

Cognoms:  
 APELLIDOS:

Nom:  
 NOMBRE:

**1.-** Describe brevemente la estructura en bandas de los materiales semiconductor intrínsecos y extrínsecos. A partir de esta estructura en bandas, describe como varía la conductividad de estos materiales con la temperatura.

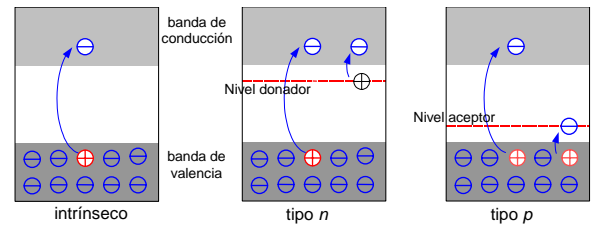
Los ocho niveles energéticos de la última capa para cada átomo en los materiales semiconductores, en el cristal con  $N$  átomos, se convierten en  $8N$  niveles con energías diferentes estrechamente espaciados, agrupados en lo que se denomina **bandas de energía**:

- Banda de valencia, con  $4N$  niveles, que a temperaturas muy bajas estará llena con los cuatro electrones de la última capa de cada átomo. Los huecos que pueden aparecer en esta banda de valencia contribuyen a la conductividad eléctrica del material.

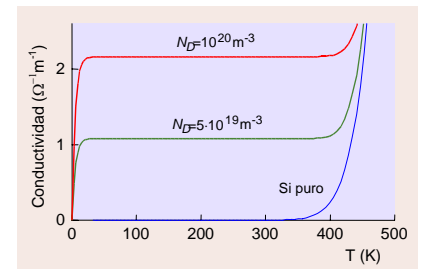
- Banda de conducción con  $4N$  niveles que a temperaturas muy bajas está vacía. Los electrones situados en esta banda de conducción contribuyen a la conductividad del material.

- Entre ambas bandas existe una zona prohibida denominada banda prohibida o “gap donde no puede haber ningún electrón.

Al aumentar la temperatura, habrá electrones que podrán pasar de la banda de valencia a la de conducción: el aporte de energía a cada electrón debe ser superior a la anchura de la banda prohibida para que se produzca el salto, lo cual justifica que para temperaturas bajas no se observe una variación de la conductividad, observándose un salto brusco a una determinada temperatura. Al mismo tiempo, los electrones que han pasado a la banda de conducción dejan un hueco en la banda de valencia, que puede moverse por el material como una partícula de carga positiva. En este proceso se generan entonces pares electrón–hueco.



Cuando añadimos impurezas donadoras a un material semiconductor, en las proximidades de la banda de conducción aparece una nueva banda muy estrecha donde se sitúan los electrones adicionales de los átomos donadores. Si se trata de impurezas aceptoras, aparece una nueva banda muy estrecha vacía, en las proximidades de la banda de valencia. En este caso, con un pequeño aumento de la temperatura se consigue que los electrones del nivel donador pasen a la banda de conducción, o los electrones de la banda de valencia pasen al nivel aceptor dejando un hueco. De esta forma, a temperaturas muy bajas, se observa un aumento brusco de la conductividad. Después la conductividad permanece constante, hasta que a temperaturas más altas aparece el proceso de generación de pares electrón-hueco descrito anteriormente.



**2.-** Determina la concentración de electrones y huecos en silicio a 300 K, dopado con impurezas aceptoras con una concentración de  $2,5 \cdot 10^{22} m^{-3}$ . La concentración intrínseca del silicio a 300 K es  $1,5 \cdot 10^{16} m^{-3}$ .

Un material semiconductor homogéneo y en equilibrio debe cumplir en todos los puntos de su interior la ley de acción de masas y la ley de neutralidad eléctrica:

$$\left. \begin{aligned} n \cdot p &= n_i^2 \\ n + N_A &= p + N_D \end{aligned} \right\}$$

Dado que en este caso no existen impurezas donadoras y que la cantidad de impurezas aceptoras es muy superior a la concentración intrínseca, podemos aproximar el valor de la concentración de huecos al de la concentración de impurezas aceptoras, luego la ley de neutralidad eléctrica quedaría:

$$p \approx N_A = 2,5 \cdot 10^{22} m^{-3}$$

Sustituyendo este valor en la ley de acción de masas:

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx \frac{(1,5 \cdot 10^{16})^2}{2,5 \cdot 10^{22}} \approx 8,6 \cdot 10^9 m^{-3}$$

3.- En un semiconductor la concentración de huecos en función de  $x$ , para  $x \geq 0$  viene dada por la expresión

$$p(x) = p_0 \exp(-x/L_p)$$

Determina la expresión de la corriente de difusión de huecos, indicando su sentido.

La corriente de difusión de huecos viene dada por:

$$\vec{J}_p^{dif} = -q_e D_p \nabla p$$

$q_e$  es la carga de los huecos en valor absoluto (que es igual a la carga del electrón en valor absoluto), y  $D_p$  es el coeficiente de difusión de los huecos. En este caso, teniendo en cuenta que la concentración de huecos depende únicamente de  $x$ :

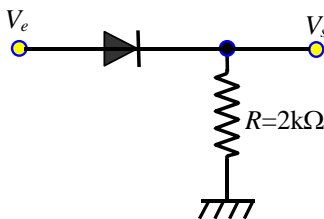
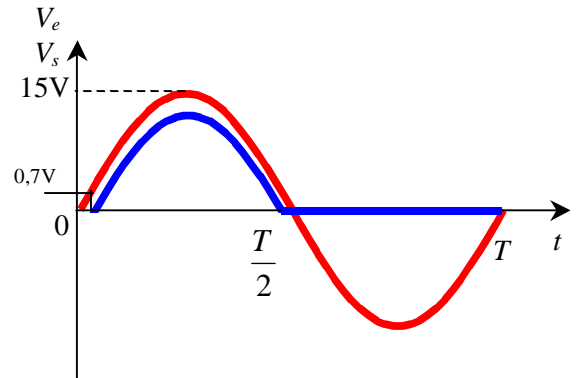
$$\vec{J}_p^{dif} = -q_e D_p \nabla p = -q_e D_p \frac{dp}{dx} \vec{i} = \frac{q_e D_p p_0}{L_p} e^{-x/L_p} \vec{i}$$

Que como se ve, tiene dirección en el eje  $x$ , sentido positivo del mismo ( $+\vec{i}$ )

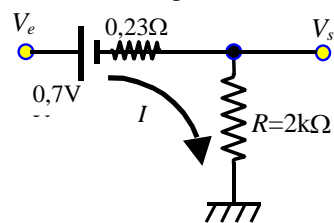
4.- Dado el circuito de la figura, calcula la tensión de salida,  $V_s$ , para la tensión de entrada,  $V_e$ , indicada en la figura.

Determina el valor máximo de la intensidad que circula por la resistencia.

El diodo es de silicio, con una tensión umbral de 0,7 V y una resistencia interna de 0,23  $\Omega$ .



Cuando la tensión de entrada es inferior a la tensión umbral del diodo ( $V_e < V_u = 0,7V$ ), el diodo se comporta como un circuito abierto, siendo nulas la intensidad y la tensión de salida ( $V_s$ ). Si la tensión de entrada es mayor a 0,7V, el diodo se comporta como una f.e.m y una resistencia puestas en serie, tal como se indica en la figura:



La intensidad que circula es:

$$I = \frac{V_e - 0,7}{2000 + 0,23}$$

cuando  $V_e$  es máximo (15V), la intensidad será máxima y valdrá,  $I_{\text{máx}} \approx 7,15$  mA

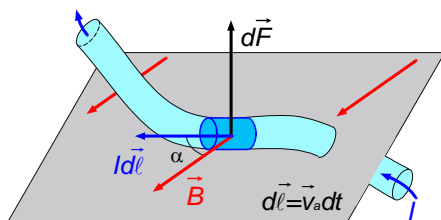
La tensión de salida será:  $V_s = V_e - 0,7 - 0,23 \cdot I \approx V_e - 0,7$  (V)

En la figura, junto a la tensión de entrada se ha representado la tensión de salida.

5. Partiendo de la expresión de la fuerza de que aparece sobre una carga móvil en el interior de un campo magnético, determina la expresión de la fuerza sobre un conductor en el interior de un campo magnético.

La fuerza sobre una carga  $q$  que se mueve a velocidad  $\vec{v}$  en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  viene dada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Considérese un conductor por el que circula una corriente  $I$ , situado en una región con un campo magnético  $\vec{B}$ , tal como se muestra en la figura. En un intervalo de tiempo  $dt$ , las cargas eléctricas se desplazan a lo largo del conductor una longitud  $d\vec{\ell}$  igual a su velocidad de arrastre por el tiempo

$$d\vec{\ell} = \vec{v}_a dt$$

La fuerza elemental  $d\vec{F}$  que actúa sobre el elemento de longitud  $d\vec{\ell}$  que contiene una carga elemental  $dq$ , vale

$$d\vec{F} = dq(\vec{v}_a \times \vec{B}) = I dt(\vec{v}_a \times \vec{B}) = I(d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

Para calcular la fuerza sobre corrientes cualesquiera, habrá que integrar esta expresión:

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = I \int_{\vec{\ell}_a}^{\vec{\ell}_b} (d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

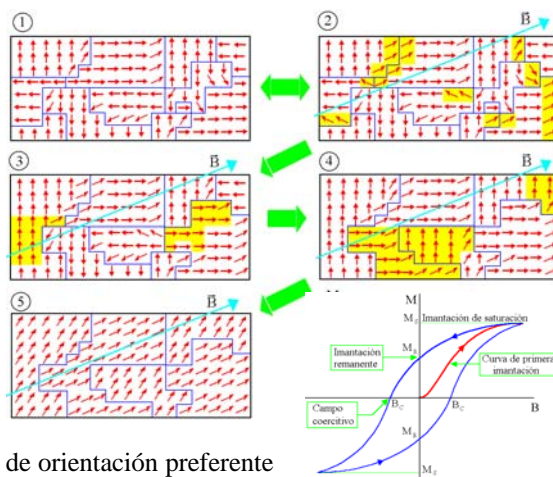
**6.-** Describe el ciclo de histéresis de un material ferromagnético, mediante el modelo de los dominios magnéticos.

Los átomos de un material ferromagnético forman una estructura cristalina ordenada en la que existe una acción magnética muy fuerte de la red cristalina sobre cada átomo del cristal. Como consecuencia de ello la dirección de los momentos dipolares de los átomos no es aleatoria sino que debe seguir unas *direcciones preferentes de imantación*.

En un material virgen, que no ha sufrido ninguna acción magnética, estos dipolos se orientan por grupos y según las direcciones principales, formando una estructura de celdas, llamadas dominios, tal como se muestra en la figura (1). Si aplicamos progresivamente un campo magnético externo, observamos que a valores pequeños de  $\vec{B}$ , solo los momentos dipolares de las fronteras entre dominios sufren alguna variación de carácter reversible (2), debido a la presencia en sus proximidades de momentos de diferente orientación que facilita su posición fuera de las direcciones principales.

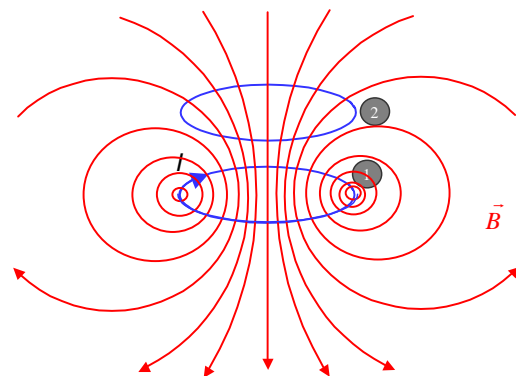
Al incrementar el valor de  $\vec{B}$ , algunos dominios cambian de manera irreversible de orientación incrementándose el tamaño de los dominios cuyas direcciones de orientación preferente están favorecidas por  $\vec{B}$  (3). De esta forma llegaríamos al punto en el que todos los dominios están orientados en direcciones principales favorecidas por la acción del campo exterior (4). Si se aumenta el valor de  $\vec{B}$ , se forzará la orientación de los dipolos fuera de las direcciones principales hasta llegar a la *saturación*, donde todos los dipolos están orientados en la dirección del campo magnético aplicado (5).

Al eliminar el campo magnético incidente, los momentos magnéticos volverán a sus direcciones principales de imantación, pero permanecerá la estructura de dominios que teníamos en 4. Por lo tanto la imantación del material permanece en ausencia del campo externo, *imantación remanente*, y solo será nula cuando apliquemos un campo magnético opuesto al anterior, *campo coercitivo*, que invierta la orientación de algunos dominios. Si seguimos aumentando  $-\vec{B}$  llegaremos de nuevo a la saturación. Al disminuir  $-\vec{B}$  e invertir su sentido nos aproximaremos de nuevo a la saturación obtenida en la fig 5.4 desde valores de la imantación menores. Al llegar a la saturación habremos descrito *el ciclo de histéresis* mostrado en la figura 6.

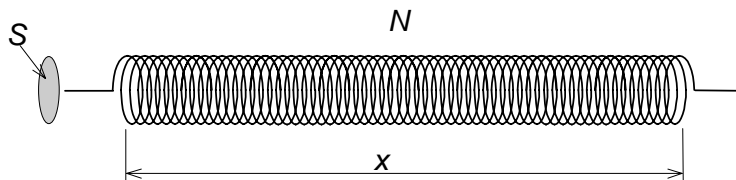


**7.** En la figura se muestra una espira (espira 1) por la que se puede hacer circular una corriente variable en el sentido indicado. Dibuja, de forma aproximada, las líneas de campo del campo magnético. Indica cual es el sentido de la corriente inducida en la espira 2 cuando en la espira 1: a) se aumenta la intensidad de corriente; b) se disminuye la intensidad de corriente y c) la intensidad de corriente permanece constante. Justifica la respuesta.

- a) Cuando aumenta la intensidad en la espira 1, aumenta el campo magnético creado por dicha intensidad y por tanto el flujo del campo magnético en la espira 2. Para compensar este aumento del flujo, la intensidad inducida en la espira 2 ha de tener el **sentido contrario a la intensidad de la espira 1**.
- b) En este caso disminuye el campo magnético, y por tanto el flujo en la espira 2, de modo que para compensar esta disminución de flujo es necesario que la intensidad inducida en la espira 2 tenga el **mismo sentido que la intensidad en la espira 1**.
- c) Como no hay variación de flujo, **no aparece intensidad inducida** en la espira 2.



**8.** Determina la expresión del coeficiente de autoinducción del solenoide de la figura, suponiendo que es muy largo comparado con su radio, que el número de espiras  $N$  es grande, y conociendo que al circular por él una corriente  $I$  la expresión del campo magnético en su interior es:  $B = \mu_0 NI/x$ . Aplícalo al caso concreto de un solenoide de 500 espiras de 5 cm de radio, y una longitud de 50 cm.



El coeficiente de autoinducción  $L$  del solenoide viene determinado por la relación entre el flujo magnético  $\Phi$  que lo atraviesa y la intensidad de corriente  $I$  que por él circula y crea el campo magnético  $B$ , luego

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = 5mH$$

9.- En un circuito  $RL$  en serie, con  $R = 5 \Omega$  y  $L = 0,06 \text{ H}$ , la tensión entre los bornes de la bobina es  $u_L = 15\cos 200t \text{ V}$ . Calcula:

- La intensidad de corriente.
- El ángulo de desfase y el módulo de la impedancia.
- La diferencia de potencial total.

a) La amplitud de la tensión en la bobina  $V_L = I X_L = I L \omega$ , luego la amplitud de la intensidad en el circuito es

$$I = \frac{15}{0.06 \cdot 200} = 1.25 \text{ A}$$

y como la intensidad está retrasada  $90^\circ$  respecto de la tensión en la bobina, entonces

$$i(t) = 1.25 \cos(200t - \pi/2)$$

b) Conociendo la resistencia y la reactancia del circuito, la impedancia es

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 13 \Omega$$

y el desfase  $\phi = \arccos(5/13) = 1.18 \text{ rad} = 67^\circ$

c) La diferencia de potencial total es, en voltios,

$$u(t) = I Z \cos(200t - \pi/2 + 1.18) = 16 \cos(200t - 0.4)$$

10.- Describe el fenómeno de la resonancia en un circuito  $RLC$  serie. Determina la expresión de la frecuencia de resonancia de un circuito  $RLC$  serie, y el valor de la impedancia a dicha frecuencia.

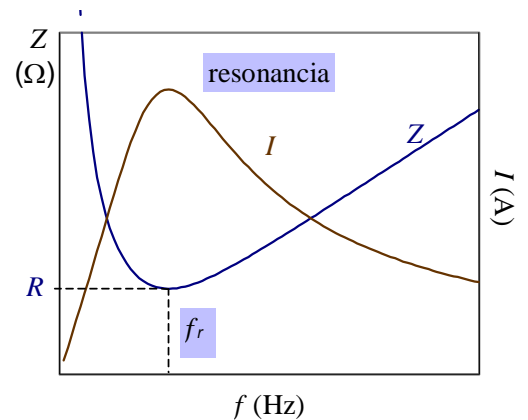
En corriente alterna la resonancia de un dipolo afecta a la amplitud de la intensidad de la corriente que circula por él, que tiene un valor máximo a una frecuencia característica del dipolo denominada **frecuencia de resonancia**  $f_r$ . A dicha frecuencia, la reactancia se anula y impedancia del dipolo  $RLC$  tiene un valor mínimo:

$$\frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = Z \quad X = 0 \rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

A la frecuencia de resonancia la impedancia toma el valor de la resistencia del dipolo.

De esta forma, la amplitud de la intensidad de corriente, si mantenemos la de la diferencia de potencial constante, depende de la frecuencia y pasa por un máximo a la frecuencia de resonancia:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

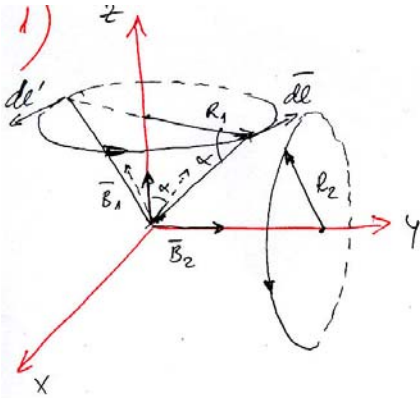
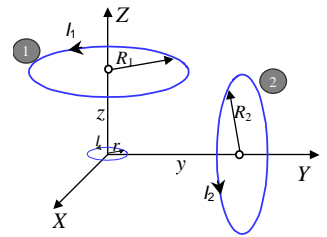


1.- Sean dos espiras circulares de radio  $R_1$  y  $R_2$ , por las que circulan intensidades de corriente  $I_1$  y  $I_2$  en los sentidos indicados en la figura. La primera de las espiras está situada paralela al plano  $XY$ , a una distancia  $z$  del mismo, y la segunda paralela al plano  $XZ$ , a una distancia  $y$  del mismo. Calcula:

- El campo magnético creado por la espira 1 en el origen de coordenadas.
- El campo magnético creado por la espira 2 en el origen de coordenadas.
- El campo magnético total en el origen de coordenadas.

En el origen de coordenadas se sitúa otra espira paralela a la primera de radio  $r$  muy pequeño comparado con el de las otras dos ( $r \ll R_1$  y  $r \ll R_2$ ), y por la que circula una intensidad de corriente  $I$  en el sentido contrario a las agujas del reloj. Calcula:

- El momento magnético de la espira.
- El momento resultante de las fuerzas sobre la espira.



a) Aplicando la ley de Biot y Savart a la espira 1 tenemos; para un elemento de corriente,

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \frac{|d\vec{l} \times \vec{r}|}{r^3} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \frac{dl \cdot r}{r^3}$$

por ser  $d\vec{l}$  y  $\vec{r}$  perpendiculares.

La dirección será normal al plano determinado por  $d\vec{l}$  y  $\vec{r}$ .

La componente sobre la normal al eje de  $d\vec{B}$  se anula con el  $d\vec{B}'$  cuando por el elemento de corriente  $d\vec{l}$  simétrico del  $d\vec{l}$

Así tenemos

$$B = \int dB_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int \frac{\cos \alpha \, dl}{r^2} ; \quad \left\{ \begin{array}{l} R_1 = r \cos \alpha \\ r^2 = R_1^2 + z^2 \end{array} \right.$$

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi R^2} \cos \alpha \int dl = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi R^2} \cos \alpha \cdot 2\pi R_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2} \frac{R_1^2}{(R_1^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2} \frac{R_1^2}{(R_1^2 + z^2)^{3/2}} (\vec{k})$$

b) Análogamente

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2} \frac{R_2^2}{(R_2^2 + y^2)^{3/2}} (\vec{j})$$

$$c) \vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2} \frac{R_2^2}{(R_2^2 + y^2)^{3/2}} \vec{j} + \frac{\mu_0 I_1}{2} \frac{R_1^2}{(R_1^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k}$$

$$d) \vec{m} = I \vec{S} = I \pi r^2 (\vec{k})$$

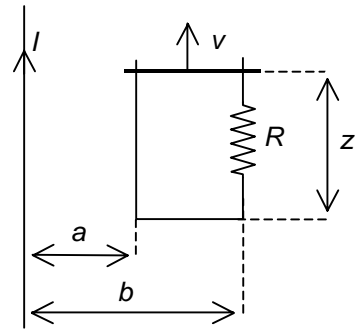
e)  $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$   
considerando el campo uniforme en la espira de radio  $r$ , tenemos

$$\vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & m \\ 0 & B_2 & B_1 \end{vmatrix} = -m B_2 \vec{i}$$

2.- Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente  $I$  en el sentido indicado.

En el mismo plano, y en la posición mostrada en la figura, se encuentra una espira de resistencia  $R$ , uno de cuyos lados se mueve con velocidad constante  $v$  en el sentido indicado. Calcula:

- El flujo magnético que atraviesa la espira, en función de  $z$ , debido a la corriente  $I$ .
- La f.e.m. inducida en dicha espira.
- Intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.
- Coefficiente de inducción mutua entre el conductor y la espira.
- Fuerza que actúa sobre el lado móvil de la espira.



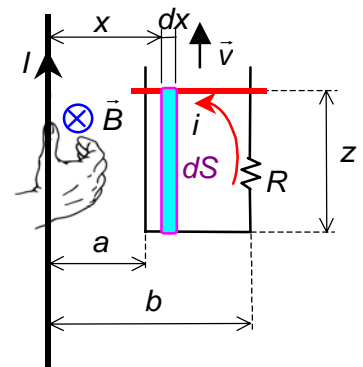
a) El campo magnético creado por el conductor en la zona de la espira tendrá dirección normal al plano del dibujo, y sentido entrante tal y como indica la regla de la mano derecha. El módulo vendrá dado por,

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi x}$$

siendo  $x$  la distancia de cada punto al conductor.

Al calcular el flujo deberemos tomar una superficie elemental en la que el campo sea uniforme: una superficie rectangular de altura  $z$  y amplitud  $dx$  en la que el valor de  $B$  es constante, y que podremos desplazar sobre la espira desde una distancia  $a$  del conductor hasta una distancia  $b$ . De este modo, el elemento de superficie viene dado por  $dS = z dx$ . La dirección y el sentido del vector superficie elemental coinciden con el del campo, con lo cual,

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = \int_a^b \frac{\mu_0 I z}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



b) y c) La fuerza electromotriz inducida la calculamos utilizando la ley de Faraday. Primero aplicamos la regla de Lenz para obtener el sentido de la corriente inducida: al mover el lado superior  $z$  aumenta, y el flujo, que es proporcional a  $z$ , aumentará también. La corriente se opondrá a esta variación creando con la espira un campo en sentido contrario al del conductor. Aplicando la regla de la mano derecha a la espira, el sentido de la corriente inducida es contrario a las agujas del reloj, como se indica en el dibujo anterior.

Teniendo en cuenta que la única variable que depende del tiempo es  $z$ , el valor absoluto de la fem será:

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{dz}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) v$$

la intensidad de corriente inducida será igual a,

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \ln\left(\frac{b}{a}\right) v$$

con el sentido mostrado en la figura.

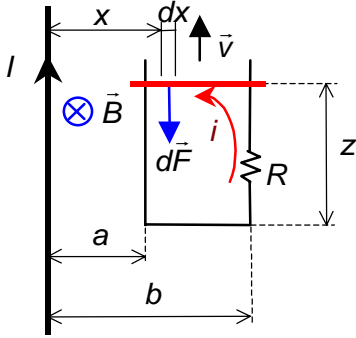
d) el coeficiente de inducción mutua entre el conductor y la espira es la relación entre el flujo que atraviesa la espira y la corriente que circula por el conductor:

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 z}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

e) la fuerza magnética sobre el lado que se desplaza la calcularemos a partir de la expresión general, ya que el campo no es uniforme:

$$\vec{F} = i \int_C d\vec{l} \times \vec{B}$$

Hemos de tener en cuenta que la intensidad que aparece en esta expresión es la intensidad inducida que circula por el lado móvil, mientras que la que produce el campo es la que circula por el conductor rectilíneo.



Por otro lado, el conductor y el campo son normales, con lo que el módulo del producto vectorial será el producto de los módulos, y, conocido ya el sentido de la intensidad de corriente inducida, el producto vectorial dará el sentido a las fuerzas indicada en el dibujo, es decir, frenando el movimiento del lado móvil, de acuerdo a la regla de Lenz. Por último, los límites del conductor están situados a distancias  $a$  y  $b$  del conductor, que serán los límites de integración. Con todo ello, el módulo de la fuerza es:

$$F = i \int_C B dx = i \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right)^2 \frac{v}{R}$$