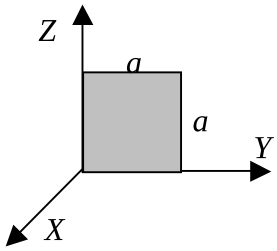
1er parcial qüestions FFI (FI) 1er parcial cuestiones FFI (FI)	16-gener-2003 16-enero-2003

1. Calcula el flujo del campo vectorial $\vec{F} = Ky^2\vec{i}$ a través de la superficie plana de la figura.

Calcula el flux del camp vectorial $\vec{F} = Ky^2\vec{i}$ a través de la superfície plana de la figura.



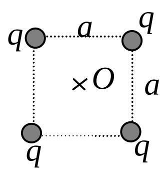
$$\phi = \int_S \vec{F}.d\vec{S}$$

$$\vec{F} = Ky^2\vec{i}\,; \quad d\vec{S} = a.dy.\vec{i} \quad (\textit{también podría ser} - \vec{i}\,)$$

$$\phi = \int_{y=0}^{y=a} Ky^2\vec{i}.a.dy.\vec{i} = Ka\frac{y^3}{3}\Big]_0^a = \frac{Ka^4}{3}$$

2. Dadas cuatro cargas puntuales de valor $q>0$ situadas en los vértices de un cuadrado de lado *a*, calcula el campo eléctrico y el potencial electrostático en el centro del mismo (punto *O* de la figura).

Donades quatre càrregues puntuals de valor $q>0$ situades en els vèrtexs de un quadrat de costat *a*, calcula el camp elèctric i el potencial electrostàtic en el centre del mateix (punt *O* de la figura).



En el centro del cuadrado **el campo eléctrico total creado por las cuatro cargas es cero** porque se anulan dos a dos los campos creados por las cargas situadas en vértices opuestos.

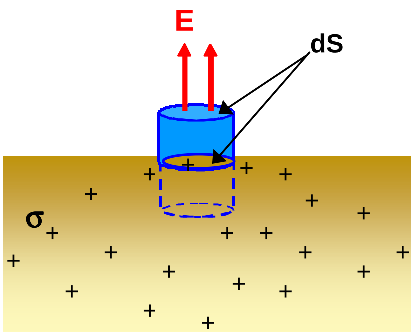
El potencial eléctrico en el centro es la suma de los potenciales creados por cada una de las cuatro cargas, que al ser iguales y de valor q será:

$$V_O = 4 * \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2\left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{2.q}{\sqrt{2}\;a\pi\varepsilon_0}\ \mathrm{V}$$

3. Enuncia el teorema de Gauss, explicando claramente el significado de cada uno de los términos que aparecen en el mismo. Utilizando el teorema de Gauss, calcula el valor del módulo del campo eléctrico en las proximidades de un conductor cargado en equilibrio electrostático.

Enuncia el teorema de Gauss, explicant clarament el significat de cada un dels termes que apareixen en el mateix. Utilitzant el teorema de Gauss, calcula el valor del mòdul del camp elèctric en les proximitats d'un conductor carregat en equilibri electrostàtic.

El teorema de Gauss dice: "**El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada *S* es igual a la carga total encerrada dentro de *S* dividido por ε_0**".



Para calcular el campo eléctrico en cualquier punto exterior de la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático y muy próximo a la misma se puede aplicar el teorema de Gauss. Para ello escogemos una superficie gaussiana con la forma de un cilindro pequeño con las bases paralelas a la superficie (ver figura). Parte del cilindro está justamente fuera del conductor y parte está en el interior. No hay flujo a través de la superficie en el interior del cilindro ya que ***E*** = 0 en el interior del conductor. Además, tal y como hemos visto anteriormente, el campo eléctrico es normal a la superficie, por lo cual el flujo a través de la superficie lateral de la superficie gaussiana es cero. (***E*** es tangente a esta superficie). Por lo tanto, el flujo neto a través de la superficie gaussiana es

$$\phi = \int \vec{E}\, d\vec{S} = \int E.dS$$

donde E es el módulo del campo eléctrico en la superficie, y en la integral del flujo únicamente interviene la base exterior del cilindro. Si el cilindro es suficientemente pequeño, el campo en dicha superficie se puede considerar constante, y puede salir de la integral, de modo que tenemos:

$$\phi = ES$$

donde E es el campo eléctrico precisamente afuera del conductor y S la superficie de la base superior del cilindro. Aplicando ahora la ley de Gauss obtenemos

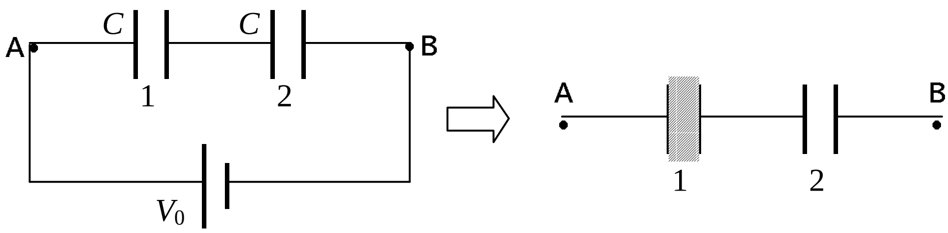
$$\Phi = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

Igualando ambas ecuaciones se obtiene finalmente que el campo en la superficie del conductor es:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

4. Dos condensadores iguales de capacidad C unidos en serie, se conectan a una fuente de tensión V_0. Tras desconectar la fuente, a uno de los dos condensadores se le introduce un dieléctrico de ε_r=2 que llena todo el espacio del condensador. Completa la siguiente tabla:

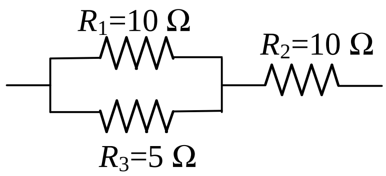
Dos condensadors iguals de capacitat C units en sèrie, es connecten a una font de tensió V_0. Després de desconnectar la font, a un dels dos condensadors se l'introdueix un dielèctric de ε_r=2 que ompli tot l'espai del condensador. Completa la següent taua:



	C_{eq}	Q_{TOTAL}	V_{AB}	Energía almacenada Energia enmagatzemada
Antes de introducir el dieléctrico en el condensador 1 Abans d'introduir el dielèctric en el condensador 1	$C/2$	$CV_0 / 2$	V_0	$C V_0^2/4$
Después de introducir el dieléctrico en el condensador 1 Desprès d'introduir el dielèctric en el condensador 1	$2C/3$	$CV_0 / 2$	$3 V_0/ 4$	$3 C V_0^2/16$

5. En el circuito de la figura, indica:
   a) ¿Qué resistencia disipa más potencia por efecto Joule?
   b) ¿Qué resistencia disipa menos potencia?
   Justifica las respuestas.

En el circuit de la figura:
a) Quina resistència dissipa mes potencia per efecte Joule?
b) Quina resistència dissipa menys potencia?
Justifica les respostes.

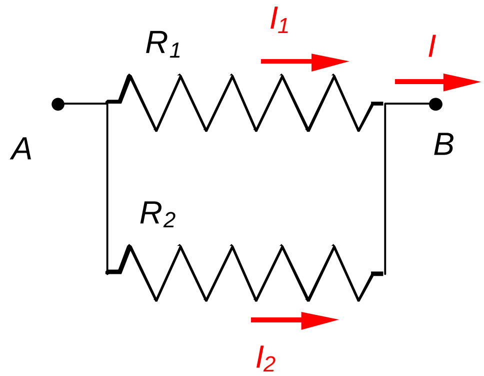


Si llamamos I_n a la corriente que pasa por la resistencia n, se cumple que:

$I_2 = I_1 + I_3$ $\qquad$ $P_{R1}=10\, I_1^2$
$I_2=3I_1$ $\qquad$ $P_{R2}=90\, I_1^2$
$I_3=2I_1$ $\qquad$ $P_{R3}=20\, I_1^2$

Por lo tanto la resistencia que mas consume es R_2 y la que menos R_1.

6. Deduce la expresión de la resistencia equivalente de un conjunto de resistencias conectadas en paralelo. | Dedueix l'expressió de la resistència equivalent d'un conjunt de resistències connectades en paral·lel.



Asociación en paralelo

En la asociación en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en todas las resistencias, y en cambio, la intensidad es diferente como consecuencia de producirse una derivación, es decir, una separación de las cargas que fluyen por distintos caminos. Así la intensidad general, o intensidad en la entrada es la suma de las intensidades en cada rama:

$$I = I_1 + I_2$$

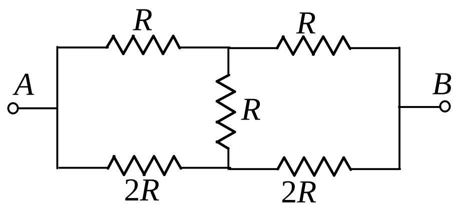
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} = V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

En la resistencia equivalente entre A y B, R_{eq} tendremos que:

$I = \dfrac{V_{AB}}{R_{eq}}$ comparando las dos expresiones se deduce que:

$\dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$, y en general, para n resistencias: $\dfrac{1}{R_{eq}} = \sum_1^n \dfrac{1}{R_i}$

7. Determina la resistencia equivalente entre los puntos A y B de la asociación de resistencias de la figura | Determina la resistència equivalent entre els punts A i B de la associació de resistències de la figura



$$R = \frac{\begin{vmatrix} 4R & -R & -2R \\ -R & 4R & -2R \\ -2R & -2R & 4R \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4R & -R \\ -R & 4R \end{vmatrix}} = \frac{20R^3}{15R^2} = \tfrac{4}{3}R$$

8. Sea un circuito lineal activo con terminales de salida A y B y un voltímetro de resistencia interna infinita. Se mide la diferencia de potencial entre los puntos A y B, obteniendo $V_{AB}=V_0$. Se conecta una rama entre los puntos A y B con una resistencia R, obteniéndose ahora una diferencia de potencial entre A y B $V_{AB}=2V_0/3$. Determina ε_T y R_T del generador equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. | Siga un circuit lineal actiu amb terminals d'eixida A i B i un voltímetre de resistència interna infinita. Es mesura la diferencia de potencial entre els punts A i B, obtenint $V_{AB}=V_0$. Es connecta una branca entre els punts A i B amb una resistència R, obtenint-se ara una diferencia de potencial entre A i B $V_{AB}=2V_0/3$. Determina ε_T i R_T del generador equivalent de Thevenin entre els punts A i B.

Como el voltímetro tiene resistencia infinita la ε_T es directamente Vo.

$I = Vo / (R+R_T)$

$Vo - IR_T = 2Vo/3$

$Vo – R_T Vo/(R+R_T) = 2Vo/3$

$VoR + VoR_T - VoR_T = (2VoR + 2VoR_T) / 3$

$3VoR = 2VoR + 2\,VoR_T$

$R_T = R/2$

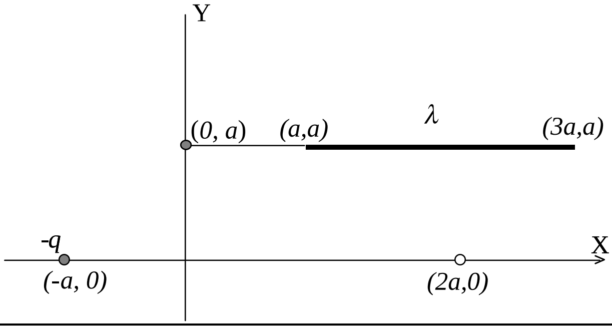
Por lo tanto:

$\varepsilon_T = Vo$
$R_T = R/2$

1er parcial problemes FFI (FI) 1er parcial problemas FFI (FI)	16-gener-2003 16-enero-2003

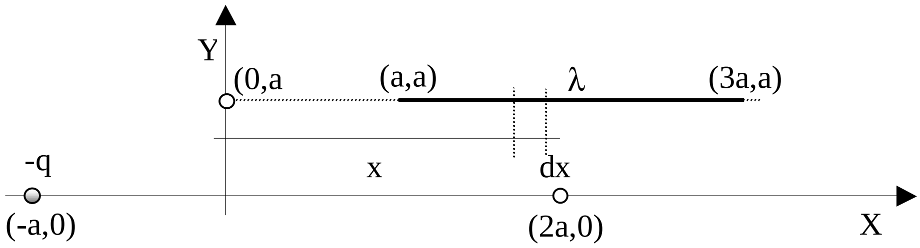
1. Un sistema de càrregues està format per una càrrega puntual de valor $-q$ situada en el punt $(-a,0)$ i una distribució lineal de càrrega, rectilínia i de densitat de càrrega $\lambda=q/2a$ uniforme, situada en paral·lel amb l'eix OX i extrems en els punts (a,a) i $(3a,a)$. Determina:
   a) L'expressió del camp elèctric en els punts $(2a,0)$ i $(0,a)$
   b) L'expressió del potencial en el punt $(0,a)$.
   c) L'expressió de la força que actua sobre una càrrega Q, que es situa en el punt $(0,a)$, i
   d) L'energia potencial que tindrà la càrrega Q.

1. Un sistema de cargas está formado por una carga puntual de valor $-q$ situada en el punto $(-a,0)$ y una distribución lineal de carga, rectilínea y de densidad de carga $\lambda=q/2a$ uniforme, situada en paralela al eje OX y extremos en los puntos (a,a) y $(3a,a)$. Determina:
   a) La expresión del campo eléctrico en los puntos $(2a,0)$ y $(0,a)$
   b) La expresión del potencial en el punto $(0,a)$.
   c) La expresión de la fuerza que actúa sobre una carga Q que se situa en el punto $(0,a)$, y
   d) La energía potencial que tendrá la carga Q.



a) El valor del campo eléctrico, tanto en el punto (0,a) como en el (2a,0), será la suma del campo creado por la carga -q y del campo creado por la distribución lineal:

1. Valor del campo eléctrico en (0,a)

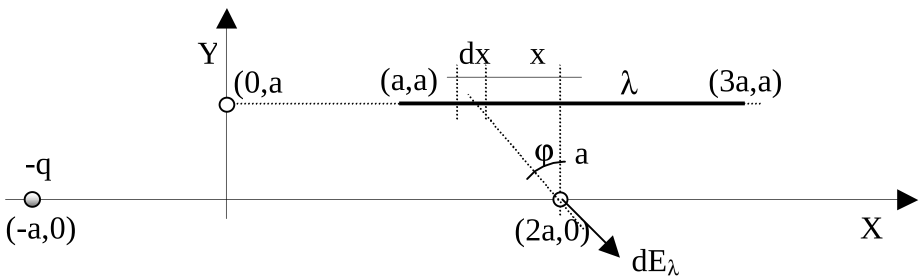


Campo creado por -q: $\vec{E}_{-q(0,a)} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 2a^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)$ N/m

Campo creado por la distribución lineal: $\vec{E}_{\lambda(0,a)} = -\int_a^{3a} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x^2}\vec{i} = -\frac{q}{12\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{i}$ N/m

Campo total en (0,a): $\vec{E}_{(0,a)} = \vec{E}_{-q(0,a)} + \vec{E}_{\lambda(0,a)} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\vec{j}\right]$ N/m

2. Valor del campo eléctrico en (2a,0):



Campo creado por -*q*: $\vec{E}_{-q(2a,0)} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 9a^2}\vec{i}$ N/m

Campo creado por la distribución lineal:

$$x = a\,\mathrm{tg}\,\varphi \Rightarrow dx = a\frac{1}{\cos^2\varphi}d\varphi$$

$$dE_\lambda = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{\left(\frac{a}{\cos\varphi}\right)^2} = \frac{\lambda a d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \cos\varphi^2 \frac{a^2}{\cos\varphi^2}} = \frac{\lambda d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 a} \text{ N/m}$$

$$E_{\lambda(2a,0)} = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} dE_\lambda \cos\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\cos\varphi d\varphi = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0 a} \text{ N/m}$$

$$\vec{E}_{\lambda(2a,0)} = -\frac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0 a}\vec{j} \text{ N/m}$$

Campo total en (2a,0): $\vec{E}_{(2a,0)} = \vec{E}_{-q(2a,0)} + \vec{E}_{\lambda(2a,0)} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\frac{1}{9}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right]$ N/m

b) El potencial electrostático en el punto (0,a) será la suma del debido a la carga -q y del debido a la distribución lineal:

Potencial debido a -*q*: $V_{-q(0,a)} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}$ V

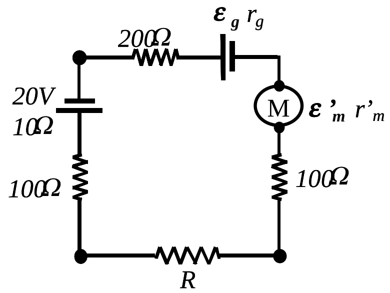
Potencial debido a la distribución lineal: $V_{\lambda(0,a)} = \int_a^{3a}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x} = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 a}\ln 3$ V

Potencial total en (0,a) $V_{(0,a)} = V_{-q(0,a)} + V_{\lambda(0,a)} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\ln 3\right]$ V

c) $\vec{F}_{Q(0,a)} = Q\vec{E}_{(0,a)} = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\left(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\vec{j}\right]$ N

d) $U_{Q(0,a)} = QV_{(0,a)} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\ln 3\right)$ J

2. En el circuit de la figura el motor te una força contraelectromotriu ε'_m de 5V i una resistència interna r'_m de 15Ω, i el generador una força electromotriu ε_g de 10V i la mateixa resistència interna que el motor. Determina: a) El valor de R per que el rendiment del generador ε_g siga del 99%. En aquestes condicions determina: b) la intensitat de corrent pel circuit. c) el rendiment del motor, i la diferència de potencial entre terminals del motor. d) la potencia generada, la dissipada per efecte Joule en cada resistència del circuit i en les resistències internes de generador i motor, i la transformada en el motor.	2. En el circuito de la figura el motor tiene una fuerza contraelectromotriz ε'_m de 5V y una resistencia interna r'_m de 15Ω, y el generador una fuerza electromotriz ε_g de 10V y la misma resistencia interna que el motor. Determina: a) El valor de R para que el rendimiento del generador ε_g sea del 99%. En estas condiciones determina: b) la intensidad de corriente por el circuito. c) el rendimiento del motor, y la diferencia de potencial entre terminales del motor. d) la potencia generada, la disipada por efecto Joule en cada resistencia del circuito y en las resistencias internas de generador y motor, y la transformada en el motor.



a) y b) El rendimiento del generador es:

$$\eta_g = \frac{V_g}{\varepsilon_g} = \frac{\varepsilon_g - Ir_g}{\varepsilon_g} = 1 - \frac{Ir_g}{\varepsilon_g} = 0{,}99;\ 0{,}01 = \frac{15}{10} I = 1{,}5I\ ;$$

por lo que la intensidad vale $I = \dfrac{1}{150}$ A .

La resistencia R vale, aplicando la ecuación del circuito:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\sum R} = \frac{30-5}{R+440} = \frac{25}{R+440} = \frac{1}{150};\qquad R = 3310\ \Omega$$

c) $$\eta_m = \frac{\varepsilon_m}{V_m} = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_m + Ir_m} = \frac{5}{5+\frac{15}{150}} = 0{,}98$$

La diferencia de potencial en las terminales del motor es:

$$V_m = \varepsilon_m + Ir_m = 5 + 0{,}1 = 5{,}1 \text{ V}$$

d) La potencia se genera en dos generadores y vale:

$$P_g = \varepsilon_1 I + \varepsilon_2 I = 20\cdot 1/150 + 10\cdot 1/150 = 1/5 \text{ W} = 0{,}2 \text{ W}$$

La potencia disipada en cada resistencia por efecto Joule se calcula como I^2R, y vale:

$$P_{JouleR} = \left(\frac{1}{150}\right)^2 (100+100+200+3310) = 0{,}165 \text{ W}$$

La potencia disipada en las resistencias internas:

$$P_{Joule\ resinternas} = \left(\frac{1}{150}\right)^2 (10+15+15) = 0{,}00178 \text{ W}$$

Y la potencia transformada en el motor:

$$P_{motor} = \varepsilon_m I = 5\cdot(1/150) = 1/30 \text{ W}$$

3. En el circuit de la figura:

a) Determina la intensitat de corrent en la resistència de 300Ω
- Utilitzant les lleis de Kirchoff i
- el mètode matricial de les malles.

b) Determina la resistència equivalent, la diferència de potencial i el generador equivalent de Thevenin entre A i B, i

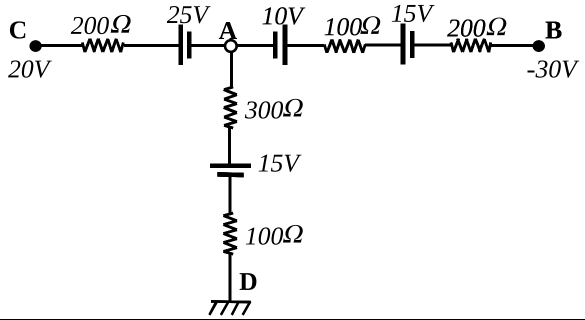
c) Calcula la intensitat que recorrerà una resistència de 150Ω situada entre A i B.

1) En el circuito de la figura:

a) Determina la intensidad de corriente en la resistencia de 300Ω
- Utilizando las leyes de Kirchoff y
- el método matricial de las mallas.

b) Determina la resistencia equivalente, la diferencia de potencial y el generador equivalente de Thevenin entre A y B, y

c) Calcula la intensidad que recorrerá una resistencia de 150Ω situada entre A y B.



a)

a.1) Por Kirchoff:

$$I_{CA} - I_{AD} - I_{AB} = 0 \quad (1)$$

$$V_C - V_A = 20 - V_A = 200 I_{CA} + 25$$

$$V_A - V_B = V_A + 30 = -10 + 300 I_{AB} + 15$$

$$V_A - V_D = V_A - 0 = 400 I_{AD} + 15$$

$$I_{CA} = \frac{-5 - V_A}{200}; \qquad I_{AB} = \frac{V_A + 25}{300}; \qquad I_{AD} = \frac{V_A - 15}{400};$$

Sustituyendo en (1): $\frac{-5 - V_A}{200} - \frac{V_A + 25}{300} - \frac{V_A - 15}{400} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = -6{,}54V$

$$I_{CA} = 0{,}0077A; \quad I_{AB} = 0{,}0615A; \quad I_{AD} = -0{,}054A;$$

La intensidad pedida es: $I_{DA} = 0{,}054\ A$

a.2) Método matricial:

Tomando como sentido para las intensidades ficticias el antihorario, tenemos:

$$\begin{pmatrix} 15 + 25 - 20 \\ 15 - 10 - 15 - 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 & -400 \\ -400 & 700 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$J_1 = -0{,}0077A; \quad J_2 = -0{,}0615; \quad I_{DA} = J_1 - J_2 = 0{,}054A;$$

b) Resistencia equivalente entre AB y generador equivalente de Thevenin;

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}; \quad \Rightarrow \quad R_{Th} = R_{eq} = 92{,}31\Omega$$

$$\varepsilon_{Th} = V_A - V_B = -6{,}54 - (-30) = 23{,}46V$$

c) $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{23{,}46}{150 + 92{,}31} = 0{,}097\ A$