

COGNOMS:

NOM:

1. Enuncia la ley de Coulomb. Enuncia el Principio de Superposición aplicado a la fuerza que ejercen un conjunto de n cargas puntuales sobre una carga q_0 .

1. Enuncia la llei de Coulomb. Enuncia el Principi de Superposició aplicat a la força que exerceixen un conjunt de n càrregues puntuals sobre una càrrega q_0 .

Ley de Coulomb:

Dos cargas eléctricas puntuales q_1 y q_2 , en reposo, separadas una distancia r en el vacío, se ejercen entre sí una fuerza cuyo módulo es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, cuya dirección es la de la recta que las une y es repulsiva si son del mismo signo y atractiva si son de signo contrario.

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{r12}$$

Principio de Superposición:

Dada una distribución de cargas q_i actuando sobre una carga q , la fuerza total sobre q es la suma vectorial de las fuerzas que ejerce cada una de ellas sobre dicha carga

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

2. Calcula el trabajo necesario para alejar una carga puntual q situada a una distancia r de otra carga puntual Q hasta una distancia infinita.

2. Calcula el treball necessari per a allunyar una càrrega puntual q situada a una distància r d'altra càrrega puntual Q fins a una distància infinita.

$$W_{r\infty} = -q(V_\infty - V_r) = qV_r = \frac{kqQ}{r}$$

Este trabajo es realizado por la fuerza eléctrica de la carga Q sobre q .

3. El esquema de la figura representa el divisor resistivo de un convertidor analógico - digital. Calcula las tensiones intermedias V_0 , V_1 , V_2 .

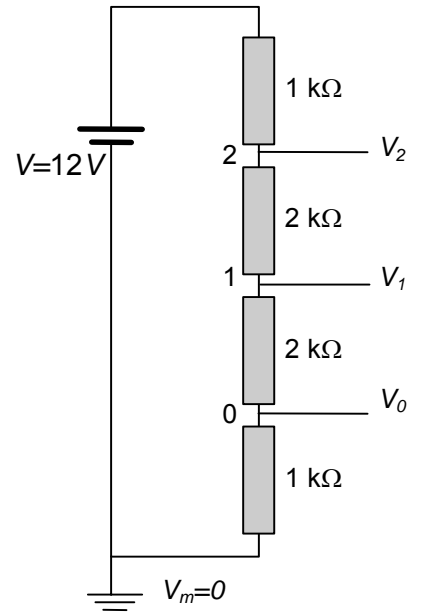
3. L'esquema de la figura representa el divisor resistiu d'un convertidor analògic - digital. Calcula les tensions intermèdies V_0 , V_1 i V_2 .

$$I = 12 / 6 = 2 \text{ mA}$$

$$V_0 = 1 * 2 = 2 \text{ V}$$

$$V_1 = 3 * 2 = 6 \text{ V}$$

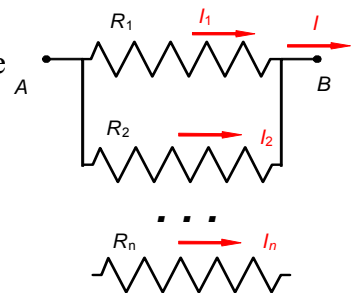
$$V_2 = 5 * 2 = 10 \text{ V}$$



4. Deduce la expresión de la resistencia equivalente de un conjunto de n resistencias asociadas en paralelo.

4. Dedueix l'expressió de la resistència equivalent d'un conjunt de n resistències associades en paral·lel.

En la asociación en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en todas las resistencias, y en cambio, la intensidad es diferente como consecuencia de producirse una derivación, es decir, una separación de las cargas que fluyen por distintos caminos. Así la intensidad general, o intensidad en la entrada es la suma de las intensidades en cada rama:



$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

Si se aplica la ley de Ohm en esta resistencia, se tiene que:

$$\frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \dots + \frac{V_{AB}}{R_n}; \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}, \text{ es decir, } \frac{1}{R_{eq}} = \sum_1^n \frac{1}{R_i}$$

5. Enuncia la ley de Ohm microscópica y deduce a partir de ella la resistencia de un conductor homogéneo, cilíndrico de longitud l , sección S y resistividad ρ .

5. Enuncia la llei de Ohm microscòpica i dedueix a partir d'ella la resistència d'un conductor homogeni, cilíndric de longitud l , secció S i resistivitat ρ .

Páginas 5-9 y 5-10 del libro de teoría:

La ley de Ohm microscópica establece que La densidad de corriente en un punto es directamente proporcional al campo eléctrico en dicho punto:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

A la constante de proporcionalidad σ , se le denomina conductividad. Esta ley es únicamente válida en los materiales óhmicos. Calculamos la diferencia de potencial entre dos puntos considerando un camino tal que sea siempre paralelo al campo, con lo cual el producto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ será igual al producto de los módulos de ambos vectores:

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_a^b E \, d\ell$$

Para el caso de materiales óhmicos en los cuales $J = \sigma E$, se obtiene,

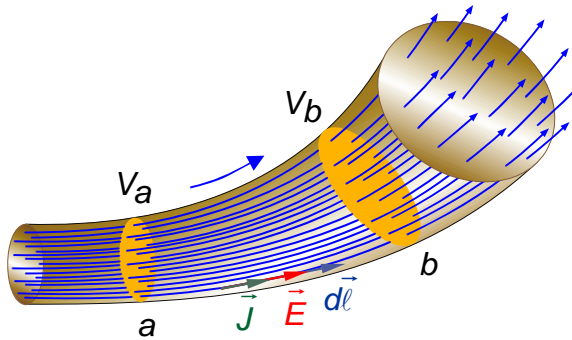
$$V_a - V_b = \int_a^b E \, d\ell = \int_a^b \frac{J}{\sigma} \, d\ell$$

Si consideramos ahora que la densidad de corriente es uniforme en la sección del conductor a lo largo del elemento de longitud $d\ell$, la densidad de corriente se puede expresar como I/S , siendo S el área transversal del conductor en el punto concreto. De esta forma,

$$V_a - V_b = \int_a^b \frac{I}{S\sigma} \, d\ell$$

y puesto que la intensidad de corriente es uniforme a lo largo de todo el conductor se obtiene finalmente que la diferencia de potencial entre dos puntos a y b para un material óhmico viene dada por,

$$V_a - V_b = I \int_a^b \frac{d\ell}{S\sigma}$$



A partir de ahí, se define la resistencia de un conductor como:

$$R = \int_a^b \frac{d\ell}{S\sigma} = \int_a^b \frac{\rho d\ell}{S}$$

En el caso de un conductor homogéneo y cilíndrico, S y ρ son constantes, con lo cual:

$$R = \int_a^b \frac{\rho d\ell}{S} = \frac{\rho}{S} \int_a^b d\ell = \frac{\rho l}{S}$$

También podemos plantear la demostración del siguiente modo:

Partimos de la ley de Ohm microscópica,

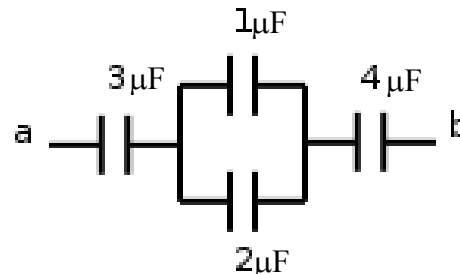
$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow J = \sigma E$$

Al tratarse de un conductor homogéneo y cilíndrico podemos considerar que J es uniforme a lo largo de la sección del conductor, con lo cual $J=I/S$. Además, en esas mismas condiciones, el campo eléctrico es uniforme a lo largo del conductor, por lo cual $E=V_{ab}/l$. De esta forma:

$$\frac{I}{S} = \sigma \frac{V_{ab}}{l} \Rightarrow V_{ab} = I \frac{l}{\sigma S} = I \frac{\rho l}{S} \Rightarrow R = \frac{\rho l}{S}$$

6. Carreguem l'associació de condensadors de la figura aplicant una tensió $V_{ab} = 11V$ entre els punts a i b . Calcula la capacitat equivalent, l'energia emmagatzemada en el sistema i la càrrega Q_3 del condensador de $3\mu F$.

6. Carreguem l'associació de condensadors de la figura aplicant una tensió $V_{ab} = 11V$ entre els punts a i b . Calcula la capacitat equivalent, l'energia emmagatzemada en el sistema i la càrrega Q_3 del condensador de $3\mu F$.



Capacidad equivalente:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12} \Rightarrow C_{eq} = \frac{12}{11} \mu F = 1,09 \mu F$$

Energía almacenada:

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V_{ab}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{11} \cdot 11^2 = 66 \mu J$$

Al estar en serie, la carga del condensador 3 coincide con la carga total almacenada:

$$Q_3 = Q_T = C_{eq} V_{ab} = \frac{12}{11} \cdot 11 = 12 \mu C$$

7. Justifica, utilizando el modelo de las bandas de energía, el diferente comportamiento de la conductividad de un semiconductor frente a la temperatura según éste sea intrínseco o extrínseco, indicando en un gráfico dicho comportamiento.

7. Justifica, utilitzant el model de les bandes d'energia, el diferent comportament de la conductivitat d'un semiconductor amb la temperatura segons aquest siga intrínsec o extrínsec, indicant en un gràfic aquest comportament.

8. Calcula la concentración de electrones y huecos en el germanio (Ge) puro a 300 K ($n_i(300 K) = 2,36 \cdot 10^{19} m^{-3}$) y en el Ge dopado con antimonio (Sb, $5e^-$ de valencia) con una concentración de $4 \cdot 10^{22} m^{-3}$.

8. Calcula la concentració d'electrons i buits en el germani (Ge) pur a 300 K ($n_i(300 K) = 2,36 \cdot 10^{19} m^{-3}$) i en el Ge dopat amb antimoni (Sb, $5e^-$ de valència) amb una concentració de $4 \cdot 10^{22} m^{-3}$.

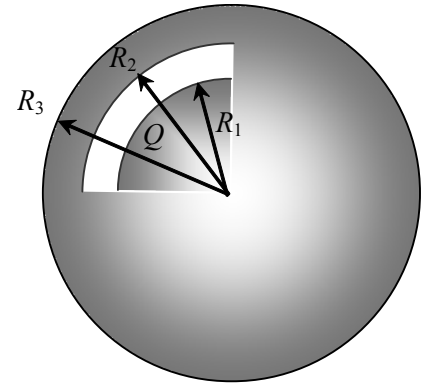
COGNOMS:

NOM:

1. Sea un conductor esférico hueco de radio interno R_2 y radio externo R_3 en cuyo interior se sitúa otro conductor esférico macizo de radio R_1 . El conductor interno está cargado con una carga total Q , y el externo tiene carga total nula. Calcula:

- Las densidades superficiales de carga en las superficies de los conductores.
- El campo eléctrico en todas las regiones del espacio: $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 < r < R_3$, $r > R_3$.
- La diferencia de potencial entre los puntos $r = R_1$ y $r = R_2$.
- Dicho sistema constituye un condensador con simetría esférica. Calcula la capacidad de dicho condensador.

A continuación se rellena el espacio entre los dos conductores con aceite, cuya constante dieléctrica relativa es igual a 2. ¿Cómo varía la capacidad del condensador, la diferencia de potencial entre los puntos R_1 y R_2 , y el campo eléctrico en $R_1 < r < R_2$?



1. Siga un conductor esfèric buit de radi intern R_2 i radi extern R_3 en l'interior de la qual se situa altre conductor esfèric massís de radi R_1 . El conductor intern està carregat amb una càrrega total Q , i l'extern té càrrega total nul·la. Calcula:

- Les densitats superficials de càrrega en les superfícies dels conductors.
- El camp elèctric en totes les regions de l'espai: $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 < r < R_3$, $r > R_3$.
- La diferència de potencial entre els punts $r = R_1$ y $r = R_2$.
- Dit sistema constitueix un condensador amb simetria esfèrica. Calcula la capacitat de dit condensador.

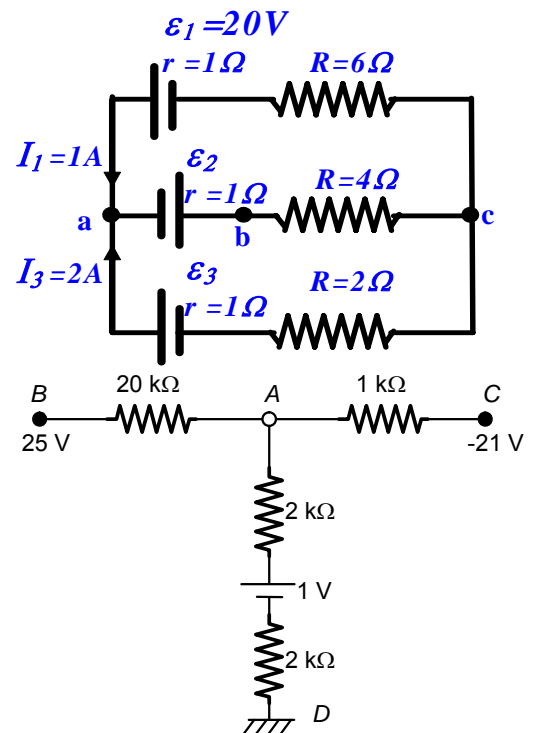
A continuació s'emplena l'espai entre els dos conductors amb oli, la constant dielèctrica relativa del qual és igual a 2. Com varia la capacitat del condensador, la diferència de potencial entre els punts R_1 i R_2 , i el camp elèctric en $R_1 < r < R_2$?

2. En el circuito de la figura calcula:

- \mathcal{E}_2 y \mathcal{E}_3
- $V_a - V_b$
- Potencia consumida por el/los receptor/es
- Potencia total consumida por efecto Joule en el circuito
- Potencia generada por los generadores
- Rendimiento de los generadores

2. En el circuit de la figura, calcula:

- \mathcal{E}_2 i \mathcal{E}_3
- $V_a - V_b$
- Potència consumida pel/s receptor/s
- Potència total consumida per efecte Joule en el circuit
- Potència generada pels generadors
- Rendiment dels generadors



3. Dado el circuito de la figura,

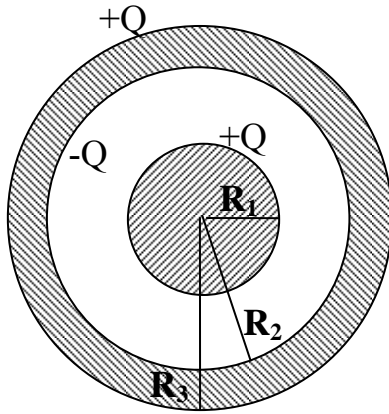
- Determina las intensidades mediante el método matricial.
- Calcula la resistencia equivalente entre A y tierra.
- Calcula la tensión en el punto A.
- Utilizando el generador equivalente de Thevenin del circuito entre A y tierra, calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de $5k\Omega$ que conectásemos a dichos puntos.

3. Donat el circuit de la figura,

- Determina les intensitats mitjançant el mètode matricial.
- Calcula la resistència equivalent entre A i terra.
- Calcula la tensió en el punt A.
- Utilitzant el generador equivalent de Thevenin del circuit entre A i terra, calcula la intensitat de corrent que circularia per una resistència de $5k\Omega$ que connectàrem a aquests punts.

Soluciones:

Solución problema 1:



a) Densidades superficiales de carga

La carga Q del conductor 1 está distribuida por su superficie por ser conductor.

$$\sigma_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$$

Esta carga Q induce, por influencia, una carga $-Q$ en

la superficie de radio R_2 : $\sigma_2 = \frac{-Q}{S_2} = \frac{-Q}{4\pi R_2^2}$

Y como el conductor exterior es neutro aparecerá una carga Q en la superficie exterior

de radio R_3 : $\sigma_3 = \frac{Q}{S_3} = \frac{Q}{4\pi R_3^2}$

b) Campo eléctrico en todas las regiones. Puede resolverse aplicando el Teorema de Gauss. (También podría hacerse por superposición de los campos creados por las 3 superficies esféricas en cada región)

$r < R_1$: Consideremos como superficie gaussiana una esfera de radio $r < R_1$:

$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES = E4\pi r^2 = \frac{Q_{dentro}}{\epsilon_0} = 0, \Rightarrow E = 0$ Además, dentro de un conductor en equilibrio $E=0$

$R_1 < r < R_2$: $\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES = E4\pi r^2 = \frac{Q_{dentro}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$R_2 < r < R_3$: Dentro del conductor $E = 0$

$r > R_3$:

$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES = E4\pi r^2 = \frac{Q_{dentro}}{\epsilon_0} = \frac{Q - Q + Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

La dirección y sentido de E es radial en todos los casos y sentido hacia afuera de las esferas.

c)

$$V_{R_1} - V_{R_2} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-1}{r} \right)_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$d) C = \frac{Q}{V_{R_1} - V_{R_2}} = \frac{Q4\pi\epsilon_0}{Q \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$$

e) Al rellenar el espacio entre los conductores con dieléctrico de $\epsilon_r = 2$, la capacidad se multiplica por 2, la ddp y el E se dividen entre 2.

Problema 2

a) $I_2 = 3$ A de a a c, por la ley de los nudos.

$$V_{AC} = -1 \cdot 7 + 20 = 13 \text{ V}$$

$13 = 3 \cdot 5 + \epsilon_2$; $\epsilon_2 = 13 - 15 = -2$ V. Se trata pues de un generador, ya que valor negativo implica que la corriente sale por el borne positivo.

$$13 = -2 \cdot 3 + \epsilon_3; \quad \epsilon_3 = 13 + 6 = 19 \text{ V}$$

b) $V_{AB} = 3 \cdot 1 - 2 = 1$ V

c) Dado que no hay receptores, es cero.

d) $P_{\text{Joule}} = 1^2 \cdot 7 + 3^2 \cdot 5 + 2^2 \cdot 3 = 64$ W

e) $P_{\text{generada}} = \epsilon_1 \cdot I + \epsilon_2 \cdot I + \epsilon_3 \cdot I = 20 \cdot 1 + 19 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 64$ W

f) $\eta_1 = \frac{V_1}{\epsilon_1} = \frac{19}{20}$; $\eta_2 = \frac{V_2}{\epsilon_2} = \frac{1}{2}$; $\eta_3 = \frac{V_3}{\epsilon_3} = \frac{17}{19}$

Problema 3

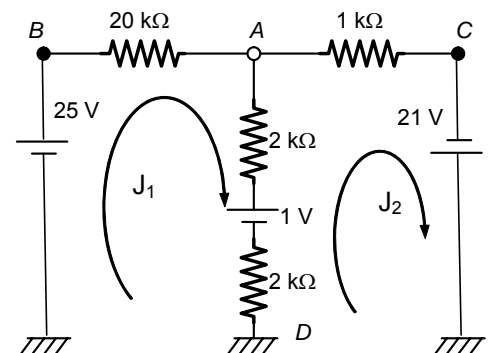
A) A efectos de càlcul, podem substituir els potencials del punts B i C per dues fonts ideals de tensió, tal com es mostra en la figura. Després numerarem les malles i fixarem un únic sentit per a les intensitats de malla.

L'equació matricial és:

$$\begin{pmatrix} 24 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Calculem les intensitats de malla:

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 24 & -4 \\ 22 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 24 & -4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{24 \times 5 - 22 \times 4}{24 \times 5 - 16} = \frac{208}{104} = 2 \text{ mA}$$



$$J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 24 & 24 \\ -4 & 22 \end{vmatrix}}{104} = \frac{24 \times 22 + 24 \times 4}{104} = \frac{624}{104} = 6 \text{ mA}$$

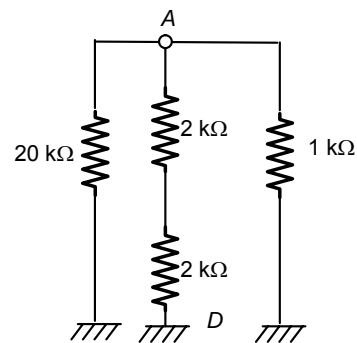
Llavors, les intensitats que circulen per cada branca són:

$$I_{BA} = J_1 = 2 \text{ mA}; \quad I_{BC} = J_2 = 6 \text{ mA} \quad \text{i} \quad I_{AD} = J_1 - J_2 = -4 \text{ mA}$$

El subíndex indica el punt inicial i final del recorregut de la intensitat.

B) El circuit lineal passiu és el següent:

on tenim dues resistències en sèrie (de 2 kΩ cadascuna) que es troben en paral·lel amb altres dues (de 20 i 1 kΩ).



Llavors, la resistència equivalent serà:

$$R_s = 2 + 2 = 4 \text{ k}\Omega$$

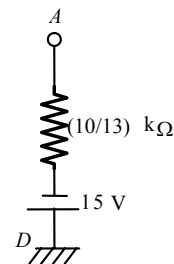
$$R_{eq} = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} \right)^{-1} = \left(\frac{26}{20} \right)^{-1} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13} \text{ k}\Omega$$

C) El potencial del punt A l'obtindrem en calcular la diferència de potencial entre el punt A i terra. Podem fer el càlcul per qualsevol "camí". Si utilitzem la branca del mig:

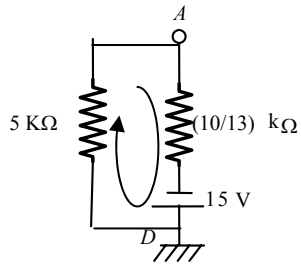
$$V_A = V_A - V_D = I_{AD} \sum_{AB} R - \sum_{AB} \varepsilon = -4 \times (2 + 2) - (-1) = -15 \text{ V}$$

D) El generador equivalent de Thevenin entre A i D estarà format per la resistència equivalent entre ambdós punts, que ja hem calculat a l'apartat B) i la força electromotriu de Thevenin, el valor de la qual està calculat a l'apartat anterior i que haurem de col·locar amb la polaritat corresponent.

Aleshores, el generador equivalent de Thevenin entre A i D és:



Si connecten una resistència de $5\text{ k}\Omega$ entre A i D, podrem conèixer fàcilment la intensitat que circula, substituint el circuit del problema pel seu generador equivalent entre els mateixos punts. El circuit que ens queda és:



La intensitat que circula per la resistència de $5\text{ k}\Omega$ és:

$$I = \frac{15}{5 + \frac{10}{13}} = 2,6\text{ mA} \text{ en el sentit indicat en la figura.}$$