DEPARTAMENT DE FÍSICA APLICADA EXAMEN DE TEORIA DE F.F.I.	6 de febrer de 2006
COGNOMS:	NOM:

1. Obtenir les dimensions i unitats de la constant dielèctrica del buit ε_0.

Obtener las dimensiones y unidades de la constante dieléctrica del vacío ε_0.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}; \quad [4\pi] = 1\,\text{(adimensional)}$$

$$[\varepsilon_0] = \frac{[qq']}{[F][r^2]} = \frac{I^2T^2}{MLT^{-2}L^2} = I^2T^4M^{-1}L^{-3}$$

unidades: $A^2s^{-4}Kg^{-1}m^{-3}$

2. Una càrrega puntual de valor Q està situada en el centre d'una superfície esfèrica de ràdio R. Calcula el flux del camp elèctric que travessa la superfície. Comprova que compleix el teorema de Gauss.

Una carga puntual de valor Q está situada en el centro de una superficie esférica de radio R. Calcula el flujo del campo eléctrico que atraviesa la superficie. Comprueba que cumple el teorema de Gauss.

Según el teorema de Gauss el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga encerada en el interior de dicha superficie dividido por la permitividad dieléctrica del medio. Esto es:

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

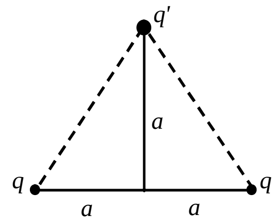
Comprobación:

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S E\cdot dS = \oint_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\oint_s dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{c.q.d.}$$

El campo eléctrico y el vector superficie en cada punto de la superficie esférica son paralelos, por lo que el producto escalar de ambos vectores es igual al producto de sus módulos.

3. Dues càrregues puntuals, positives i iguals *q*, estan separades per una distància 2*a*. Una càrrega positiva *q*’ es col·loca equidistant d'elles, tal com mostra la figura. Determina la força total exercida sobre *q*’.

Dos cargas puntuales, positivas e iguales *q*, están separadas por una distancia 2*a*. Una carga positiva *q’* se coloca equidistante de ellas, tal como muestra la figura. Determina la fuerza total ejercida sobre *q’*.



La fuerza que ejerce cada carga q sobre la q´ es:

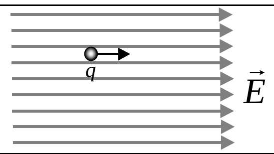
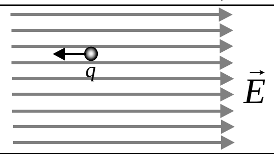
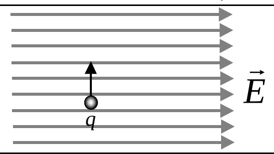
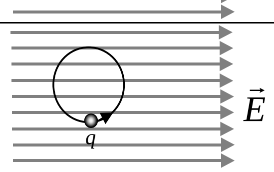
$$\vec{F}_1 = k\frac{qq'}{2a^2}\cdot\frac{a\vec{i}+a\vec{j}}{a\sqrt{2}}; \qquad \vec{F}_2 = k\frac{qq'}{2a^2}\cdot\frac{-a\vec{i}+a\vec{j}}{a\sqrt{2}};$$

La fuerza total sobre la carga q´ aplicando el principio de superposición, es:

$$\vec{F} = \vec{F}_1+\vec{F}_2 = k\frac{qq'}{2a^2}\cdot\frac{a\vec{i}+a\vec{j}}{a\sqrt{2}}+k\frac{qq'}{2a^2}\cdot\frac{-a\vec{i}+a\vec{j}}{a\sqrt{2}} = k\frac{qq'}{a^2\sqrt{2}}\,\vec{j}\ldots(N)$$

4. Una càrrega elèctrica positiva es mou en l'interior d'un camp elèctric uniforme. Justifica com varia la seua energia potencial electrostàtica en els següents casos

Una carga eléctrica positiva se mueve en el interior de un campo eléctrico uniforme. Justifica cómo varía su energía potencial electrostática en los siguientes casos:

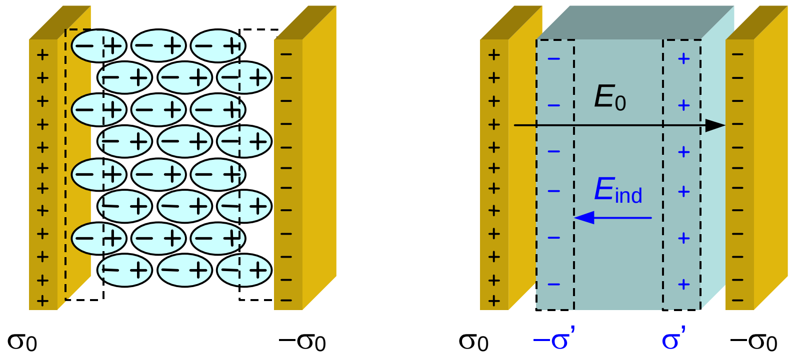
a) La càrrega es mou en la direcció i sentit del camp elèctric. Disminuye	La carga se mueve en la dirección y sentido del campo eléctrico.	
b) La càrrega es mou en la direcció del camp elèctric però en sentit contrari. Aumenta	La carga se mueve en la dirección del campo eléctrico pero en sentido contrario.	
c) La càrrega es mou en sentit perpendicular al camp elèctric. No varía	La carga se mueve en sentido perpendicular al campo eléctrico.	
d) La càrrega descriu una circumferència i torna al punt de partida No varía	La carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida.	

Por una parte la energía potencial electrostática es $U = qV$ y el campo eléctrico lo podemos expresar como $\vec{E} = -\nabla V$, por lo que el sentido del campo eléctrico es el de los potenciales decrecientes. Así en el caso a) la carga se mueve de mayor a menor potencial, luego su energía potencial disminuye. El caso b) sería al contrario. En el caso c) se mueve sobre una superficie equipotencial y no varía su potencial electrostático, al igual que en el caso d) en el que la carga vuelve a su posición inicial.

5. Un dielèctric s'introdueix en un camp elèctric. El camp elèctric en l'interior del dielèctric és menor o major que en l'exterior? Raona la resposta.

Un dieléctrico se introduce en un campo eléctrico. ¿El campo eléctrico en el interior del dieléctrico es menor o mayor que en el exterior? Razona la respuesta.

El campo en el interior del dieléctrico es menor que el campo eléctrico aplicado, $E_d = E_0/\varepsilon_r$. Esto es debido al fenómeno de polarización en el material dieléctrico ya que al aplicar un campo eléctrico aparece una densidad superficial de carga σ', denominada carga ligada porque está unida a las moléculas del dieléctrico al contrario de las cargas libres que sí pueden desplazarse por dentro del cristal. Esta carga ligada produce un campo eléctrico E_{ind} (ver Figura) de sentido opuesto al campo eléctrico aplicado por lo que el campo eléctrico total en el dieléctrico $E_d = E_0 - E_{ind}$



La polarización del dieléctrico produce la aparición de una carga ligada en forma de densidad superficial de carga ligada σ' en la superficie del dieléctrico

6. Defineix la resistència equivalent d'un conjunt de resistències. Dedueix l'expressió de la resistència equivalent d'un conjunt de resistències associades en paral·lel.

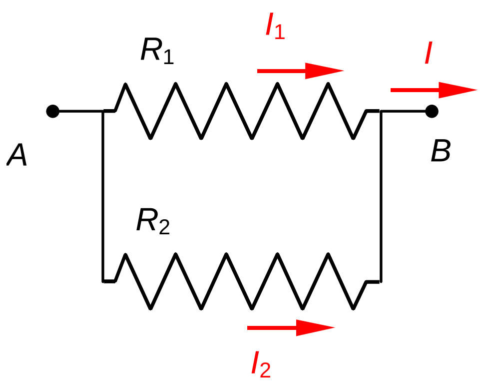
Define la resistencia equivalente de un conjunto de resistencias. Deduce la expresión de la resistencia equivalente de un conjunto de resistencias asociadas en paralelo.

La resistencia equivalente de un conjunto de resistencias, es aquella resistencia que sometida a la misma diferencia de potencial que el conjunto, deja pasar la misma intensidad de corriente que todo el conjunto de resistencias.

Asociación en paralelo

En la asociación en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en todas las resistencias. Así la intensidad general, o intensidad en la entrada es la suma de las intensidades en cada rama:

$$I = I_1 + I_2$$



Asociación en paralelo

Si se aplica la ley de Ohm en la resistencia equivalente y en el conjunto de resistencias asociadas en paralelo setiene: $I = I_1 + I_2$

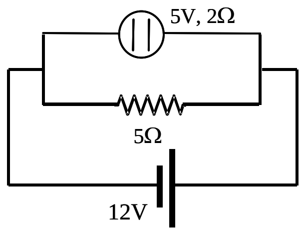
$$\frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2}\ ; \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

, y en general, para n resistencias:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

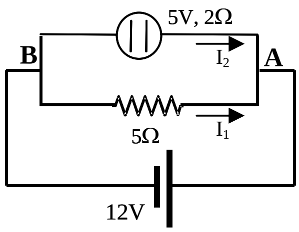
7. Quin element del circuit de la figura consumeix una potència major, la resistència o el motor? Justifica la resposta.

¿Qué elemento del circuito de la figura consume una potencia mayor, la resistencia o el motor? Justifica la respuesta.



V_{AB}= 12 V = 2I_2 + 5; 12-5 = 7 = 2I_2 $\Longrightarrow$ $I_2 = 7/2 = 3.5A$

12 = 5 I_1 $\Longrightarrow$ I_1 = 12/5 = 2.4 A



$P_R = 5\ I_1^2 = 5 * 2.4^2 = 28.5$ W

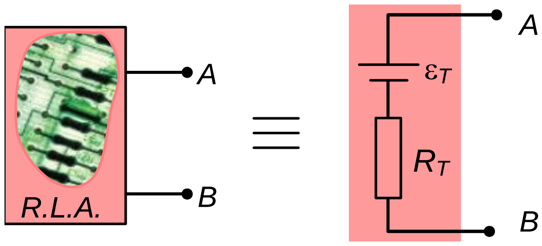
$P_M = 5\ I_2 + 2\ I_2^2 = 42$ W

"El motor consume más potencia que la resistencia"

8. Siga un circuit lineal actiu amb terminals d'eixida *A* i *B*: La diferència de potencial entre *A* i *B* en circuit obert és igual a *V*. Quan es connecta una resistència *R* entre *A* i *B*, la diferència de potencial passa a ser igual a *V*/2. Determina, raonant la resposta, ε_T i R_T del generador equivalent de Thevenin.

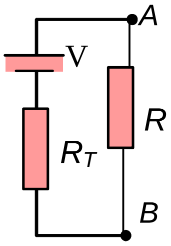
8. Sea un circuito lineal activo con terminales de salida *A* y *B*: La diferencia de potencial entre *A* y *B* en circuito abierto es igual a *V*. Cuando se conecta una resistencia *R* entre *A* y *B*, la diferencia de potencial pasa a ser igual a *V*/2. Determina, razonando la respuesta, ε_T y R_T del generador equivalente de Thevenin.

El teorema de Thevenin dice que: "Cualquier circuito lineal activo con terminales de salida A y B es equivalente a un generador de fuerza electromotriz ε_T y resistencia R_T, donde ε_T es la diferencia de potencial entre A y B y R_T la resistencia equivalente de la red pasiva entre A y B".



$\varepsilon_T = V_A - V_B = V$

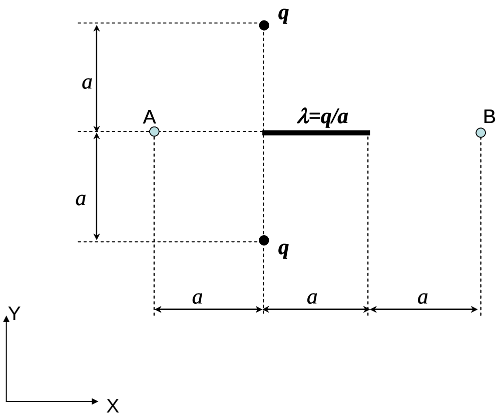
Si al circuito se le añade una Resistencia R entre A y B dice que la ddp es V/2. Añadamos esta resistencia R al circuito euivalente de Thvenin entre Ay B



$$V_{AB} = \frac{V}{2} = V - R_T I = V - R_T \frac{V}{R + R_T} \Longrightarrow$$

$$\frac{R_T}{R + R_T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{R = R_T}}$$

DEPARTAMENT DE FÍSICA APLICADA EXAMEN DE PROBLEMES 1er PARCIAL F.F.I.	6 de febrer de 2006

Un sistema de càrregues està format per dues càrregues puntuals i una distribució rectilínia de càrrega de longitud a, les tres amb el mateix valor de càrrega total q, i situades com s'indica en el dibuix. a. Determina l'expressió del camp elèctric en el punt A. b. Determina el potencial elèctric en el punt A. c. Calcula la diferència de potencial entre el punt A i el B, i l'energia necessària per a traslladar una càrrega puntual de valor Q des del punt A a l'instant B.	Un sistema de cargas está formado por dos cargas puntuales y una distribución rectilínea de carga de longitud a, las tres con el mismo valor de carga total q, y situadas como se indica en el dibujo. a. Determina la expresión del campo eléctrico en el punto A. b. Determina el potencial eléctrico en el punto A. c. Calcula la diferencia de potencial entre el punto A y el B, y la energía necesaria para trasladar una carga puntual de valor Q desde el punto A al punto B.	

a) El campo eléctrico creado por cada una de las cargas puntuales q en A será (en módulo):

$$E_{A,q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2a^2}$$

El campo eléctrico creado por la distribución lineal λ en A será (en módulo):

$$E_{A,\lambda} = \int_a^{2a}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x^2} = \frac{\lambda}{8\pi\varepsilon_0}$$

Este campo creado por la distribución lineal λ tendrá dirección horizontal, y sentido hacia la izquierda (suponiendo λ positiva). Las componentes verticales de los campos creados por ambas cargas puntuales se anulan, quedando un campo horizontal resultante, dirigido también hacia la izquierda si q>0. Por tanto, el campo total en A será (dirección horizontal y sentido hacia la izquierda):

$$E_A = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\lambda}{8\pi\varepsilon_0 a} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{q\sqrt{2}}{a} + \lambda\right)$$

b) El potencial eléctrico creado por cada una de las cargas puntuales q en A será:

$$V_{A,q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{2}a}$$

El potencial eléctrico creado por la distribución lineal λ en A será:

$$V_{A,\lambda} = \int_a^{2a}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2$$

Y el potencial eléctrico total en A será:

$$V_A = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{2}a} + \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q\sqrt{2}}{a} + \lambda\ln 2\right)$$

c) El potencial eléctrico creado por la distribución lineal en el, punto B será, por simetría, igual al creado en A. El potencial creado por cada carga puntual q en B será:

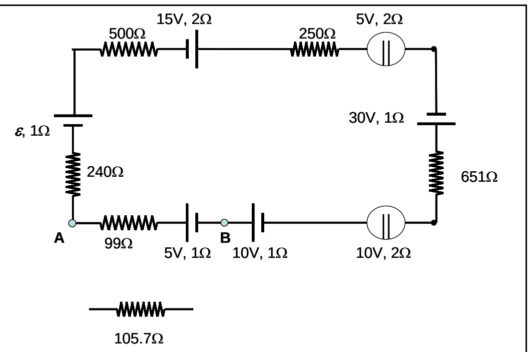
$$V_{B,q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{5}a}$$

Por tanto, el potencial eléctrico total en B y la d.d.p. entre A y B serán:

$$V_B = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{5}a} + \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q}{\sqrt{5}a} + \lambda\ln 2\right) \qquad V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

Y la energía necesaria para trasladar una carga Q desde A hasta B:

$$W_{AB} = Q(V_A - V_B) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

En el circuit de la figura: a. Calcula la força electromotriu del generador ε perquè la resistència de 500Ω dissipe 2W per efecte Joule. Calcula el valor de la intensitat i assenyalar el seu sentit. b. Determina el rendiment del generador ε i el del motor de força contraelectromotriu 10V. c. Determina el generador equivalent de Thevenin entre A i B. d. A partir d'ell, calcula la intensitat que circula per una resistència de 105.7Ω afegida al circuit entre A i B.	En el circuito de la figura: a. Calcula la fuerza electromotriz del generador ε para que la resistencia de 500Ω disipe 2W por efecto Joule. Calcula el valor de la intensidad y señala su sentido. b. Determina el rendimiento del generador ε y el del motor de fuerza contraelectromotriz 10V. c. Determina el generador equivalente de Thevenin entre A y B. d. A partir de él, calcula la intensidad que circula por una resistencia de 105.7Ω añadida al circuito entre A y B.	

Solució al problema 2 de l'examen de FFI (Facultat) del 6/2/06

a) La potència *p* que dissipa la resistència de 500 Ω és

$$p = I^2\,500 = 2W$$

i per tant, la intensitat *I* de corrent

$$I = \sqrt{\frac{2}{500}} = 63\,mA$$

Observant la polaritat dels generadors, només és possible el sentit horari per al corrent. L'equació del circuit és

$$I = \frac{\varepsilon + 45}{1750}$$

d'on la força electromotriu ε demanada

$$\varepsilon = 1750\,I - 45 = 65.7\,V$$

b) El rendiment del generador és

$$\eta_g = \frac{p_{subm}}{p_{gen}} = \frac{\varepsilon - I r}{\varepsilon} = 0.999$$

i el rendiment del motor

$$\eta_m = \frac{p_{trans}}{p_{cons}} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + I r'} = 0.99$$

c) La resistència de Thevenin és la equivalent del circuit entre A i B

$$R_{th} = 100 \,\|\, 1650 = 94\,\Omega$$

i la força electromotriu de Thevenin ε_{th} és igual a la diferència de potencial

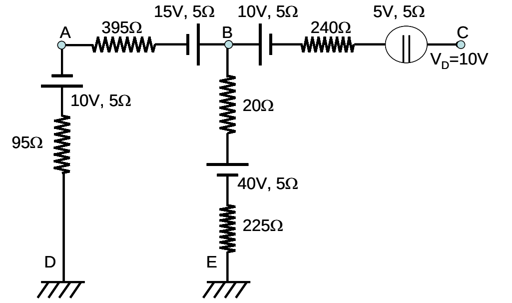
$$V_A - V_B = -I\,100 - (-5) = -1.3\,V$$

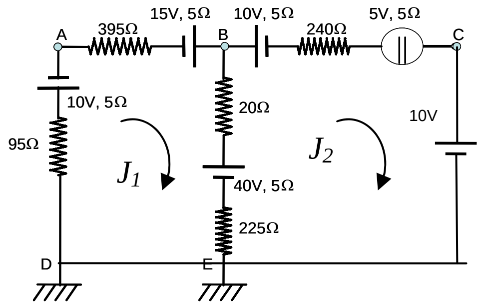
i per tant, el potencial és més alt en B que en A.

d) Aplicant l'equació del circuit al format per la dita resistència connectada al generador de Thevenin anterior,

$$I' = \frac{1.3}{105.7 + 94} = 6.6\,mA$$

és la intensitat que circula per la nova resistència.

En la xarxa de la figura determinar la intensitat de corrent que circula pel motor i el seu sentit. a. Calcula la intensitat que circula pel motor. b. Determina el rendiment del motor i del generador de 15V. c. Calcula la resistència equivalent entre B i C pel mètode de les malles.	En la red de la figura determinar la intensidad de corriente que circula por el motor y su sentido. a. Calcula la intensidad que circula por el motor. b. Determina el rendimiento del motor y del generador de 15V. c. Calcula la resistencia equivalente entre B y C por el método de las mallas.	



a) per malles calculem la intensitat de dorrent pel motor:

$$\begin{bmatrix} -10+15-40 \\ +40-10-5-10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -35 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 750 & -250 \\ -250 & 500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} -35 & -250 \\ 15 & 500 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 750 & -250 \\ -250 & 500 \end{vmatrix}} = -44mA$$

$$J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 750 & -35 \\ -250 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 750 & -250 \\ -250 & 500 \end{vmatrix}} = 8mA$$

J_2 és positiva, la polaritat del motro és correcta.

b) Rendiment del motor: $\eta_m = \dfrac{\varepsilon'}{\varepsilon' + J_2 r'} = \dfrac{5}{5 + 0.008{\cdot}5} = 99\%$

Pel generador de 15V la intensitat circula de major a menor potencial, actua de receptor:

$$\eta_g = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + J_1 r} = \frac{15}{15 + 0.044{\cdot}5} = 99\%$$

c) $R_{BC} = \dfrac{\begin{vmatrix} 250 & -250 & 0 \\ -250 & 750 & -250 \\ 0 & -250 & 500 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 750 & -250 \\ -250 & 500 \end{vmatrix}} = 100\Omega$