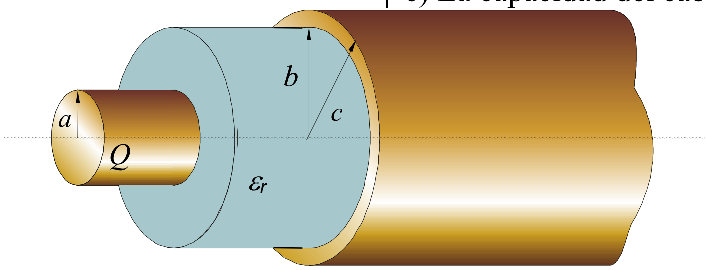
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA FUNDAMENTOS FISICOS DE LA INFORMATICA FACULTAD DE INFORMATICA	PROBLEMAS FINAL 23-Junio-2005
APELLIDOS:	NOMBRE:

1. La figura mostra un cable coaxial de longitud l, format per dos conductors separats per un dielèctric de permitivitat dielèctrica ε_r. El conductor interior es carrega amb una carrega Q. Calcula:

a) El camp elèctric en cada una de les regions de l'espai (r < a, a < r < b, b < r < c i r > c).
b) La diferència de potencial entre els dos conductors.
c) La capacitat del cable.

La figura muestra un cable coaxial de longitud l, formado por dos conductores separados por un dieléctrico de permitividad dieléctrica ε_r. El conductor interior se carga con una carga Q. Calcula:

a) El campo eléctrico en cada una de las regiones del espacio (r < a, a < r < b, b < r < c y r > c).
b) La diferencia de potencial entre los dos conductores.
c) La capacidad del cable.



1 a) ¿$\vec{E}$ $r<a$, $a<r<b$, $b<r<c$, $r>c$)

- En $r<a$ el material es conductor en equilibrio, por tanto, $\boxed{E_{r<a}=0}$

- $\underbrace{a<r<b}_{\text{hay dieléctrico } \varepsilon_r}$ Se calcula E utilizando el Teorema de Gauss, aplicándolo a una superficie gaussiana cilíndrica de radio $a<r<b$ y long. l. (despre. efectos de bordes)

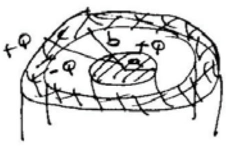
$$\Phi=\int_{S_{gauss}}\vec{E}\,\vec{ds} = \int_{\substack{sup.\\lateral}}\overset{//}{\vec{E}\,\vec{ds}} + \cancel{\int_{\substack{sup.\\bases}}\overset{\perp\to 0}{\vec{E}\,\vec{ds}}} = \int E.ds = ES = E\,2\pi r l$$

por otra parte, según Gauss $\Phi = \frac{Q_{dentro}}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$ $\quad \sigma = \frac{Q}{2\pi a l}$

$$E\,2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \Rightarrow \boxed{E_{a<r<b} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r 2\pi r l}} = \frac{\sigma\, 2\pi a \cancel{l}}{\varepsilon_0\varepsilon_r 2\pi r \cancel{l}}$$

- $b<r<c$ es conductor en equil. por tanto $\boxed{E=0}$

• $r > c$ la carga Q en la superf. de radio a induce una carga $-Q$ en la superf. de radio b, quedando con carga $+Q$ la superficie de radio c



Para hallar el E en $r > c$, donde suponemos que hay vacío, aplicamos el Teorema de Gauss a una sup. cilíndrica de radio $r > c$ y lg. l

$$\Phi = \int_{\substack{\text{sup.}\\ \text{Gauss}}} \vec{E}\,\vec{ds} = \int_{\substack{\text{sup.}\\ \text{lat}}} E\,ds = ES = E\,2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{r>c} = \frac{Q}{\varepsilon_0 2\pi r l}}$$

b) ddp. entre los 2 conductores

$$\boxed{V_a - V_b} = \int_a^b \underset{\substack{E\\ a<r<b}}{\vec{E}}\,\vec{dr} = \int_a^b E\,dr = \int_a^b \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r 2\pi r l}\,dr =$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r 2\pi l} \ln r \Big|_a^b = \boxed{\frac{Q \ln \frac{b}{a}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r 2\pi l}}$$

c)
$$\boxed{C = \frac{Q}{V_a - V_b}} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q} \ln \frac{b}{a}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r 2\pi l}} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r 2\pi l}{\ln \frac{b}{a}}}$$

2. Donat el circuit de la figura:

a) Determina la intensitat de corrent que circula i el seu sentit .

b)Calcula l'equivalent Thevenin del circuit entre els punts *A* i *B*. Indica clarament la seva polaritat.

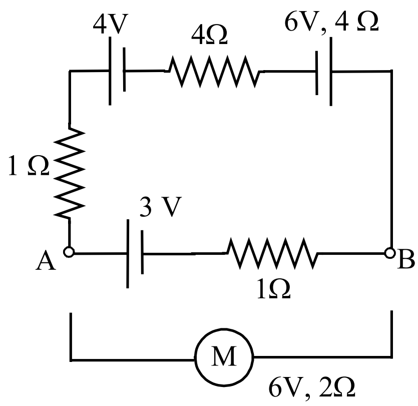
c) Si el motor de la figura es connecta entre els punts *A* i *B*, funcionarà? (Justifica la resposta)

Dado el circuito de la figura:

a) Determina la intensidad de corriente que circula y su sentido.

b) Calcula el equivalente de Thevenin del circuito entre los puntos *A* y *B*. Indica claramente su polaridad.

c) Si el motor de la figura se conecta entre los puntos *A* y *B*, ¿funcionará? (Justifica la respuesta)



a)

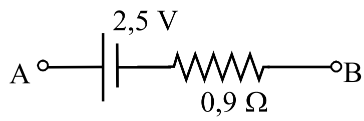
$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{3-4+6}{1+1+4+4} = \frac{1}{2}\ \text{A} = 0{,}5\ \text{A}$$

En el sentido de las agujas del reloj.

b)

$$\varepsilon_T = V_{AB} = \sum IR - \sum \varepsilon = -\frac{1}{2}\cdot 1 - (-3) = \frac{5}{2}\ \text{V} = 2{,}5\ \text{V}$$

$$R_T = R_{eq}^{AB} = \left(\frac{1}{1}+\frac{1}{9}\right)^{-1} = \frac{9}{10}\ \Omega = 0{,}9\ \Omega$$

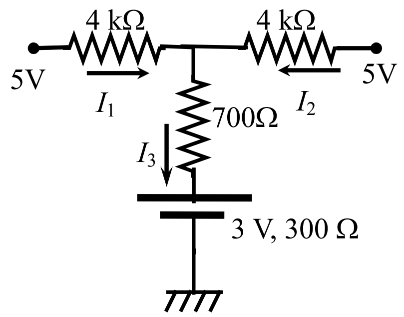


La polaridad del generador equivalente de Thevenin es la indicada en la figura.

c) El motor no funcionará. Al ser mayor la fuerza contraelectromotriz del motor que la fuerza electromotriz del generador de Thevenin no proporcionará suficiente potencia para hacer funcionar el motor.

3. Donat el circuit de la figura,
a) Determina les intensitats de branca I_1, I_2 i I_3.
b) Calcula la potència total dissipada per efecte Joule.
c) Calcula el rendiment del generador de 3V.
d) Calcula la f.e.m. del generador per que I_3 es reduïsca a la mitad.

Dado el circuito de la figura,
a) Determina las intensidades de rama I_1, I_2 y I_3.
b) Calcula la potencia total disipada por efecto Joule.
c) Calcula el rendimiento del generador de 3V.
d) Calcula la f.e.m. del generador para que I_3 se reduzca a la mitad.



a) Amb el mètode matricial (i J_1 i J_2 amb sentit horari),

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \rightarrow \quad J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = 1/3\,mA \quad , \quad J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}}{24} = -1/3\,mA$$

Per tant, els corrents demanats son

$$I_1 = J_1 = 1/3\,mA \quad , \quad I_2 = -J_2 = 1/3\,mA \quad , \quad I_3 = J_1 - J_2 = 2/3\,mA$$

Com les dos resistències de 4 kΩ estàn en paral·lel, també s'arriba al mateix resultat amb

$$5 = I_3(2000 + 700 + 300) - (-3)$$

b) $p = I^2{}_1 4k\Omega + I^2{}_1 4k\Omega + I^2{}_3 700\Omega + I^2{}_3 300\Omega = 4/3\,mW$

c)Com està funcionant com a receptor,

$$\eta = \frac{p_{transf}}{p_{consum}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + I_3 r} = 0.94$$

d) Si I'_3 = 1/3 mA, amb l'última equació de l'apartat a) tenim

$$5 = I'_3(2000 + 700 + 300) - (-\varepsilon') \quad \rightarrow \quad \varepsilon' = 4\,V$$ amb la mateixa polaritat

4. Dos conductores rectilíneos, paralelos e indefinidos, separados una distancia 2*a*, están recorridos por corrientes iguales en sentidos contrarios. Entre ellos, y equidistante de ambos, se encuentra una espira cuadrada de lado a y resistencia eléctrica *R*, tal y como se muestra en la figura.

Calcular:

a) El flujo magnético provocado por el conductor 1 a través de la espira, indicando su sentido (entrando o saliendo del papel).
b) El flujo magnético provocado por el conductor 2 a través de la espira, indicando su sentido.
c) El coeficiente de inducción mutua entre uno de los conductores y la espira.
d) El flujo total debido a ambos conductores a través de la espira, con su sentido.

Si la corriente de cada uno de los conductores aumenta linealmente con el tiempo (i=kt, k>0), calcula:

e) La f.e.m. inducida en la espira.
f) La corriente inducida en la espira, indicando claramente su sentido.
g) La fuerza magnética que actúa sobre el lado de la espira más próximo al conductor 2.

Dos conductors rectilinis, paral·lels i indefinits, separats una distància 2*a*, estan recorreguts per corrents iguals en sentits contraris. Entre ells, i equidistant d'ambdós, es troba una espira quadrada de costat *a* i resistència elèctrica *R*, tal com es mostra a la figura. Calcula:

a) El flux magnètic provocat pel conductor 1 a través de l'espira, indicant el seu sentit (entrant o eixint del paper).
b) El flux magnètic provocat pel conductor 2 a través de l'espira, indicant el seu sentit.
c) El coeficient d'inducció mútua entre un dels conductors i l'espira.
d) El flux total a causa d'ambdós conductors a través de l'espira, amb el seu sentit.
Si el corrent de cada un dels conductors augmenta linealment amb el temps (*i* = k*t*, k>0), calcula:
e) La f.e.m. induïda en l'espira.
f) El corrent induït en l'espira, indicant clarament el seu sentit.
h) La força magnètica que actua sobre el costat de l'espira més pròxim al conductor 2.

a)

$$\phi_1 = \int \vec{B}ds = \int \underset{\uparrow}{\frac{\mu_0 I}{2\pi x}} ds = \int_{a/2}^{3a/2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} a dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \int_{a/2}^{3a/2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \left| \ln\left(\frac{3a}{2}\right) - \ln\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln(3)\ Wb\right.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

b)

$$\phi_2 = \int \vec{B}ds = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi x} ds = \int_{a/2}^{3a/2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} a dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln(3) \quad Wb$$

c)

$$\phi_1 = M_1 I \rightarrow M_1 = \frac{\phi_1}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln(3) \quad Wb$$

d)

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \frac{\mu_0 I}{\pi} a \ln(3) \quad Wb$$

e)

$$\varepsilon = \frac{\partial I}{dt} = \frac{\dfrac{\mu_0 K t a \ln(3)}{\pi}}{dt} = \frac{\mu_0 K a \ln(3)}{\pi} V$$

f)

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_0 K a \ln(3)}{\pi R} A$$

g)

$$\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}) = \frac{\mu_0 k a \ln 3}{\pi R}\left(a\vec{j} \times \vec{B}\right) = -\frac{\mu_0 k a \ln 3}{\pi R}\left(\frac{5\mu_0 k a t}{6\pi a}\right)\vec{i} = -\frac{5}{6}\frac{\mu_0^2 k^2 a t \ln 3}{\pi^2 R}\vec{i}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 k t}{2\pi \frac{3}{2} a}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 k t}{2\pi a}(-\vec{k}) = \frac{5}{6}\frac{\mu_0 k t}{\pi a}(-\vec{k})$$