Equilibrado de líneas con setup. Un modelo matemático

Rafael Pastor[1], Carlos Andrés[2], Cristóbal Miralles[3]

[1]rafael.pastor@upc.es, Instituto de Organización y Control Industrial, Universidad Politécnica de Cataluña

[2]candres@omp.upv.es, [3]cmiralles@omp.upv.es, Grupo ROGLE, Departamento de Organización de Empresas, Universidad Politécnica de Valencia

RESUMEN

Se presenta un modelo de Programación Entera Mixta para una nueva variante del problema de equilibrado de líneas monodelo donde se aborda la posibilidad de que existan tiempos de ajuste entre las tareas a asignar.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Asignar tareas a estaciones de trabajo con la particularidad de que entre cada par de tareas asignadas a una estación aparece un tiempo de preparación dependiente de las dos tareas.

Novedad del problema

El problema de equilibrado líneas es un problema clásico de diseño de sistemas de fabricación en flujo que ha sido estudiado desde hace más de 40 años.

Sin embargo, la variante que se presenta no ha sido estudiada en profundidad anteriormente en la literatura

Aplicación real

Este problema puede corresponder a una situación real en donde aparece un tiempo para dejar una herramienta usada en una operación y preparar otra herramienta para usarla en la siguiente operación de tal forma que este tiempo dependa de las dos operaciones realizadas consecutivamente.

MODELO MATEMÁTICO

En el modelo se trata de minimizar el número de estaciones utilizadas

NOTACIÓN DEL PROBLEMA

i,k	Tareas
j	Estación de trabajo
s	Posición dentro de la secuencia de la estación
N	Conjunto de tareas ($i=1,\ldots N$)
m_{min}	Cota inferior del número de estaciones
m_{max}	Cota superior del número de estaciones
t_i	Duración de la tarea i
TC	Cota superior del Tiempo de Ciclo C
E_i, L_i	Estación más temprana y más tardía donde se puede asignar i
T_j	Conjunto de tareas assignable a la estación j
P	Conjunto de parejas de tareas (i,k) donde i es predecessor inmediato de k
PT_i	Conjunto de todos los predecesores de la tarea i, incluyendo los no inmediatos.
Nm_j	Máximo número de tareas que pueden ser asignadas a la estación j
NTm	Máximo número de tareas que pueden ser asignadas a cualquier estación $NTm=\max_j\{Nm_j\}$
tsu_{ik}	Tiempo de setup de la tarea k que se realiza justo despues de la i en la misma estación
$x_{ijs}\in\{0,1\}$	1 si la tarea i se asigna a la estación j en la posición s de su secuencia $(i=1,..,N;\ j=E_i,...,L_i;\ s=1,...,Nm_j)$
$y_j\in\{0,1\}$	1 si la tarea se asigna a la estación j $(j=m_{min}+1,...,m_{max})$
$z_{ikj}\in\{0,1\}$	1 si la tarea I se realiza inmediatamente antes de la tarea k en la misma estación j en el mismo ciclo o en el siguiente $\left(\forall j;\forall(i,k)\middle|(i\neq k)\wedge(i,k\in T_j)\right)$
$w_{ij}\in\{0,1\}$	1 si la tarea i es la última de la secuencia asignada a la estación j $(\forall i;\ j=E_i,...,L_i)$

•La primera serie de restricciones imponen que toda tarea debe asignarse y a una única posición de la secuencia de una única estación.

•A continuación se plantea unas restricciones para obligar a que, en cada posición de la secuencia de toda estación, como máximo se asigne una tarea.

• Después se consideran las restricciones que imponen que las tareas se asignen en posiciones crecientes (en orden) en las secuencias de las estaciones y otras que imponen la condición de precedencia entre parejas de tareas, precedencias referentes a las estaciones donde son asignadas y, si las tareas se asignan a la misma estación, referentes a las posiciones en la secuencia.

•El siguiente juego de restricciones aseguran que el tiempo de trabajo en las estaciones más el tiempo de cambios no sea mayor que el tiempo ciclo (el primer sumando es el tiempo de trabajo, el segundo es el tiempo de cambio, sin el cambio de ciclo, y el tercero es el tiempo de cambio entre la última tarea de un ciclo y la primera de ciclo siguiente).

•Las últimas restricciones obligan a que se cumplan las relaciones de precedencia entre las tareas asignadas a la estación.

$$[MIN]\,Z=\sum_{j=m_{\min}+1}^{m_{\max}} j\cdot y_j \qquad (1)$$

subject to:

$$\sum_{j=E_i}^{L_i}\sum_{s=1}^{Nm_j} x_{ijs}=1 \qquad (\forall i) \qquad (2)$$

$$\sum_{\forall i\in T_j} x_{ijs}\le 1 \qquad (\forall j;s=1,...,Nm_j) \qquad (3)$$

$$\sum_{\forall i\in T_j} x_{ij,s+1}\le \sum_{\forall i\in T_j} x_{ijs} \qquad (\forall j;s=1,...,Nm_j-1) \qquad (4)$$

$$\sum_{j=E_i}^{L_i}\sum_{s=1}^{Nm_j}\left(NTm\cdot(j-1)+s\right)\cdot x_{ijs}\le \sum_{j=E_k}^{L_k}\sum_{s=1}^{Nm_j}\left(NTm\cdot(j-1)+s\right)\cdot x_{kjs} \qquad \left(\forall(i,k)\in P\right) \qquad (5)$$

$$\sum_{\forall i\in T_j}\sum_{s=1}^{Nm_j} t_i\cdot x_{ijs}+\sum_{\forall(i,k)\mid(i\neq k)\wedge(i,k\in T_j)} tsu_{ik}\cdot z_{ikj}\le TC \qquad (j=1,...,m_{\min}) \qquad (6)$$

$$\sum_{\forall i\in T_j}\sum_{s=1}^{Nm_j} t_i\cdot x_{ijs}+\sum_{\forall(i,k)\mid(i\neq k)\wedge(i,k\in T_j)} tsu_{ik}\cdot z_{ikj}\le TC\cdot y_j \qquad (j=m_{\min}+1,...,m_{\max}) \qquad (7)$$

$$x_{ijs}+x_{kj,s+1}\le 1+z_{ikj} \qquad \left(\forall j;s=1,...,Nm_j-1;\forall(i,k)\middle|(i\neq k)\wedge(i,k\in T_j)\wedge(k\notin PT_i)\right) \qquad (8)$$

$$x_{ijs}-\sum_{\forall k\in T_j\mid(i\neq k)\wedge(k\notin PT_i)} x_{kj,s+1}\le w_{ij} \qquad (\forall j;s=1,...,Nm_j-1;\forall i\in T_j) \qquad (9)$$

$$w_{ij}+x_{kj1}\le 1+z_{ikj} \qquad \left(\forall j;\forall(i,k)\middle|(i\neq k)\wedge(i,k\in T_j)\wedge(i\notin PT_k)\right) \qquad (10)$$

Este trabajo ha sido realizado en el marco del proyecto DELIMER:DISEÑO Y EQUILIBRADO DE LÍNEAS DE MONTAJE EN ENTORNOS REALISTAS (DPI2004-03472).