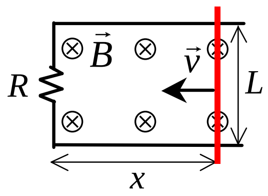
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA 3er PARCIAL F.F.I., FACULTAD DE INFORMÁTICA	30 de mayo de 2002

1. (1,25 ptos). Describe el efecto Hall y deduce la expresión de la tensión Hall.

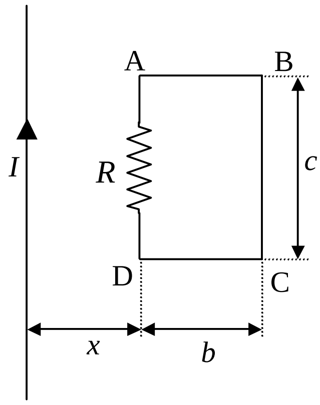
2. (1,25 ptos). Describe el ciclo de histéresis de un material ferromagnético.

3. (1,25 ptos).Enuncia la ley de Faraday y la ley de Lenz. Utilízalas para determinar el valor y el sentido de la intensidad inducida en el ejemplo siguiente: Una barra conductora de resistencia despreciable y longitud L desliza sin rozamiento, con velocidad constante $\vec{v}$ sobre un conductor en forma de horquilla con resistencia R situado en un campo magnético uniforme y perpendicular, como se muestra en la figura.



4. (1,25 ptos). En una autoinducción circula una intensidad de corriente $i(t) = I_m \cos(wt + \varphi_i)$. Demuestra que la tensión máxima en bornes de la autoinducción viene dada por $U_m = X_L I_m$, y el desfase entre tensión e intensidad es de $\pi/2$.

5. (3 ptos) Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente I. En el mismo plano, se encuentra una espira de resistencia R.



Calcula:

a) Flujo magnético que atraviesa la espira.

b) Fuerza electromotriz e intensidad inducida (indicando su sentido) en dicha espira, en los siguientes casos:

- **b.1)** La intensidad que circula por el conductor indefinido varía linealmente con el tiempo: $I = K\,t$, siendo K una constante positiva, y la espira permanece en reposo.
- **b.2)** La espira se mueve hacia la derecha con una velocidad v, y la intensidad que circula por el conductor indefinido es constante.
- **b.3)** La espira se mueve hacia arriba con una velocidad v, y la intensidad que circula por el conductor indefinido es constante.

c) Fuerza magnética que actúa sobre los lados AB y BC, en los tres casos anteriores: **b.1**, **b.2** y **b.3**.

6. (2 ptos). En un circuito RL serie conectado a un generador de corriente alterna, con L=0,05H, circula una intensidad de corriente $i(t) = 2\cos 500t\,(\mathrm{A})$. El valor máximo de la diferencia de potencial en bornes de la resistencia es de 50 V. Determina:

a) El valor de R.

b) La expresión de la diferencia de potencial en bornes del generador $v(t)$.

c) A continuación se conecta un condensador en serie con R y L. Calcula su capacidad para que el desfase entre la tensión $v(t)$ en bornes del generador y la intensidad $i_1(t)$ que circula en este caso sea 30º.

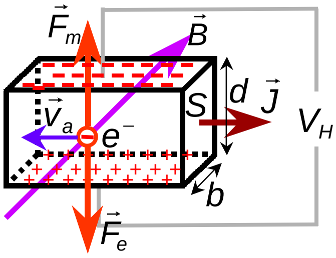
d) La expresión de la intensidad que circula por el circuito, $i_1(t)$, después de conectar el condensador.

e) La potencia media consumida por este circuito RLC serie.

1. (1,25 ptos). Describe el efecto Hall y deduce la expresión de la tensión Hall.

El efecto Hall se produce cuando en un material conductor o semiconductor, por el cual circula una corriente, se aplica un campo magnético perpendicular al movimiento de las cargas. Sobre dichas cargas, aparecen fuerzas magnéticas, perpendiculares a la velocidad de las cargas y al campo magnético, que alteran la concentración de cargas en el material. Dicha concentración de cargas crea a su vez un campo eléctrico, que produce un fuerza contraria a la fuerza magnética (ver figura).

En el equilibrio, el módulo de ambas fuerzas es el mismo:



$$\left|\vec{F}_e\right| = \left|\vec{F}_m\right|$$

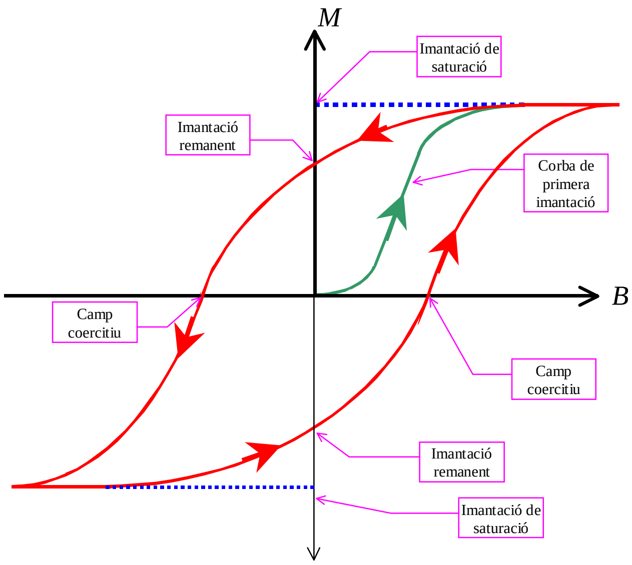
$$q\,E = q\,v_a\,B$$

$$\frac{V_H}{d} = v_a\,B \quad \Rightarrow \quad V_H = v_a\,B\,d = \frac{I\,B\,d}{n\,q\,S} = \frac{I\,B}{n\,q\,b}\,.$$

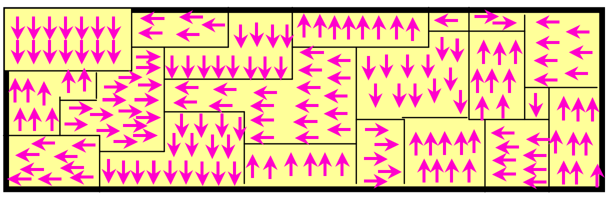
En esta expresión, I es la intensidad de corriente que circula, B es el módulo del campo magnético aplicado, n es la concentración de portadores de carga, q es la carga eléctrica de dichos portadores de carga, d es el espesor de la lámina, S es la superficie transversal de la lámina, y b es la anchura de la lámina (ver figura).

2. (1,25 ptos). Describe el ciclo de histéresis de un material ferromagnético.

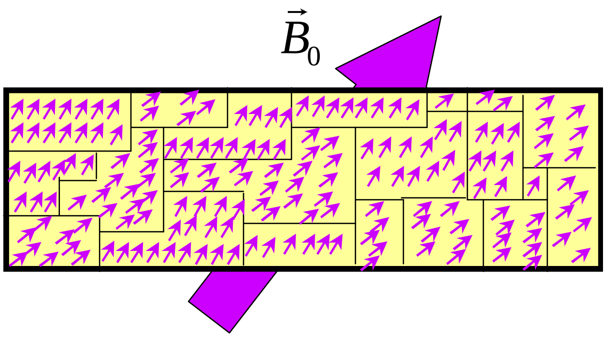
CICLO DE HISTÉRESIS:



Los átomos de un material ferromagnético forman una estructura cristalina ordenada en la que existe una acción magnética muy fuerte de la red cristalina sobre cada átomo del cristal. Como consecuencia de ello la dirección de los momentos dipolares de los átomos no es aleatoria sino que debe seguir unas *direcciones preferentes de imantación.*

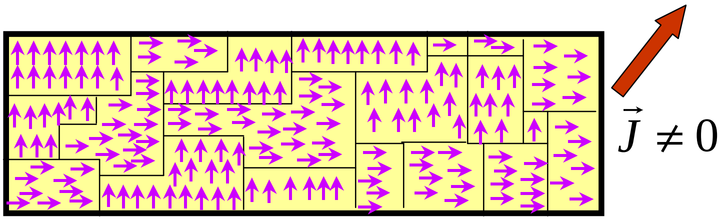


En un material que no ha sufrido ninguna acción magnética, estos dipolos se orientan por grupos y según las direcciones principales, formando una estructura de celdas, llamadas dominios. Dichos dominios se orientan de forma aleatoria, de modo que la imantación total resultante es nula
.

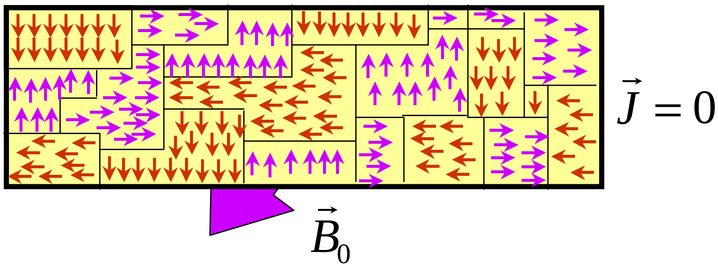


Si aplicamos un campo magnético externo B_0 muy grande, se forzará la orientación de los dipolos fuera de las direcciones principales hasta llegar a la *imantación de saturación*, donde todos los dipolos están orientados en la dirección del campo magnético aplicado.

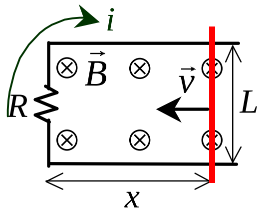
Cuando el campo magnético aplicado se reduce a cero, los dominios no se desorientan completamente. En lugar de ello, mantienen una parte de su alineamiento original, siguiendo las direcciones preferentes de imantación. El valor de la imantación del material en este punto se conoce como *imantación remanente.*



Para eliminar la imantación del material, se deben desalinear forzosamente los dominios aplicando un campo magnético inverso al inicial. El campo magnético necesario para ello se denomina *campo coercitivo*.



3. (1,25 ptos).Enuncia la ley de Faraday y la ley de Lenz. Utilízalas para determinar el valor y el sentido de la intensidad inducida en el ejemplo siguiente: Una barra conductora de resistencia despreciable y longitud L desliza sin rozamiento, con velocidad constante $\vec{v}$ sobre un conductor en forma de horquilla con resistencia R situado en un campo magnético uniforme y perpendicular, como se muestra en la figura.



La ley de Faraday indica que si por cualquier causa varía el flujo magnético a través de un circuito, aparece una fuerza electromotriz inducida igual a la derivada del flujo magnético respecto del tiempo:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

La ley de Lenz dice que la fuerza electromotriz inducida (o la corriente inducida) es tal que tiende a oponerse a las variaciones de flujo que la provocan.

En el ejemplo del ejercicio, el flujo que atraviesa la espira es,

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = B \int_S dS = BS \quad \text{(Wb)}$$

Derivando ahora esta expresión respecto del tiempo obtenemos la *f.e.m.*,

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d(BLx)}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv \quad \text{(V)}$$

La intensidad inducida es el módulo de la *f.e.m.* dividido por la resistencia,

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{BLv}{R} \quad \text{(A)}$$

El sentido de la intensidad viene dado por la ley de Lenz: como el flujo disminuye, la corriente inducida debe ser tal que compense la disminución de flujo, por tanto el campo magnético debe ser entrante del papel, y la corriente inducida será en el sentido horario.

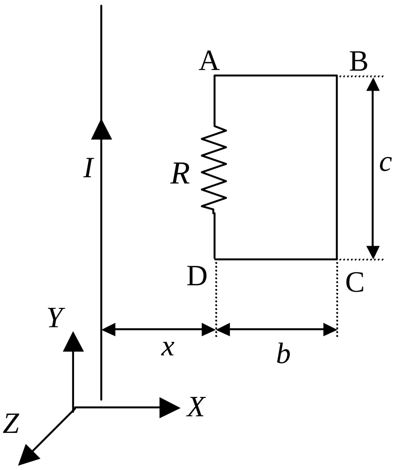
4. (1,25 ptos). En una autoinducción circula una intensidad de corriente $i(t) = I_m \cos(wt + \varphi_i)$. Demuestra que la tensión máxima en bornes de la autoinducción viene dada por $U_m = X_L I_m$, y el desfase entre tensión e intensidad es de $\pi/2$.

En una autoinducción, la relación entre la intensidad y la diferencia de potencial viene dada por:

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} = L\frac{d}{dt}\left(I_m\cos(wt+\varphi_i)\right) = -LI_m\mathrm{sen}(wt+\varphi_i) = LI_m\cos(wt+\varphi_i+\pi/2) = U_m\cos(wt+\varphi_u)$$

De donde: $\Rightarrow \begin{cases} U_m = L\omega I_m = X_L I_m \\ \varphi = \varphi_u - \varphi_i = \pi/2 \end{cases}$

5. (3 ptos) Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente I. En el mismo plano, se encuentra una espira de resistencia R.



Calcula:

a) Flujo magnético que atraviesa la espira.

b) Fuerza electromotriz e intensidad inducida (indicando su sentido) en dicha espira, en los siguientes casos:

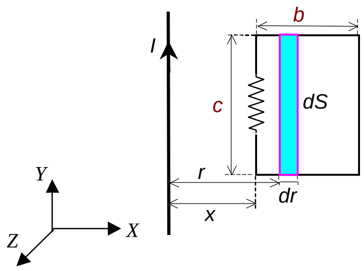
b.1) La intensidad que circula por el conductor indefinido varía linealmente con el tiempo: $I = K\,t$, siendo K una constante positiva, y la espira permanece en reposo.

b.2) La espira se mueve hacia la derecha con una velocidad v, y la intensidad que circula por el conductor indefinido es constante.

b.3) La espira se mueve hacia arriba con una velocidad v, y la intensidad que circula por el conductor indefinido es constante.

c) Fuerza magnética que actúa sobre los lados AB y BC, en los tres casos anteriores: **b.1**, **b.2** y **b.3**.

a) El flujo magnético viene dado por:



$$\Phi = \int_x^{x+b}\frac{\mu_0\, I\, c\, dr}{2\pi\, r} = \frac{\mu_0 I\, c}{2\pi}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right) \quad \text{(Wb)}$$

b)

	b.1)	**b.2)**	**b.3)**
$\lvert\varepsilon\rvert = \frac{d\Phi}{dt}$	$\lvert\varepsilon\rvert = \frac{\mu_0 K c}{2\pi}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)$ (A)	$\lvert\varepsilon\rvert = \left\lvert\frac{\mu_0\, I\, c}{2\pi}\,\frac{x}{x+b}\,\frac{-b}{x^2}\,\frac{dx}{dt}\right\rvert = \frac{\mu_0\, I\, b\, c\, v}{2\pi\, x(x+b)}$ (V)	$\lvert\varepsilon\rvert = 0$
$i = \frac{\lvert\varepsilon\rvert}{R}$	$i = \frac{\mu_0 K\, c}{2\pi R}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)$ (A)	$i = \frac{\mu_0\, I\, b\, c\, v}{2\pi\, x(x+b)R}$ (A)	$i = 0$
Sentido de la intensidad:	Como $K > 0$, la intensidad aumenta con el tiempo por lo que también lo hará el campo magnetico, luego aplicando la ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida será tal que se oponga al aumento del flujo del campo magnético, es decir, sentido antihorario.	Como la espira se aleja, diminuye el flujo sobre la misma, de modo que aplicando la ley de Lenz, se obtiene que la corriente inducida tiene sentido horario.	

c) En el caso **b.3)** la fuerza es siepre cero, al ser la intensidad inducida cero.

Para el lado AB, en el caso **b.1)**

$$\vec{F} = i\int_A^B d\vec{l} \times \vec{B} = i\int_x^{x+b} dx \frac{\mu_0 I}{2\pi x}(-\vec{i})\times(-\vec{k}) = \frac{\mu_0 K\,c}{2\pi R}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)\frac{\mu_0 Kt}{2\pi}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)(-\vec{j}) = \left(\frac{\mu_0 K}{2\pi}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)\right)^2\frac{tc}{R}(-\vec{j})$$

Para el lado AB, en el caso **b.2)**

$$\vec{F} = i\int_A^B d\vec{l} \times \vec{B} = i\int_x^{x+b} dx \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\vec{i}\times(-\vec{k}) = \frac{\mu_0\, I\, b\, c\, v}{2\pi\, x(x+b)R}\,\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)\vec{j} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2\frac{bcv}{x(x+b)R}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)\vec{j}$$

Para el lado BC, puesto que el campo magnético es uniforme, la fuerza magnética que actúa sobre dicho lado viene dada por,

$$\vec{F} = i\left(\vec{c}\times\vec{B}\right)$$

donde i es la intensidad que circula por el lado BC, $\vec{c}$ es un vector de longitud c, cuya dirección está definida por el segmento $\overline{BC}$, y cuyo sentido está definido por el sentido de la intensidad *i*, y $\vec{B}$ es el campo magnético producido por el conductor indefinido.

En el caso **b.1)**:

$$\vec{F} = i\left(\vec{c}\times\vec{B}\right) = \frac{\mu_0 K\,c}{2\pi R}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)c\frac{\mu_0 Kt}{2\pi(x+b)}\vec{j}\times(-\vec{k}) = \left(\frac{\mu_0 K\,c}{2\pi}\right)^2\frac{t}{R(x+b)}\ln\left(\frac{x+b}{x}\right)(-\vec{i})$$

En el caso **b.2)**:

$$\vec{F} = i\left(\vec{c}\times\vec{B}\right) = \frac{\mu_0\, I\, b\, c\, v}{2\pi\, x(x+b)R}\,c\frac{\mu_0 I}{2\pi(x+b)}(-\vec{j})\times(-\vec{k}) = \left(\frac{\mu_0 Ic}{2\pi(x+b)}\right)^2\frac{bv}{Rx}\vec{i}$$

6. (2 ptos). En un circuito *RL* serie conectado a un generador de corriente alterna, con *L*=0,05H, circula una intensidad de corriente $i(t) = 2\cos 500t \quad (\mathrm{A})$. El valor máximo de la diferencia de potencial en bornes de la resistencia es de 50 V. Determina:

- **a)** El valor de *R*.
- **b)** La expresión de la diferencia de potencial en bornes del generador *v(t)*.
- **c)** A continuación se conecta un condensador en serie con *R* y *L*. Calcula su capacidad para que el desfase entre la tensión *v(t)* en bornes del generador y la intensidad $i_1(t)$ que circula en este caso sea 30º.
- **d)** La expresión de la intensidad que circula por el circuito, $i_1(t)$, después de conectar el condensador.
- **e)** La potencia media consumida por este circuito *RLC* serie.

a) A partir de la relación entre tensión máxima e intensidad máxima en una resistencia:

$$V_m^R = I_m R \Rightarrow 50 = 2R \quad \Rightarrow \quad R = 25\Omega$$

b) El valor máximo de la tensión viene dado por:

$$V_m = ZI_m = \sqrt{R^2 + X_L^2}\, I_m = \sqrt{25^2 + 25^2}\, 2 = 50\sqrt{2} \quad V$$

La diferencia de fase:

$$\tan\varphi = \frac{X_L}{R} = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 45^{\circ} \quad \Rightarrow \quad \varphi_u = 45^{\circ}$$

De esta forma:

$$v(t) = 50\sqrt{2}\cos(\omega t + 45^{\circ})\mathrm{V}$$

c) Si el desfase tensión-intensidad en el dipolo *RLC* serie es de 30º, entonces,

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} \quad \Rightarrow \quad \tan 30° = \frac{25 - \dfrac{1}{500C}}{25} \quad \Rightarrow \quad C = 189{,}3\ \mu\mathrm{F}$$

d) Puesto que mantenemos la fuente de alimentación, la diferencia de potencial en bornes del dipolo *RLC* serie será la misma que teníamos inicialmente: $v(t) = 50\sqrt{2}\cos(\omega t + 45°)\mathrm{V}$

El valor máximo de la intensidad será:

$$U_m = ZI_m \quad \Rightarrow \quad I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{50\sqrt{2}}{50/\sqrt{3}} = \sqrt{6} = 2{,}45 \quad A$$

El ángulo de desfase es 30º, con lo cual:

$$\varphi = 30º = \varphi_u - \varphi_i = 45 - \varphi_i \quad \Rightarrow \quad \varphi_i = 15º$$

De esta forma, el valor instantaneo de la intensidad viene dado por:

$$i_1(t) = \sqrt{6}\cos\left(500t + 15º\right) \quad (\mathrm{A})$$

e) La potencia media consumida por un dipolo *RLC* viene dada por:

$$P_m = UI\cos\varphi = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi = \frac{50\sqrt{2}\sqrt{6}}{2}\cos(15º) = 83{,}65\,W$$