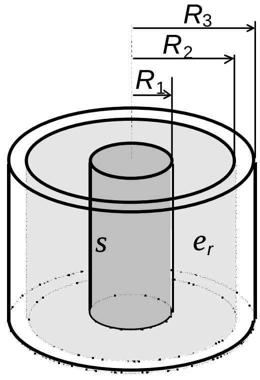
| | |
|---|---|
| **DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA E.U.I.**<br>**EXAMEN DE PROBLEMAS DE F.F.I.** | **26 de enero de 1999** |




**1.-** Sea un conductor cilíndrico de longitud indefinida, radio $R_1$, y cargado con una densidad superficial de carga $s$.
Rodeamos dicho cilindro con otro cilindro conductor, concéntrico con el anterior, también de longitud indefinida y de radios $R_2$ y $R_3$, tal como se muestra en la figura. El espacio entre los dos conductores se rellena de un material deléctrico de permitividad relativa $e_r$.

**(a)** Calcula el campo eléctrico en cada punto del espacio: ($r<R_1$; $R_1<r<R_2$; $R_2<r<R_3$; $R_3<r$).

**(b)** Determina la diferencia de potencial entre $r = R_1$ y $r = R_2$.

**(c)** Calcula la capacidad de un segmento de longitud $L$ de dicho sistema.

**2.-** Dado el circuito de la figura:

**(a)** Calcula la intensidad que circula por el generador 1, indicando claramente su sentido.

**(b)** Determina la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B.*

**(c)** Calcula las potencias generadas/consumidas por los generadores y el motor.

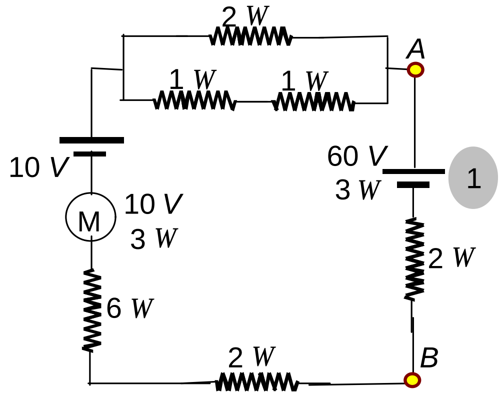
**(d)** ¿Cuál es el rendimiento del generador 1?

**(e)** ¿Qué valor debería tener la fuerza electromotriz del generador 1 para que la intensidad que circula por el mismo sea nula?

Con el generador calculado en el apartado **(e)**:

**(f)** Calcula la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B.*

**(g)** Calcula la potencia generada por el generador 1.



**3.-** Por los conductores rectilíneos 1 y 2 de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente *I* en el sentido indicado. En el mismo plano hay una espira de resistencia *R*, cuyo costado derecho se mueve con una velocidad constante *v* en el sentido indicado.

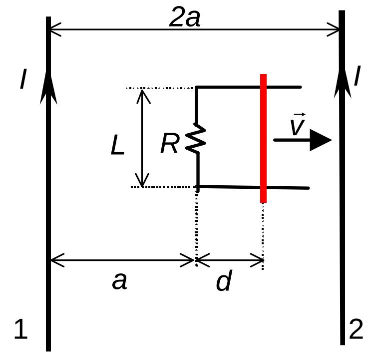
**(a)** El flujo magnético que atraviesa la espira producido por la corriente 1, expresado en función de *d*.

**(b)** El flujo magnético que atraviesa la espira producido por la corriente 2, expresado en función de *d*.

**(c)** El flujo magnético total que atraviesa la espira.

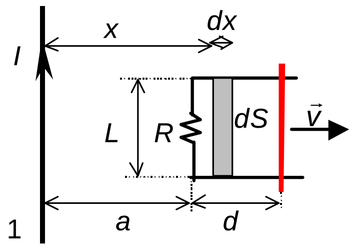
**(d)** La *fem* inducida en la espira.

**(e)** La intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.




**(a)** El flujo debido al conductor 1 viene dado por:

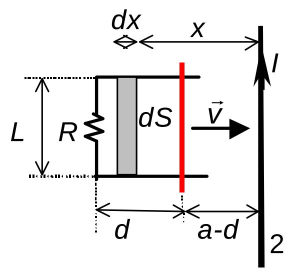
$$\phi_1 = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \frac{-\mu_0 I L}{2\pi}\int_a^{a+d}\frac{dx}{x} = \frac{-\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a+d}{a} \quad (Wb).$$




**(b)** Para el conductor 2,

$$\phi_2 = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\int_{a-d}^{a}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a}{a-d} \quad (Wb).$$

Observa que el flujo tiene diferente signo en este caso que en el anterior. Esto es debido a que en el caso anterior se trata de flujo entrante en el papel, mientras que ahora se trata de flujo saliente del papel.




**(c)** $$\phi = \phi_1 + \phi_1 = \frac{-\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a+d}{a} + \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a}{a-d} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a/(a-d)}{(a+d)/a} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a^2}{(a+d)(a-d)} =$$

$$= \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{a^2}{(a^2-d^2)} \quad (Wb).$$

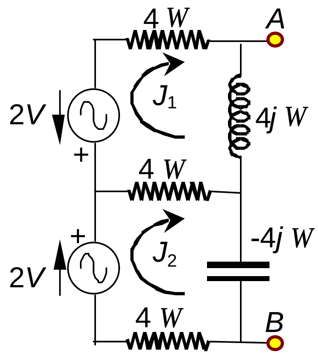
**(d)** $$\varepsilon = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \left|\frac{-\mu_0 I L}{2\pi}\frac{a^2}{a^2-d^2}\frac{-2d}{a^2}v\right| = \frac{\mu_0 I L d}{\pi(a^2-d^2)}v \quad (V).$$

**(e)** $$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_0 I L d}{\pi(a^2-d^2)R}v \quad (A).$$

El conductor 1 crea una corriente en sentido contrario al de las agujas del reloj, mientras que el conductor 2 crea una intensidad en el sentido horario, pero como la corriente producida por el conductor 2 es más grande que la producida por el conductor 1, el resultado global es que aparece una corriente total en sentido horario.

**4.-** Dado el circuito de la figura:

**(a)** Calcula la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B*.
**(b)** Determina la impedancia equivalente del circuito entre los puntos *A* y *B*.
**(c)** Si al circuito se le añade una impedancia de 4/3 Ω entre los puntos *A* y *B*, determina la intensidad que circula por dicha impedancia.




**(a)** Aplicando el método de las mallas, con las intensidades de malla definidas tal y como indica la figura, obtenemos la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+4j & -4 \\ -4 & 8-4j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix},$$

de donde despejamos $J_1$ y $J_2$:

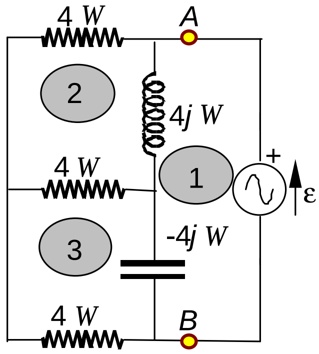
$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 2 & 8-4j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8+4j & -4 \\ -4 & 8-4j \end{vmatrix}} = \frac{-16+8j+8}{64+16-16} = \frac{-8+8j}{64} = \frac{-1}{8} + \frac{j}{8} \quad A\,,$$

$$J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8+4j & -2 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8+4j & -4 \\ -4 & 8-4j \end{vmatrix}} = \frac{12+8j-4}{64} = \frac{8+8j}{64} = \frac{1}{8} + \frac{j}{8} \quad A\,.$$

Con lo cual, la diferencia de potencial es igual a:

$$V_{AB} = 4j\,J_1 - 4j\,J_2 = 4j\left(\frac{-1}{8} + \frac{j}{8}\right) - 4j\left(\frac{1}{8} + \frac{j}{8}\right) = 4j\,\frac{-2}{8} = -j \quad V\,.$$

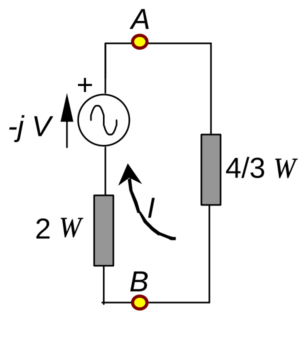
**(b)** A la red pasiva que tenemos (el circuito sin los generadores) con terminales de salida *A* y *B*, se le conecta entre *A* y *B* un generador ideal de fem ε, y se numeran las mallas, tal y como indica la figura. De este modo, la impedancia equivalente entre *A* y *B* viene dada por,




$$Z_{eq} = \frac{D}{D_{11}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -4j & 4j \\ -4j & 8+4j & -4 \\ 4j & -4 & 8-4j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8+4j & -4 \\ -4 & 8-4j \end{vmatrix}} = \frac{4j\begin{vmatrix} -4j & 4j \\ -4 & 8-4j \end{vmatrix} + 4j\begin{vmatrix} -4j & 4j \\ 8+4j & -4 \end{vmatrix}}{64} =$$

$$= \frac{j}{16}\left[-32j - 16 + 16j + 16j - 32j + 16\right] = \frac{j}{16}(-32j) = 2 \quad \Omega$$

**(c)** Puesto que conocemos la impedancia equivalente del circuito, y la diferencia de potencial entre *A* y *B*, podemos sustituir ahora el circuito por su equivalente de Thevenin entre *A* y *B*, tal y como indica la figura, con lo cual la nueva intensidad que circula por la resistencia de 4/3 Ω viene dada por:




$$I = \frac{-j}{2+4/3} = \frac{-j}{10/3} = \frac{-3j}{10} \quad A\,.$$