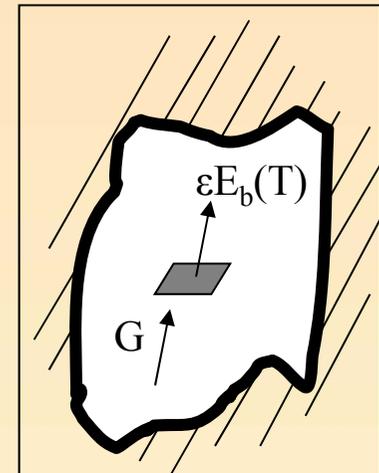
$$\alpha G = \varepsilon E_b(T)$$

Y teniendo en cuenta la anterior relación:

$$\alpha = \varepsilon$$

En general, para la radiación monocromática

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$$

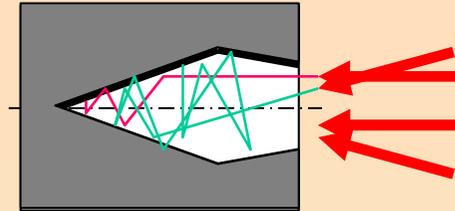


CONCLUSION: El coeficiente de emisión y el coeficiente de absorción a una longitud de onda coinciden para un cuerpo.

Propiedades

Se define cuerpo negro aquel que su emisión coincide con el ideal (también será el que más absorba)

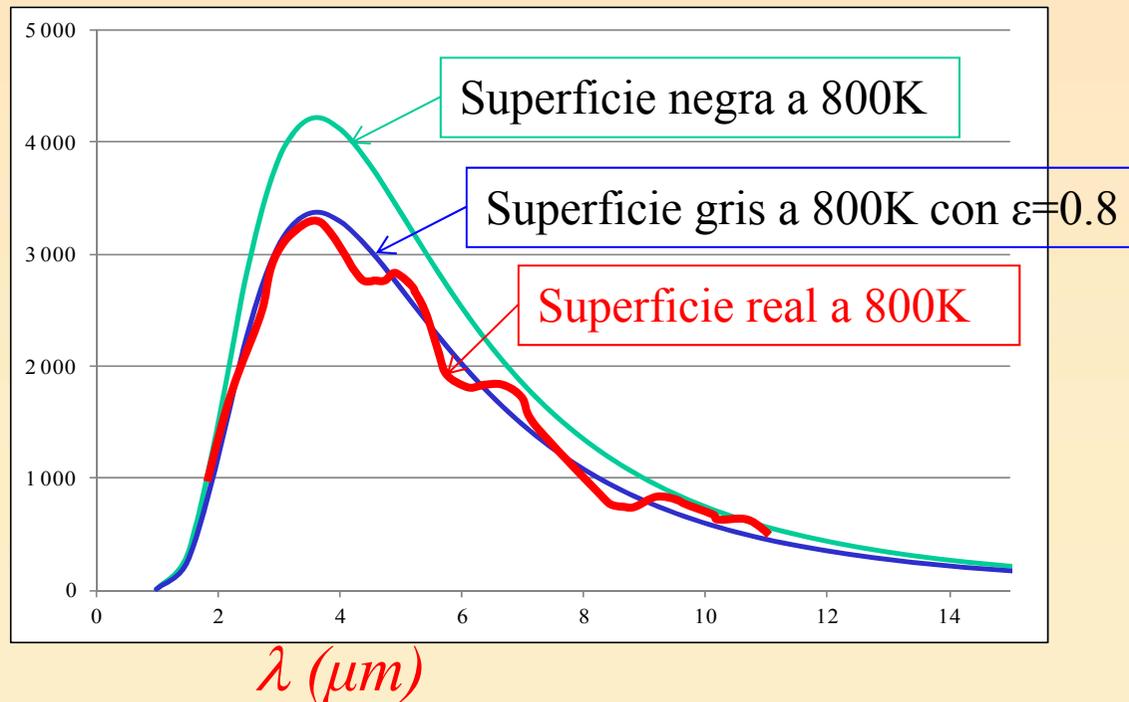
$$\epsilon_{\lambda} = \epsilon = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \tau_{\lambda} &= \tau = 0 \\ \alpha_{\lambda} &= \alpha = 1 \\ \rho_{\lambda} &= \rho = 0 \end{aligned}$$



Se define superficie gris como aquella en que la emisividad sólo depende de la temperatura y no de la longitud de onda ni la dirección de emisión.

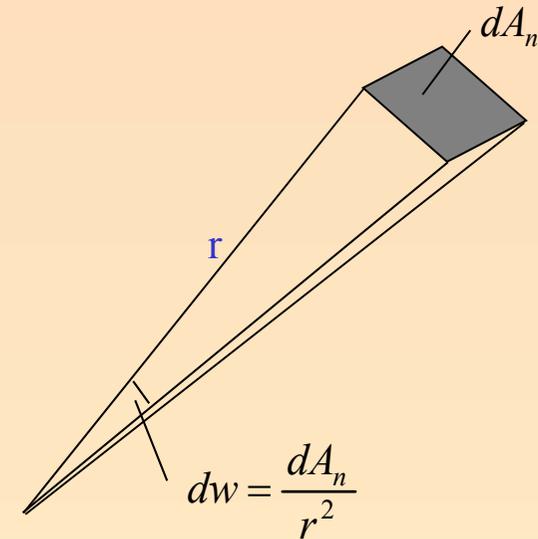
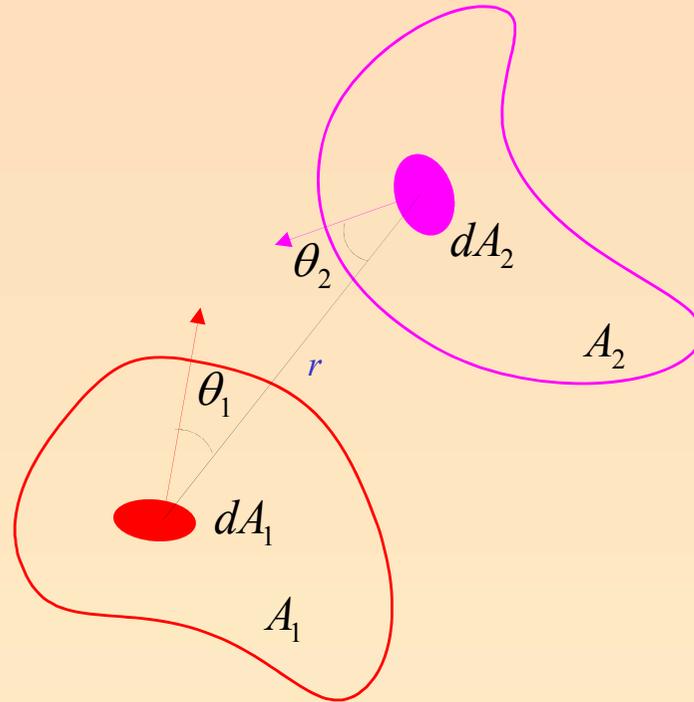
$$\epsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \epsilon(T) \quad \forall \lambda$$

$E(T)$
($W/m^2 \mu m$)



Factor de visión

Fracción de radiosidad que sale de la superficie A_i e incide en A_j (F_{AiAj})



Energía que saliendo de dA_1 alcanza dA_2

$$dJ_{dA_1 dA_2} = I_1 \cdot dA_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot d\omega_{dA_1 dA_2} = I_1 dA_1 \cos \theta_1 \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r_{dA_1 dA_2}^2} = \frac{I_1 dA_1 dA_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{r_{dA_1 dA_2}^2}$$

Factor de visión

Fracción de radiosidad que sale de la superficie A_i e incide en A_j ($F_{A_i A_j}$)

$$dJ_{dA_1 dA_2} = I_1 \cdot dA_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot d\omega_{dA_1 dA_2} = \frac{I_1 dA_1 dA_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{r_{dA_1 dA_2}^2}$$

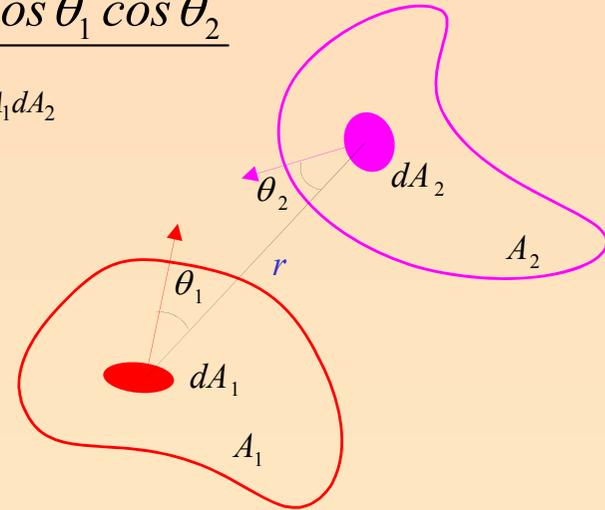
Energía total que sale de A_1

$$J_1 = \int_{A_1} E_1 dA_1 = \int_{A_1} \pi I_1 dA_1 = \pi I_1 A_1$$

De la definición

$$F_{12} = \frac{\int_{A_1} \int_{A_2} dJ_{dA_1 dA_2}}{J_1} = \frac{\int_{A_1} \int_{A_2} \frac{I_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{r_{dA_1 dA_2}^2} dA_2 dA_1}{\pi I_1 A_1} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r_{dA_1 dA_2}^2} dA_2 dA_1$$

(factor geométrico)



Generalizando

$$\left. \begin{aligned} A_i F_{ij} &= \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r_{dA_i dA_j}^2} dA_j dA_i \\ A_j F_{ji} &= \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \theta_j \cos \theta_i}{\pi r_{dA_j dA_i}^2} dA_i dA_j \end{aligned} \right\}$$

Relación de reciprocidad de F

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Factor de visión

Recinto cerrado con N superficies

Cada superficie es isoterma

Superficies emisoras y reflectoras difusas

Nº total de factores de forma N^2

Nº de relaciones de reciprocidad $\frac{N(N-1)}{2}$

$$A_j F_{ji} = A_i F_{ij} \quad 2$$

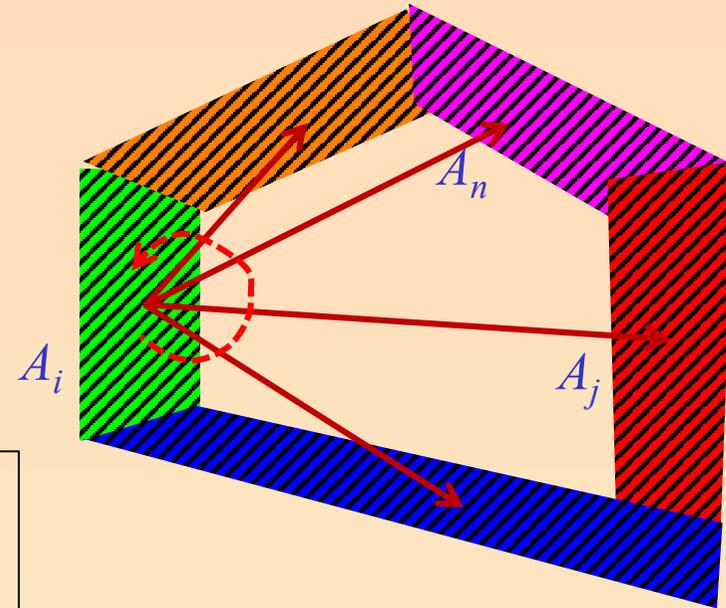
Nº de relaciones de complementariedad N

$$\sum_{i=1}^N F_{ij} = 1$$

Nº de superficies convexas o planas P

Nº de factores de forma a estimar :

$$N^2 - \frac{N(N-1)}{2} - N - P = \frac{N(N-1)}{2} - P$$



Métodos de cálculo :

Tablas, gráficas o expresiones analíticas

Analíticos

Adición

Reciprocidad especial

Eliminación superficies cóncavas

Método de Hottel

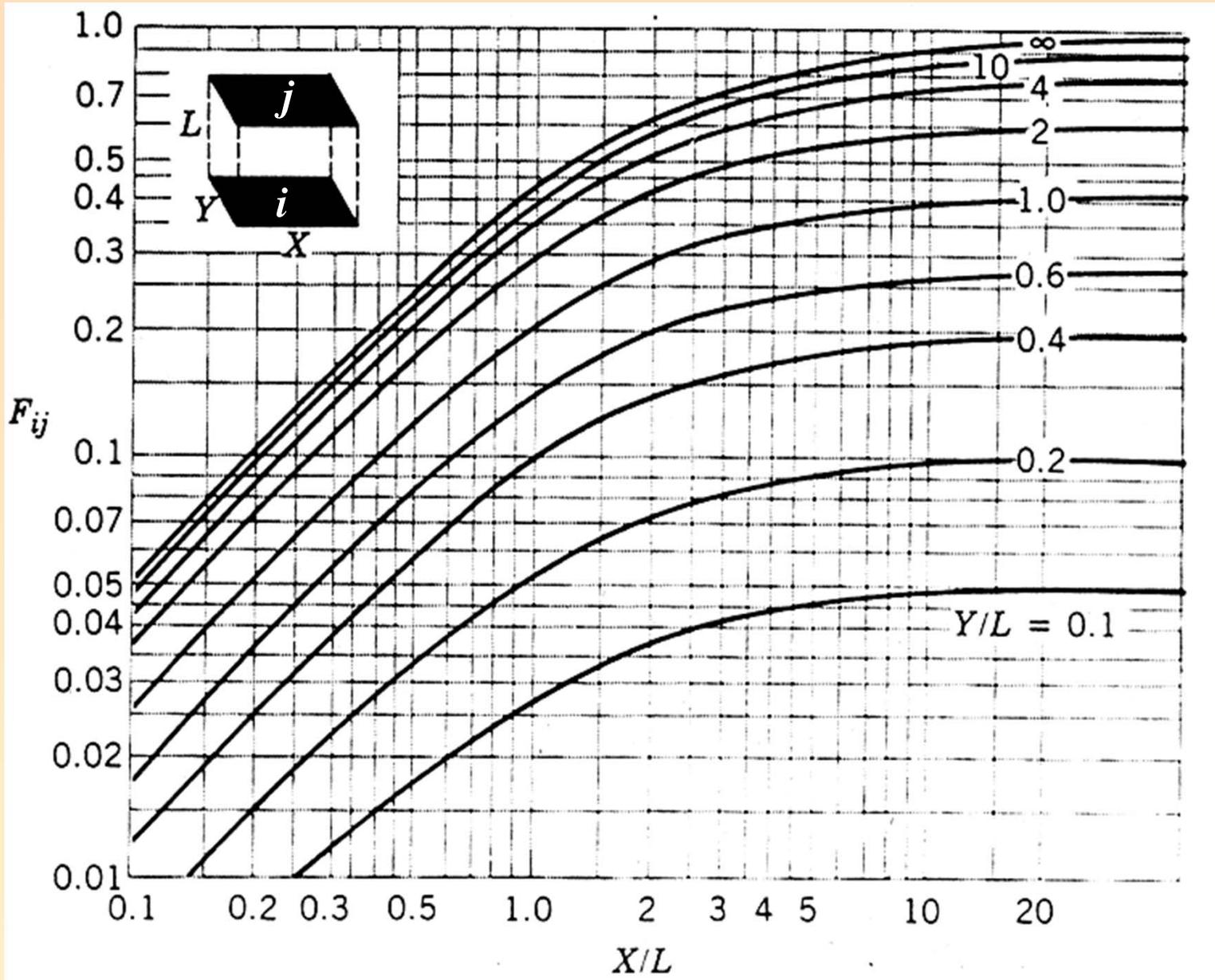
Métodos geométricos

Métodos numéricos

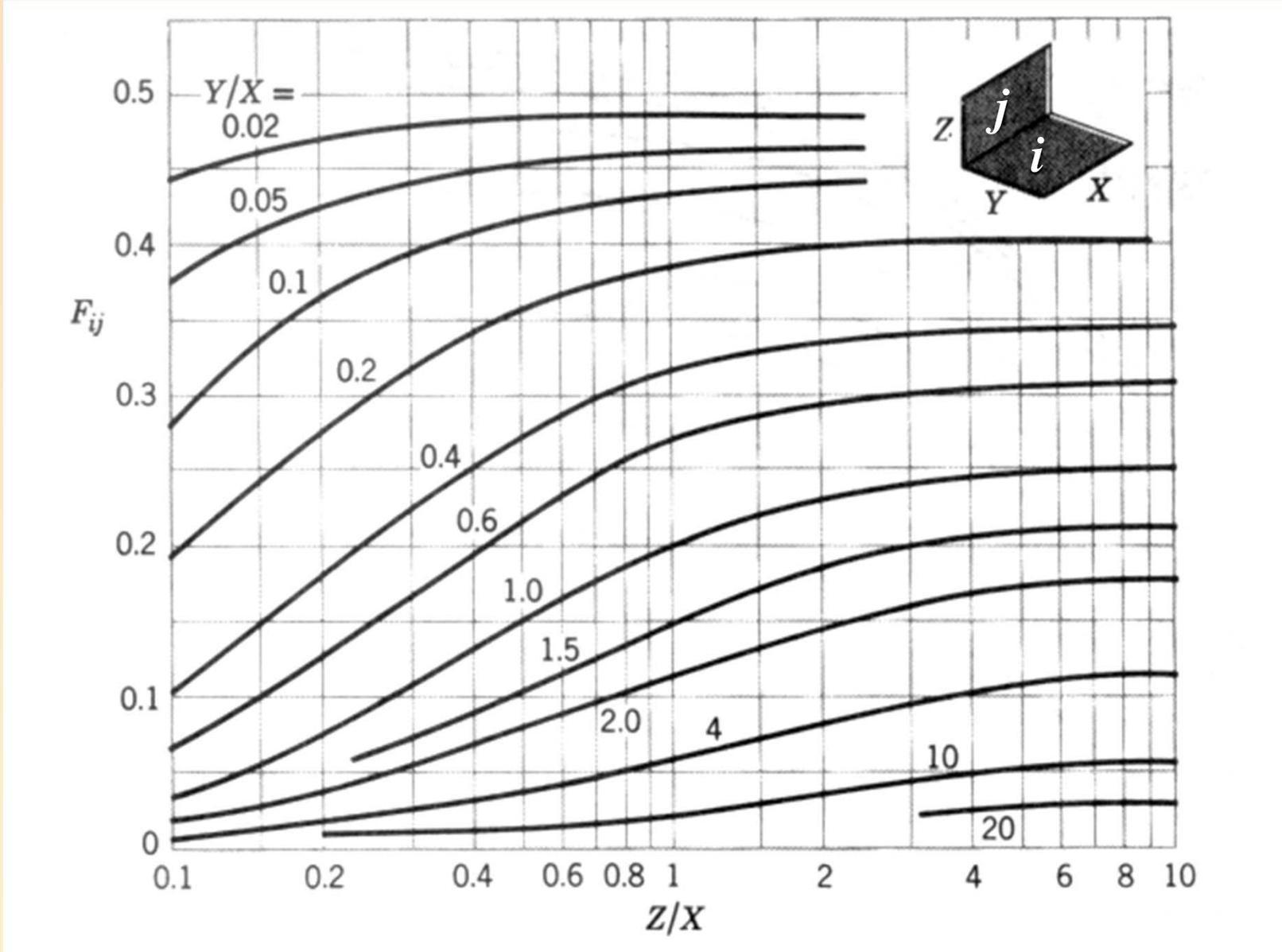
TEMA 5. RADIACION

1. Fundamentos. Leyes y factor de visión (2h)

Factor de visión



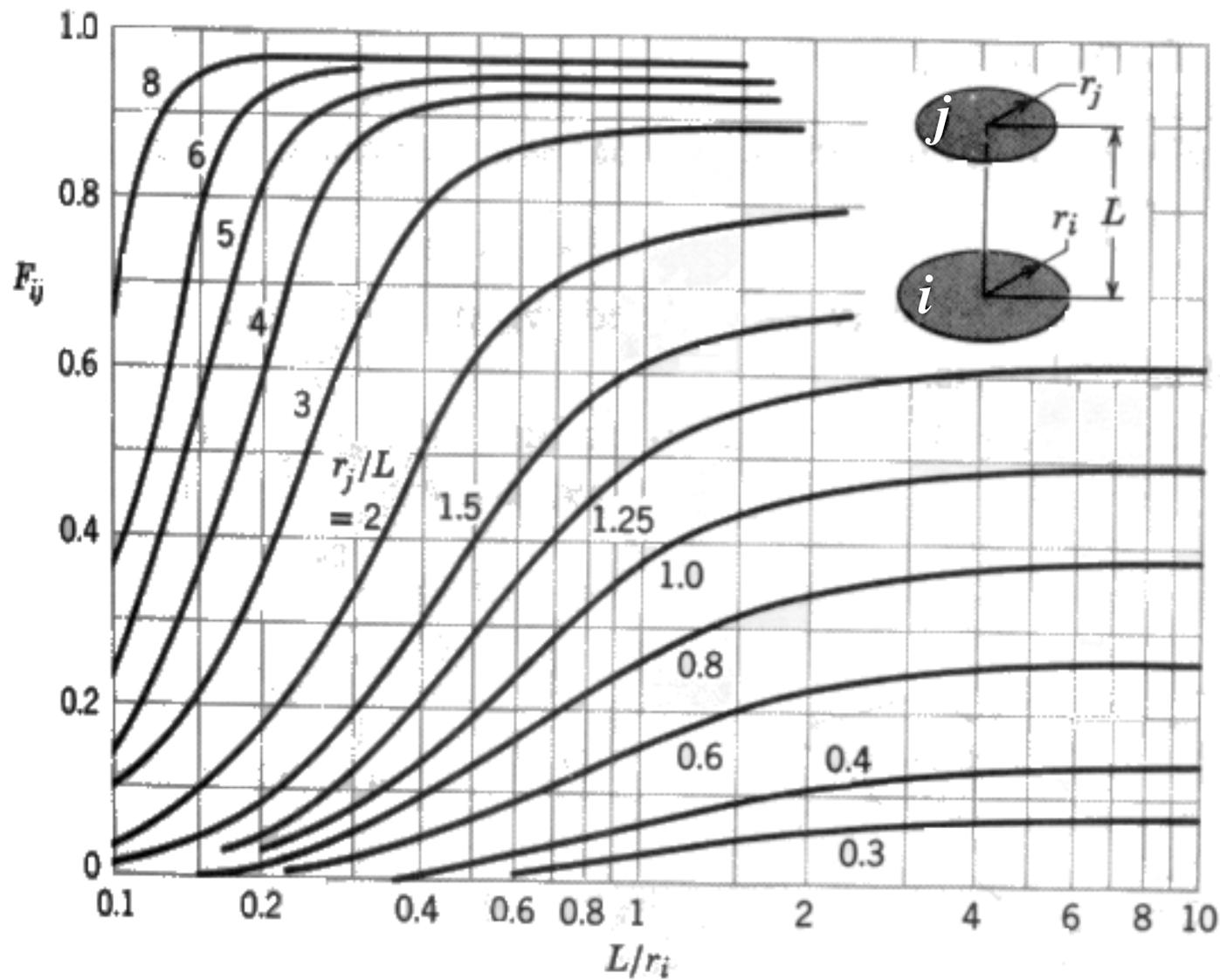
Factor de visión



TEMA 5. RADIACION

1. Fundamentos. Leyes y factor de visión (2h)

Factor de visión



Factor de visión. Reciprocidad especial

Por definición $F_{1-2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_2 dA_1$

Y por construcción

$$A_1 F_{1-4} = \int_0^d \int_0^a \int_0^b \int_a^{a+c} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_4}{\pi r'^2} dx dy dx dz$$

$$A_2 F_{2-3} = \int_0^d \int_a^{a+c} \int_0^b \int_0^a \frac{\cos \theta_2 \cos \theta_3}{\pi r'^2} dx dy dx dz$$

Luego: $A_2 F_{2-3} = A_3 F_{3-2} = A_1 F_{1-4} = A_4 F_{4-1}$

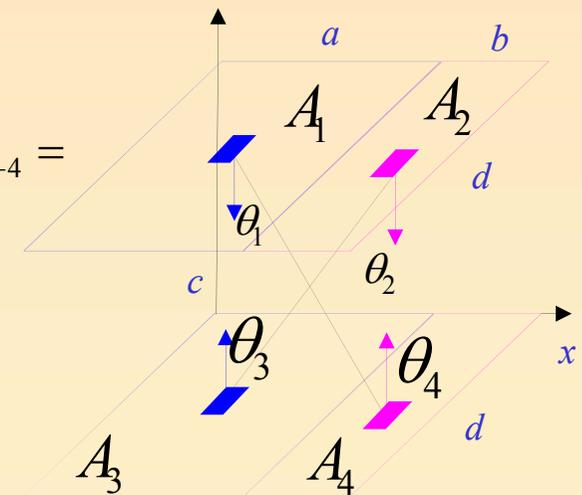
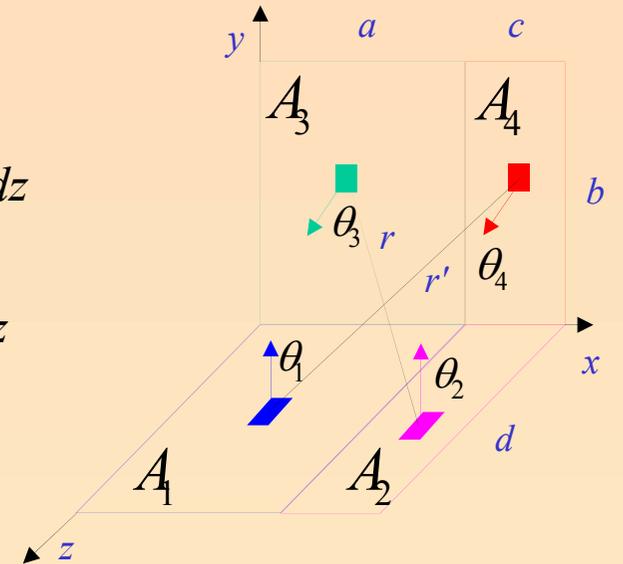
Por adición y reciprocidad

$$\begin{aligned} (A_3 + A_4) F_{3,4-1,2} &= (A_3 + A_4) F_{3,4-1} + (A_3 + A_4) F_{3,4-2} = \\ &= A_1 F_{1-3,4} + A_2 F_{2-3,4} = A_1 F_{1-3} + A_1 F_{1-4} + A_2 F_{2-3} + A_2 F_{2-4} = \\ &= A_1 F_{1-3} + 2 A_1 F_{1-4} + A_2 F_{2-4} \end{aligned}$$

Por tanto:

$$F_{1-4} = \frac{(A_3 + A_4) F_{3,4-1,2} - A_1 F_{1-3} - A_2 F_{2-4}}{2 A_1}$$

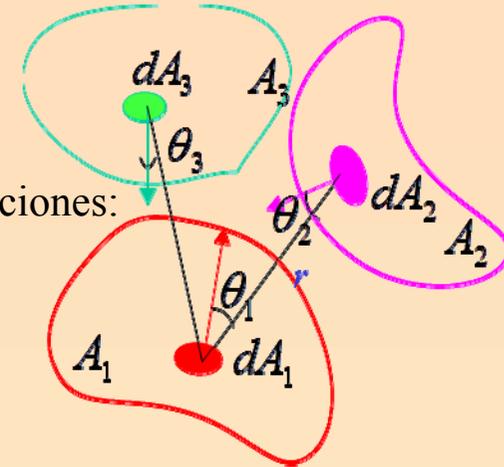
Podemos obtener una expresión análoga para planos paralelos



Factor de visión.

Por definición de factor de visión $F_{1-23} = F_{1-2} + F_{1-3}$

Evaluar el factor de visión F_{1-4} en el ejemplo de la figura:



Por adición y reciprocidad podemos expresar las siguientes relaciones:

$$A_{1,2}F_{1,2-3,4} = A_{1,2}F_{1,2-3} + A_{1,2}F_{1,2-4}$$

$$A_{1,2}F_{1,2-4} = A_4F_{4-12} = A_4F_{4,1} + A_4F_{4,2} = A_1F_{1-4} + A_2F_{2-4}$$

$$A_2F_{2-34} = A_2F_{2-3} + A_2F_{2-4}$$

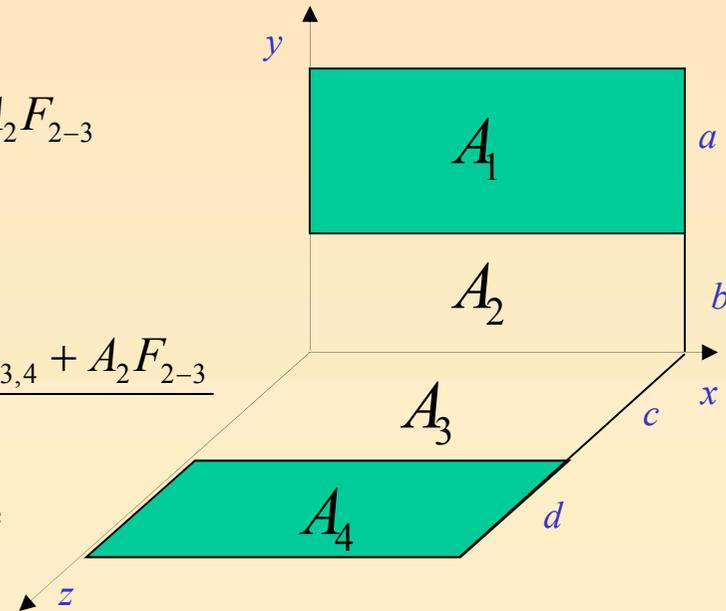
Sustituyendo:

$$A_{1,2}F_{1,2-3,4} = A_{1,2}F_{1,2-3} + A_1F_{1,4} + A_2F_{2-34} - A_2F_{2-3}$$

Despejando:

$$F_{1-4} = \frac{(A_1 + A_2)F_{1,2-3,4} - (A_1 + A_2)F_{1,2-3} - A_2F_{2-3,4} + A_2F_{2-3}}{A_1}$$

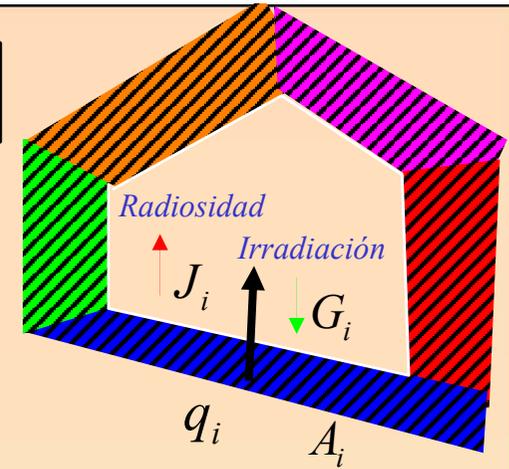
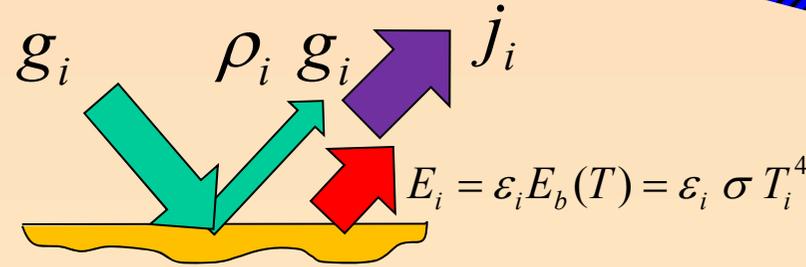
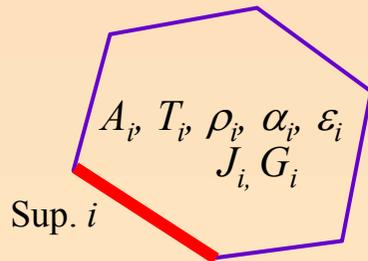
Donde todos los valores a evaluar son Factores de rectángulos perpendiculares con un lado común



Intercambio radiante medio no participante

Hipótesis:

- Superficies grises opacas
- Propiedades radiantes difusas e uniformes
- Temperatura y Flujo de calor uniforme



- Balance en la superficie

$$j_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + \rho_i g_i \quad \longrightarrow \quad \sigma T_i^4 = \frac{1}{\epsilon_i} (j_i - \rho_i g_i) \quad (1)$$

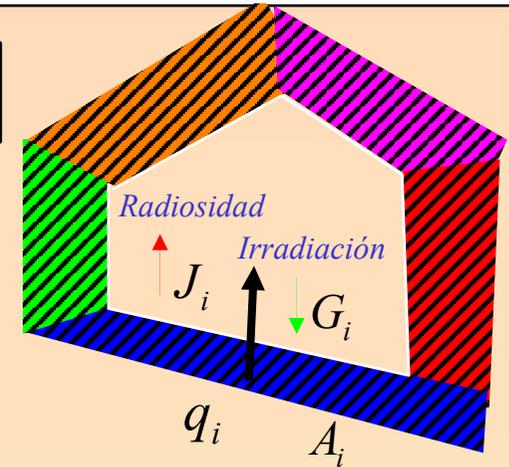
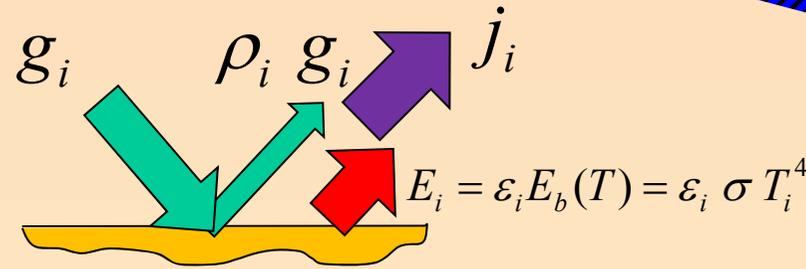
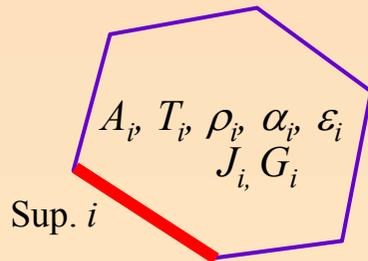
- Aplicando que $\alpha = \epsilon$ y usando (1) en la definición de calor neto:

$$q_i'' = j_i - g_i \quad \longrightarrow \quad \epsilon \sigma T_i^4 = (1 - \epsilon) q_i'' + \epsilon j_i \quad \longrightarrow \quad q_i'' = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} (\sigma T_i^4 - j_i) \quad (2)$$

Intercambio radiante medio no participante

Hipótesis:

- Superficies grises opacas
- Propiedades radiantes difusas e uniformes
- Temperatura y Flujo de calor uniforme



- Por otra parte, la irradiancia se puede calcular como :

$$G_i = \sum_{k=1}^N J_k F_{k-i} = \sum_{k=1}^N j_k A_k F_{k-i} = \sum_{k=1}^N j_k A_i F_{i-k} \rightarrow \boxed{\frac{G_i}{A_i} = g_i = \sum_{k=1}^N j_k F_{i-k}} \quad (3)$$

De (1) y (3):

$$\sigma T_i^4 = \frac{1}{\epsilon_i} (j_i - \rho_i g_i) = \frac{1}{\epsilon_i} (j_i - \rho_i \sum_{k=1}^N j_k F_{i-k}) = \sum_{k=1}^N \frac{\delta_{ik} - (1-\epsilon_i)F_{i-k}}{\epsilon_i} j_k \quad (4)$$

donde

$$\delta_{ik} = 1 \quad \text{Si } i=k$$

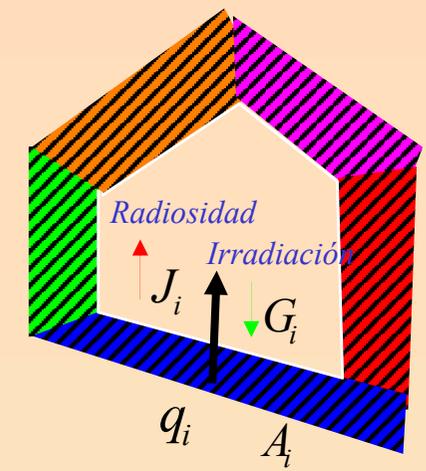
$$\delta_{ik} = 0 \quad \text{Si } i \neq k$$

- El calor neto intercambiado lo podemos evaluar como:

$$q''_i = j_i - g_i = j_i - \sum_{k=1}^N j_k F_{i-k} = \sum_{k=1}^N (\delta_{ik} - F_{i-k}) j_k \quad (5)$$

Intercambio radiante. Método matricial

$$\begin{bmatrix} \sigma T_1^4 \\ \sigma T_2^4 \\ \vdots \\ q_i^+ \\ \vdots \\ q_N^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-(1-\epsilon_1)F_{1-1}}{\epsilon_1} & \frac{-(1-\epsilon_1)F_{1-2}}{\epsilon_1} & \dots & \frac{-(1-\epsilon_1)F_{1-N}}{\epsilon_1} \\ \frac{-(1-\epsilon_2)F_{2-1}}{\epsilon_2} & \frac{1-(1-\epsilon_2)F_{2-2}}{\epsilon_2} & \dots & \frac{-(1-\epsilon_2)F_{2-N}}{\epsilon_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -F_{i-1} & \dots & 1-F_{i-i} & \dots & -F_{i-N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -F_{N-1} & \dots & -F_{N-i} & \dots & 1-F_{N-N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ \vdots \\ j_i \\ \vdots \\ j_N \end{bmatrix}$$



Una vez calculadas las radiosidades, para aquellas superficies en que **no se conoce el calor** se pueden utilizar cualquiera de las siguientes expresiones:

$$(5) \longrightarrow q_i'' = \sum_{k=1}^N (\delta_{ik} - F_{i-k}) j_k \quad \text{ó} \quad q_i'' = \frac{\epsilon_i}{1-\epsilon_i} (\sigma T_i^4 - j_i) \quad \longleftarrow (2)$$

En las que **no se conoce la temperatura:**

$$\sigma T_i^4 = j_i + \frac{1-\epsilon_i}{\epsilon_i} q_i''$$

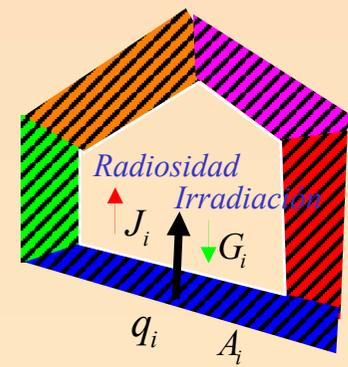
donde $\delta_{ij} \begin{cases} 1 \rightarrow i = j \\ 0 \rightarrow i \neq j \end{cases}$

Intercambio radiante. Método eléctrico

$$q_i = A_i q_i'' = \frac{A_i \epsilon_i}{1 - \epsilon_i} (\sigma T_i^4 - j_i) = \frac{\sigma T_i^4 - j_i}{\frac{1 - \epsilon_i}{A_i \epsilon_i}}$$

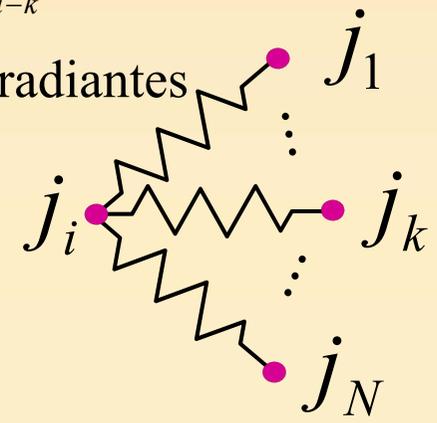


- q_i análogo a la intensidad eléctrica.
- $(\sigma T_i^4 - j_i)$ análogo a una diferencia de potencial
- Así, $\frac{1 - \epsilon_i}{A_i \cdot \epsilon_i}$ se correspondería con una resistencia



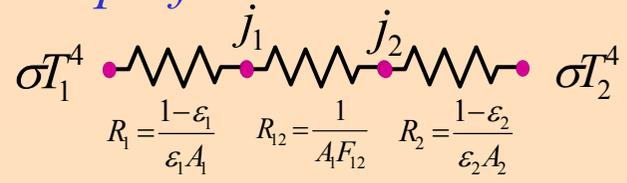
$$q_i = J_i - G_i = A_i \left(\sum_{k=1}^N j_i F_{i-k} - \sum_{k=1}^N j_k F_{i-k} \right) = \sum_{k=1}^N \frac{j_i - j_k}{\frac{1}{A_i F_{i-k}}} \quad i \neq j$$

- q_i suma de intensidades de las demás superficies radiantes
- $j_i - j_j$ diferencia de potencial
- $\frac{1}{A_i \cdot F_{ij}}$: resistencia eléctrica

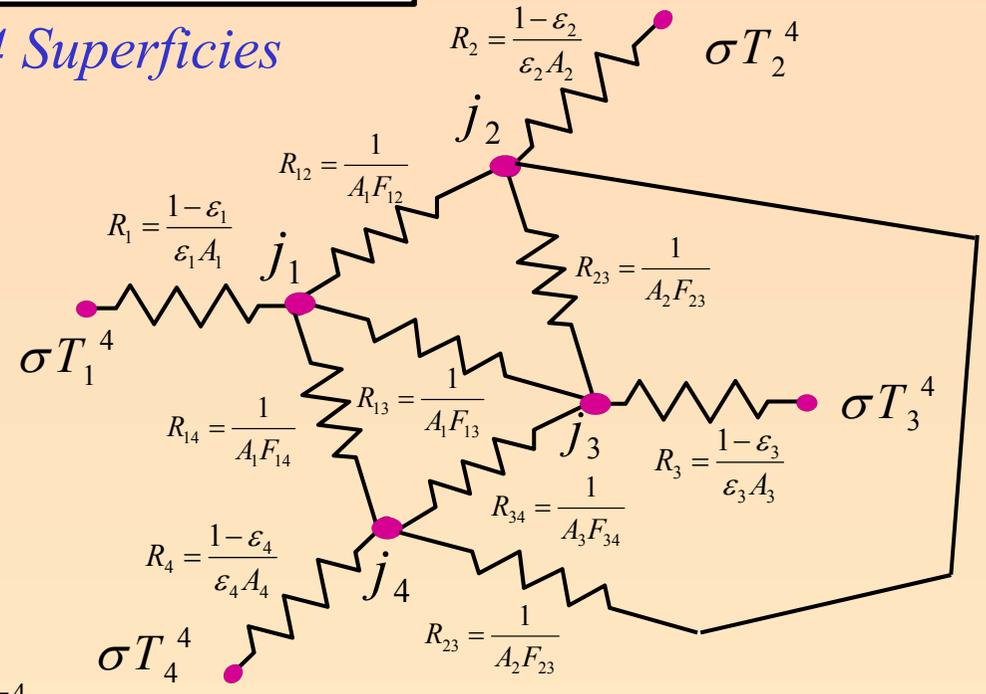


Intercambio radiante. Método eléctrico

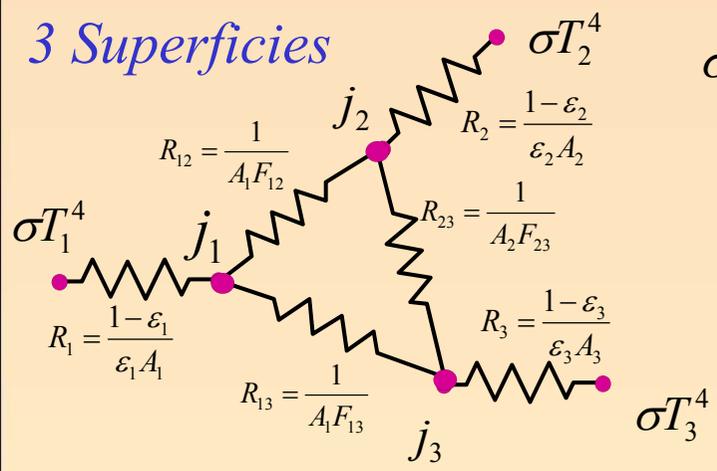
2 Superficies



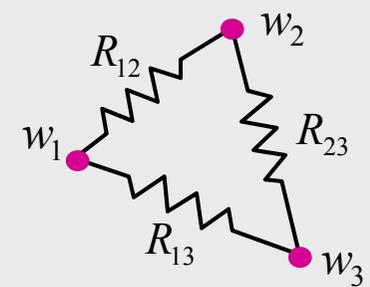
4 Superficies



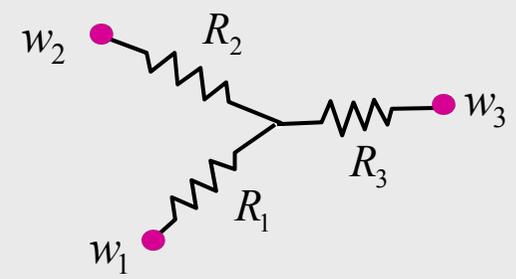
3 Superficies



Recordatorio equivalencia circuitos Δ-Y

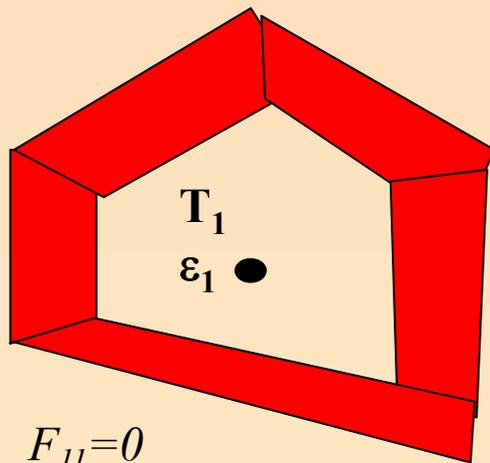


$$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$



$$R_{12} = R_1 R_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

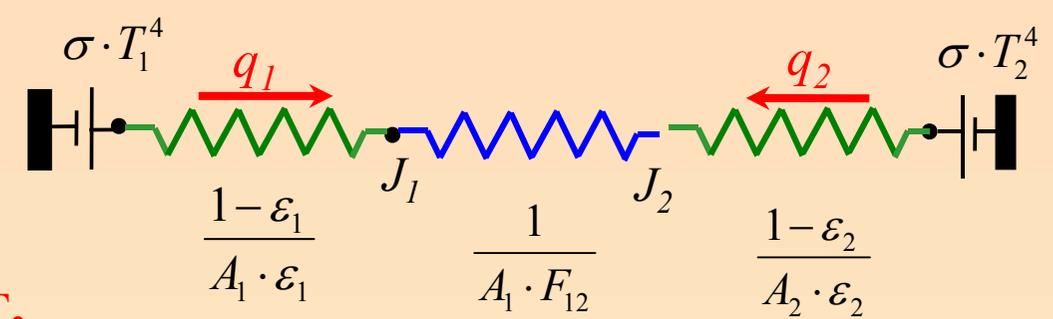
Intercambio radiante. Ejemplos. Superficie pequeña que no se ve así misma en un recinto de grandes dimensiones



$$F_{11}=0$$

$$F_{12}=1$$

Como $A_1 \ll A_2$ se supone $\frac{1-\epsilon_2}{A_2 \cdot \epsilon_2} \ll \frac{1-\epsilon_1}{A_1 \cdot \epsilon_1}$

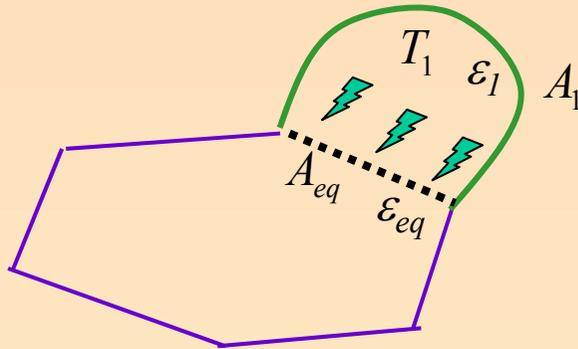


$$q_1 = -q_2 = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \cdot \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2 \cdot \epsilon_2}}$$

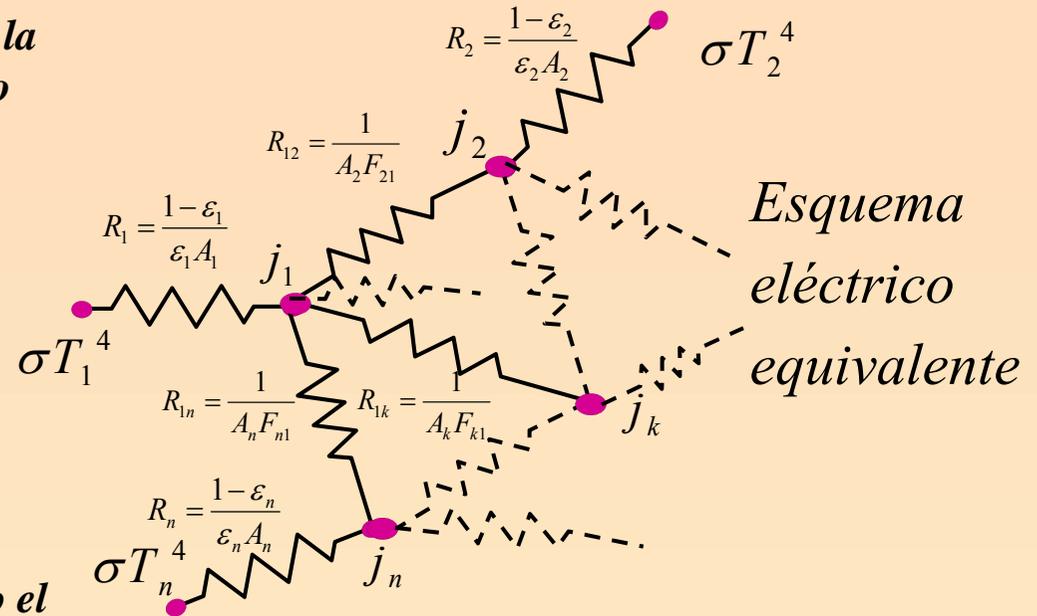
$$q_1 = -q_2 \approx \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \cdot \epsilon_1} + \frac{1}{A_1}} = \epsilon_1 A_1 \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Intercambio radiante. Ej. Eliminación superficies cóncavas

Los factores de forma no varían si la superficie equivalente es plana “no entra” dentro del recinto

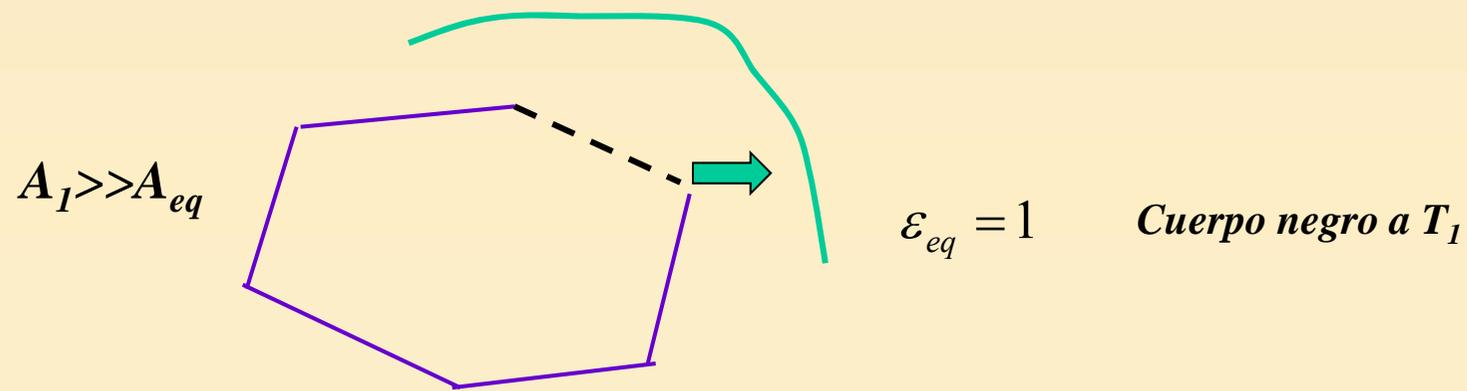


Por lo tanto para mantener idéntico el esquema eléctrico sólo se tendrá que cumplir que la resistencia de dicha superficie sea la misma, es decir

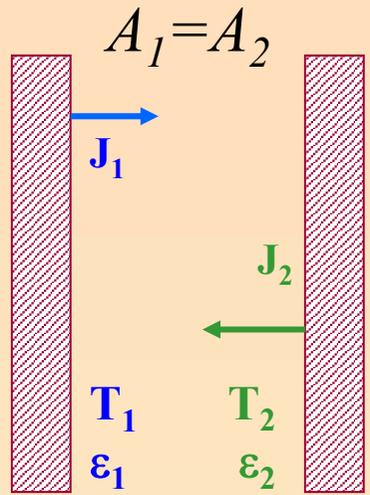


$$R_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} = \frac{1 - \epsilon_{eq}}{\epsilon_{eq} A_{eq}} \rightarrow \epsilon_{eq} = \frac{1}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + 1}$$

CIERRE DE UN RECINTO ABIERTO: SUPERFICIE VIRTUAL:

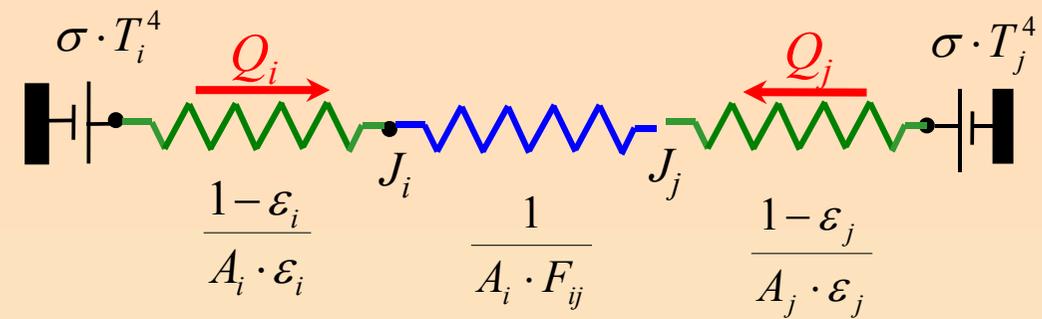


Intercambio radiante. Ejemplos. Planos paralelos infinitos.



$$F_{11} = F_{22} = 0$$

$$F_{12} = F_{21} = 1$$

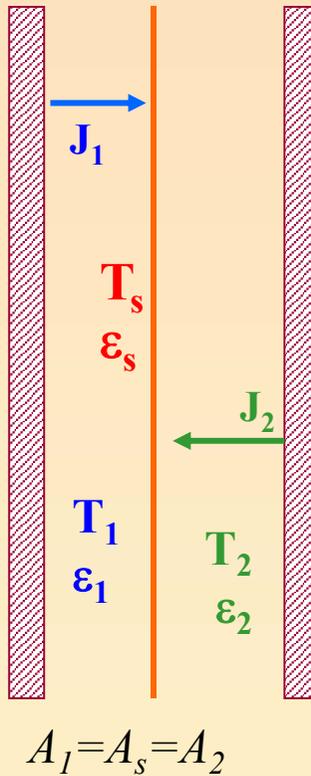
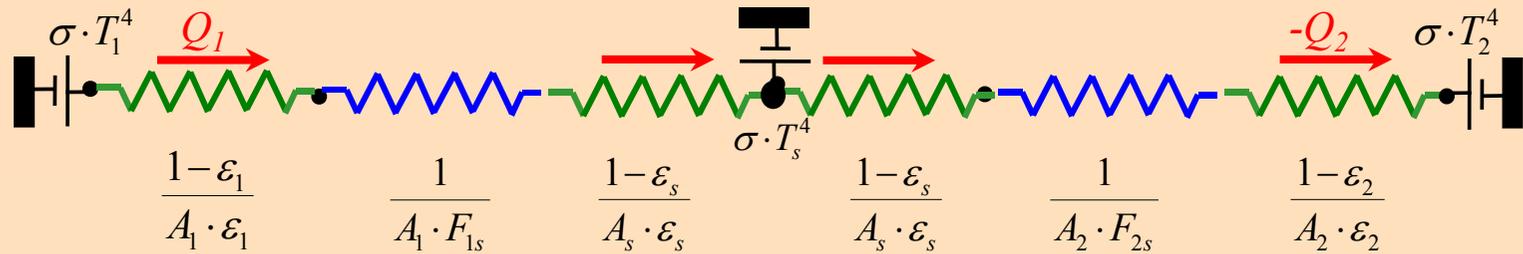


$$q_i = -q_j = \frac{\sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)}{\frac{1 - \epsilon_i}{A_i \cdot \epsilon_i} + \frac{1}{A_i \cdot F_{ij}} + \frac{1 - \epsilon_j}{A_j \cdot \epsilon_j}}$$

Resultando

$$q_1 = -q_2 = \frac{A \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

Intercambio radiante. Ejemplos. Pantallas de radiación.



$$F_{11} = F_{ss} = F_{22} = 0$$

$$F_{1s} = F_{s1} = 1$$

$$F_{2s} = F_{s2} = 1$$

$$q_1 = -q_2 = q_{\text{sin pantalla}} = \frac{\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

$$q_1 = -q_2 = q_{\text{con pantalla}} = \frac{\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{2}{\epsilon_s} + \frac{1}{\epsilon_2} - 2}$$

$$\frac{q_{\text{con pantalla}}}{q_{\text{sin pantalla}}} = \frac{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{2}{\epsilon_s} + \frac{1}{\epsilon_2} - 2}$$

Para n pantallas, con $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = \epsilon_n$

$$\frac{q''_{\text{CON}}}{q''_{\text{SIN}}} = \frac{1}{n+1}$$

Superposición de diferentes modos de transmisión de calor.

Ejemplo: dos recintos con aire separados por una pared

Balance de energía para la superficie 1

$$q_{rad1-2} + q_{conv1-aireA} = 0$$

Balance de energía para el aire del recinto A:

$$q_{conv1-aireA} + q_{conv2-aireA} = 0$$

Balances de energía para la pantalla intermedia:

$$q_{cond3-2} + q_{conv2-aireA} + q_{rad2-1} = 0$$

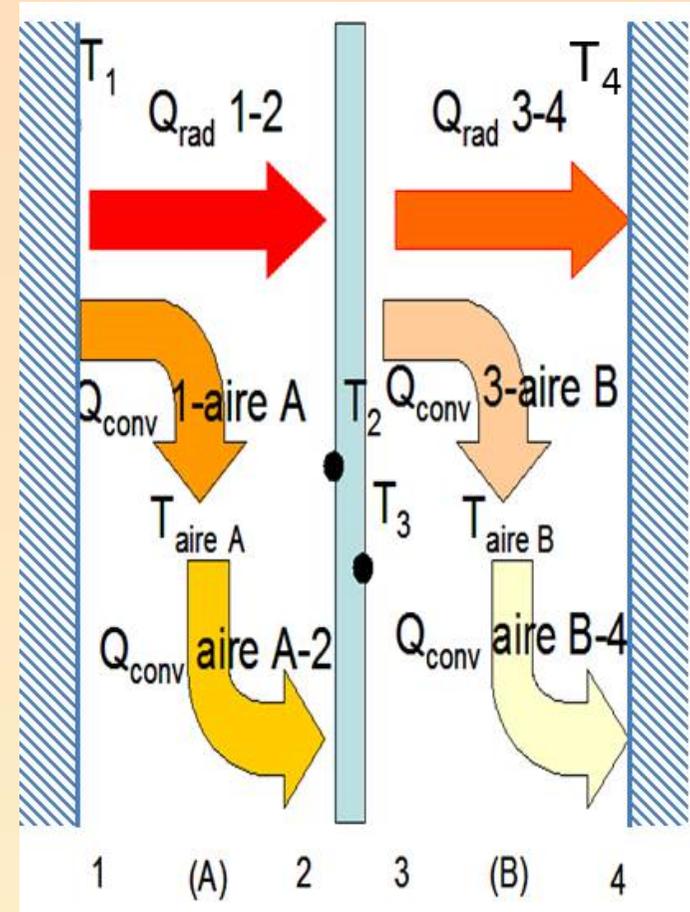
$$q_{cond2-3} + q_{conv aireB-3} + q_{rad4-3} = 0$$

Balance de energía para el aire del recinto B:

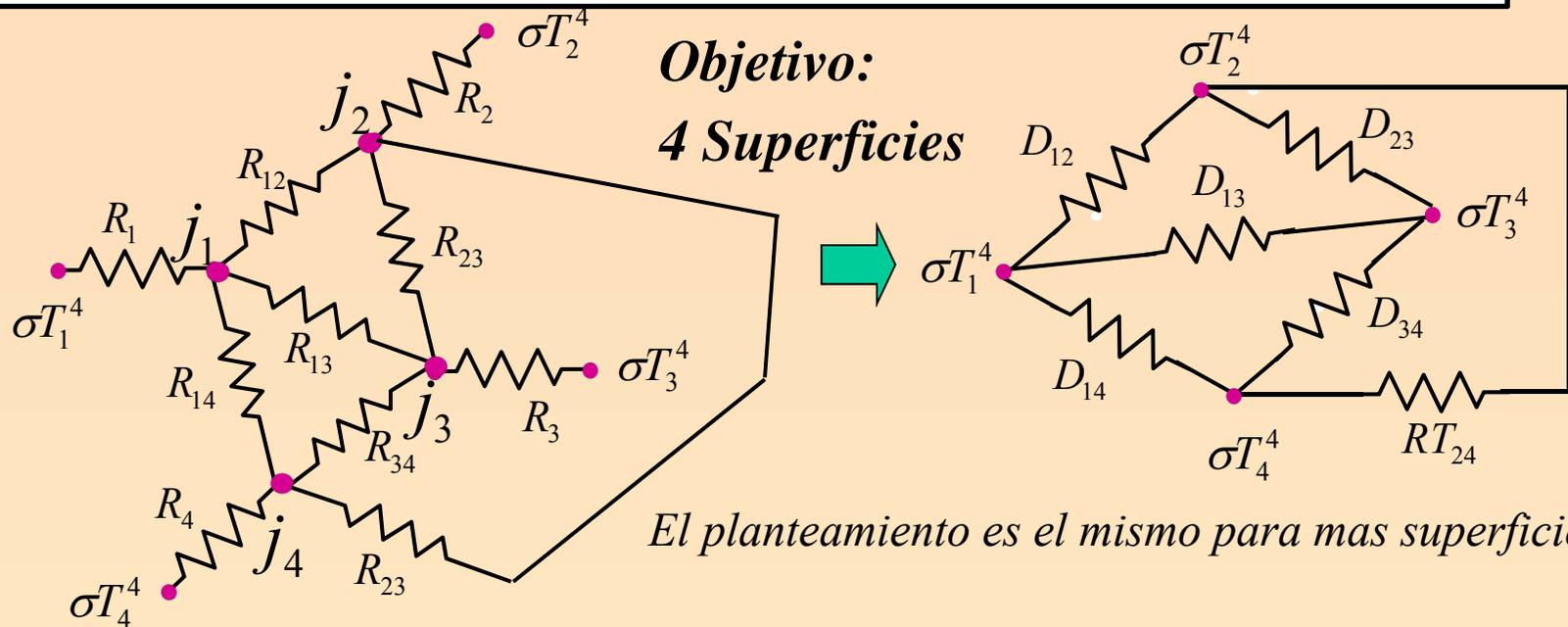
$$q_{conv3-aireB} + q_{conv4-aireB} = 0$$

Balance de energía para la superficie 4

$$q_{rad3-4} + q_{conv aireB-4} = 0$$



Superposición de diferentes modos de transmisión de calor.



Objetivo:

4 Superficies

El planteamiento es el mismo para mas superficies

Siempre se puede expresar el problema en forma matricial :

$$[\sigma T_i^4] = [C_{ij}] [j_i] \Rightarrow [j_i] = [B_{ij}] [\sigma T_i^4]$$

Cumpléndose siempre :

$$[B_{ij}] = [C_{ij}]^{-1}$$

$$\sum_{j=1}^N B_{ij} = 1$$

$$q_i = \frac{(\sigma T_i^4 - j_i)}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i}} \Rightarrow q_i = \frac{(\sigma T_i^4 - \sum_{j=1}^N B_{ij} \sigma T_j^4)}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i}} = \frac{\sum_{j=1}^N B_{ij} [\sigma T_i^4 - \sigma T_j^4]}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i}} = \sum_{j=1}^N \frac{[\sigma T_i^4 - \sigma T_j^4]}{D_{ij}}$$

Luego los valores buscados se pueden calcular por :

$$D_{ij} = \frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i B_{ij}}$$

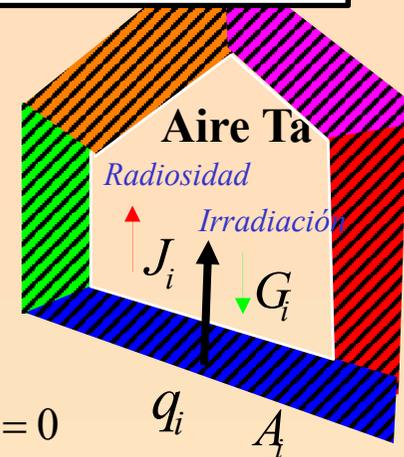
Superposición de diferentes modos de transmisión de calor.

Balance de energía para la superficie 1

$$q_{rad1-2} + \dots + q_{rad1-k} + \dots + q_{rad1-n} + q_{conv1-aireA} + q_{cond} = 0$$

Que se expresa como

$$\frac{[\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4]}{D_{12}} + \dots + \frac{[\sigma T_1^4 - \sigma T_k^4]}{D_{1k}} + \dots + \frac{[\sigma T_1^4 - \sigma T_n^4]}{D_{1n}} + A_1 h (T_1 - T_a) + q_{cond} = 0$$



Pudiendo reescribirse como

$$A_1 h_{rad12} (T_1 - T_2) + \dots + A_1 h_{rad1k} (T_1 - T_k) + \dots + A_1 h_{rad1n} (T_1 - T_n) + A_1 h (T_1 - T_a) + q_{cond} = 0$$

Y por tanto

$$A_1 h_{eq} (T_1 - T_{eq}) + q_{cond} = 0$$

$$h_{rad1k} = \frac{(T_1^2 + T_k^2)(T_1 + T_k)}{A_1 D_{1k}} \approx \frac{4T_k^3}{A_1 D_{1k}}$$

donde

$$h_{eq} = h_{rad12} + \dots + h_{rad1k} + \dots + h_{rad1n} + h$$

$$T_{eq} = \frac{h_{rad12} T_2 + \dots + h_{rad1k} T_k + \dots + h_{rad1n} T_n + h T_a}{h_{rad12} + \dots + h_{rad1k} + \dots + h_{rad1n} + h}$$