Fonaments Físics de la Informàtica. DFA-FI. FINAL Teoria	16-Juny-2006
Cognoms:	Nom:

1. Comprova l'homogeneïtat de l'equació $\vec{E} = -\nabla V$, on $\vec{E}$ és el vector camp elèctric i V és el potencial elèctric.

|E| = |F| /|Q| = MLT^{-2} / IT = MLI^{-1} T^{-3}

|-∇V | = |V| / L = ML^2I^{-1} T^{-3} / L = MLI^{-1} T^{-3}

1. Comprueba la homogeneidad de la ecuación $\vec{E} = -\nabla V$, donde $\vec{E}$ es el vector campo eléctrico y V es el potencial eléctrico.

2. Si $\vec{F} = (k/r^2)\vec{u}_r = -\nabla U$, troba la circulació de $\vec{F}$ entre dos punts A i B, sabent que U_A= 4 i U_B= 1.5.

C_{AB}= U_A – U_B = 4 -1.5 = 2.5

Per ser *F* un camp conservatiu

2. Si $\vec{F} = (k/r^2)\vec{u}_r = -\nabla U$, halla la circulación de $\vec{F}$ entre dos puntos A y B, sabiendo que U_A= 4 y U_B= 1.5.

3. Enuncia el teorema de Gauss i aplica'l per a calcular el camp elèctric creat per un plànol infinit carregat amb densitat superficial de càrrega σ > 0.

3. Enuncia el teorema de Gauss y aplícalo para calcular el campo eléctrico creado por un plano infinito cargado con densidad superficial de carga σ > 0.

El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga total encerrada en dicha superficie partido ε_0.

$$\oint EdS = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$$

En el caso del plano

ES= σS/ ε_0

Por lo que:

E= σ / ε_0

4. En l'associació de condensadors de la figura, s'aplica una diferència de potencial V entre A i B.

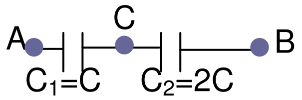
a) Quant val la càrrega que adquireixen els dos condensadors (Q_1 i Q_2)? Quant valen les diferències de potencial V_{AC} i V_{CB}?

b) Després es desconnecta la font i s'introduïx en el condensador 1 una làmina de dielèctric. Indica si les quantitats calculades anteriorment augmenten, disminuïxen o romanen constants.

4. En la asociación de condensadores de la figura, se aplica una diferencia de potencial V entre A y B.

a) ¿Cuánto vale la carga que adquieren los dos condensadores (Q_1 y Q_2)? ¿Cúanto valen las diferencias de potencial V_{AC} y V_{CB}?

b) Después se desconecta la fuente y se introduce en el condensador 1 una lámina de dieléctrico. Indica si las cantidades calculadas anteriormente aumentan, disminuyen o permanecen constantes.



	a)	b) desprès
Q_1	**2CV/3**	**Constant**
Q_2	**2CV/3**	**Constant**
V_{AC}	**2V/3**	**Disminuix**
V_{CB}	**V/3**	**Constants**

5. Enuncia la llei d'Ohm microscòpica. A partir d'ella, deduïx l'expressió de la resistència elèctrica entre dos punts d'un conductor amb resistivitat ρ i secció transversal A, separats una distància L.

5. Enuncia la ley de Ohm microscópica. A partir de ella, deduce la expresión de la resistencia eléctrica entre dos puntos de un conductor con resistividad ρ y sección transversal A, separados una distancia L.

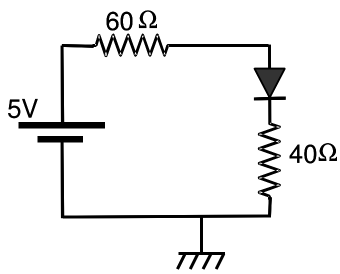
$J = \sigma E$

y

$R = \rho\, L / S$

6. Calcula la intensitat de corrent en el circuit de la figura utilitzant la primera i la segona aproximació del diode de característiques 0.7V, 0.3Ω.

6. Calcula la intensidad de corriente en el circuito de la figura utilizando la primera y la segunda aproximación del diodo de características 0.7V, 0.3Ω.



Utilizando la 1ªaproximación de diodo ideal,

$$i = \frac{5}{100} = 0{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 50\ \text{mA}$$

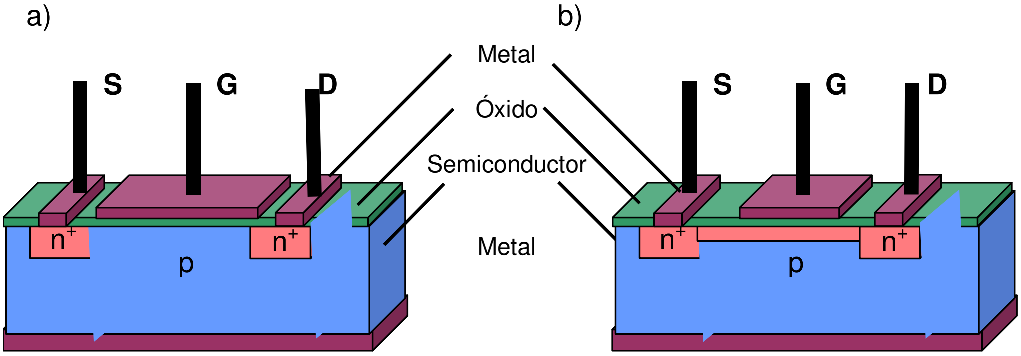
Considerando la tensión umbral del diodo,calculamos la I mediante la 2ª aproximación:

$$i = \frac{5 - 0{,}7}{100} = 43\ \text{mA}$$

7. Explica les característiques fonamentals d'un transistor MOSFET.

7. Explica las características fundamentales del transistor MOSFET.

Sobre un substrato de un semiconductor extrínseco de tipo *p*, aparecen dos zonas con un dopado fuerte de tipo *n* que se unirán a través de un conductor a dos termínales de salida (el Drenador, D, y la Fuente, S). Una capa de material dieléctrico (óxido) se situará entre el cristal semiconductor y una placa conductora que se conectará al tercer terminal del transistor (la Puerta, G), situada entre los otros dos terminales y tal como se muestra en la figura. Los tres terminales se sitúan en una de las caras del semiconductor, mientras que en la otra se introduce un contacto metálico. El transistor así descrito es un MOS-FET de *enriquecimiento*. Si ambas zonas fuertemente dopadas con átomos donadores se unen por un canal dopado también con átomos donadores, tendremos un transistor MOS-FET de *agotamiento.*



Estructura física de un transistor de efecto de campo metal-óxido-semiconductor: a) de enriquecimiento; b) de agotamiento.

Se pueden diseñar también con substratos de semiconductor de tipo *n*, siendo su comportamiento similar al caso en que el substrato sea de tipo *p*.

En el caso del del **MOS-FET de enriquecimiento** el comportamiento es el siguiente: La Fuente y el contacto metálico en la parte inferior estarán a un mismo potencial de referencia. Si el potencial de la puerta G es nulo o negativo, respecto al de referencia, sea cual fuere el signo de la tensión entre Drenador y Fuente, el paso de corriente entre estas dos puertas se verá impedido por la presencia de una unión *p-n* polarizada en sentido inverso. Por lo tanto, el transistor se comportará como un circuito abierto.

Si se introduce un potencial positivo en la puerta, G, se inducirán cargas negativas en la superficie del material semiconductor, creándose un canal con exceso de electrones en el substrato de tipo P. Este canal unirá Fuente y Drenador permitiendo el paso de corriente eléctrica a su través. Entonces, al aplicar una diferencia de potencial $V_{DS}>0$ aparecerá una corriente eléctrica que atravesará el transistor desde el Drenador hasta la Fuente a través del canal de cargas inducidas.

Pero la introducción de una tensión positiva en el Drenador produce, por una parte, una disminución progresiva de la caída de potencial entre el semiconductor y la puerta a medida que nos aproximamos al Drenador y además tiene como consecuencia un ensanchamiento de la zona de transición de la unión *p-n* en la zona del Drenador. Ambos factores dan lugar a que, al aumentar V_{DS} el canal en las proximidades del Drenador se va estrechando. En este proceso la intensidad crecerá linealmente con la tensión.

Si se aumenta la tensión del Drenador lo suficiente se producirá el estrangulamiento del canal, lo que supone que la intensidad ha ido disminuyendo su ritmo de crecimiento hasta llegar a la saturación. A partir de este punto, valores mayores de la tensión del Drenador supone un aumento de la región estrangulada (ΔL) manteniéndose la intensidad constante.

Cuanto mayor sea la tensión de puerta aplicada, mayor será el valor de la intensidad de saturación, por lo que podemos regular el valor de la intensidad que atraviesa el transistor trabajando en saturación y modificando el valor de la tensión de puerta.

Al transistor descrito, con un substrato de tipo *p*, se le denomina MOS-FET de enriquecimiento de canal *n*. Si el substrato fuese de tipo *n*, la denominación es denomina MOS-FET de enriquecimiento de canal *p* y su comportamiento sería similar al descrito, introduciendo las correcciones correspondientes en cuanto a diseño físico y polaridad aplicada.

8. Enuncia la llei d'Amper i comprova la seua validesa aplicant-la al cas de una circumferència de radi *R*, coneixent el camp magnètic creat per un conductor rectilini indefinit situat sobre l'eix de la circumferència, recorregut per un corrent *I*.

8. Enuncia la ley de Ampere y comprueba su validez aplicándola al caso de una circunferencia de radio *R*, conociendo el campo magnético creado por un conductor rectilíneo indefinido situado sobre el eje de la circunferencia, recorrido por una corriente *I*.

La circulación del vector campo magnético a lo largo de una curva cerrada es igual al producto de la constante μ_0 por la suma de las intensidades que atraviesan cualquier superficie limitada por la curva. El signo de la intensidad será positivo si cumple la regla de la mano derecha con el sentido de la circulación, y negativo en caso contrario.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I$$

Dado que el campo magnético no varía de módulo al desplazarse por una circunferencia centrada en el conductor, y el campo es tangente a la circunferencia en todo momento, consideremos una circunferencia de radio *R* como curva en la que aplicar el teorema de Ampère. La circulación de $\vec{B}$ a lo largo de la longitud de la circunferencia es:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \oint B d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot 2\pi R = \mu_0 I \text{ c.q.d.}$$

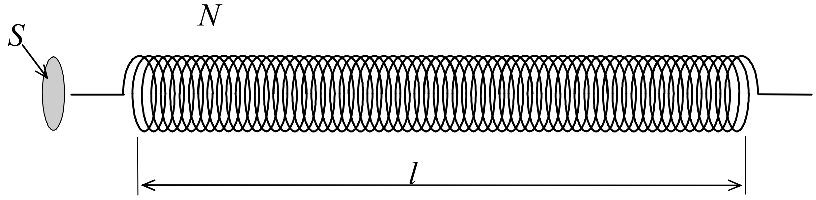
ya que $\vec{B}$ y $d\vec{\ell}$ son paralelos en todo punto de la circunferencia.

9. Determina l'expressió del coeficient d'autoinducció del solenoide de la figura, suposant que és molt llarg comparat amb el seu radi, que el número d'espires N es gran, i coneixent que al circular per ell un corrent I l'expressió del camp magnètic en l'interior és:

$$B = \frac{\mu_0 N\cdot I}{l}$$

9. Determina la expresión del coeficiente de autoinducción del solenoide de la figura, suponiendo que es muy largo en comparación con su radio, que el número de espiras N es grande, y sabiendo que al circular una corriente I por él, la expresión del campo magnético en el interior es:

$$B = \frac{\mu_0 N\cdot I}{l}$$



El coeficiente de autoinducción L se define, como el cociente entre el flujo que atraviesa un circuito, dividido por la intensidad

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

El flujo que atraviesa el solenoide es igual al flujo a través de una espira, multiplicado por el número de espiras

$$\Phi = N\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

y como el campo magnético es constante y paralelo al vector superficie,

$$\Phi = N\int_S BdS = NB\int_S dS = NBS = N\frac{\mu_0 NI}{l}S = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}I$$

con lo cual el coeficiente de autoinducción es igual a:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

10. Per un dipòl RL (R = 20Ω i L = 0.02H) circula una intensitat i(t)=0.2·cos(1000t+20º)A. Determina la impedància, l'angle de desfasament, la diferència de potencial total i la diferència de potencial en la bobina i en la resistencia.

10. Por un dipolo RL (R=20Ω i L=0.02H) circula una intensidad i(t)=0.2·cos(1000t+20º)A. Determina la impedancia, el ángulo de desfase, la diferencia de potencial total y la diferencia de potencial en la bobina y en la resistencia.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}\ \Omega = 28{,}28\ \Omega$$

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 45^\circ$$

Diferencia de potencial total:

$$\left.\begin{array}{l} U_m = I_m Z = 4\sqrt{2}\ V = 5{,}67\ V \\ \varphi_U = \varphi + \varphi_i = 45 + 20 = 65^\circ \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad u(t) = 4\sqrt{2}\cos(1000t + 65^\circ)\ V$$

Diferencia de potencial en la bobina:

$$\left.\begin{array}{r} U_m^L = I_m X_L = 4\,V \\ \varphi_U^L - \varphi_i = 90^{\circ} \quad \Rightarrow \quad \varphi_U^L = 90 + 20 = 110^{\circ} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad u_L(t) = 4\cos(1000t + 110^{\circ})\,V$$

Diferencia de potencial en la resistencia:

$$\left.\begin{array}{r} U_m^R = I_m R = 4\,V \\ \varphi_U^R - \varphi_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_U^r = 20^{\circ} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad u_R(t) = 4\cos(1000t + 20^{\circ})\,V$$

Fonaments Físics de la Informàtica. DFA-FI. FINAL Problemes	16-Juny-2006
Cognoms:	Nom:

1.- Siguen dues superfícies cilíndriques concèntriques infinitament llargues. La interior té un radi R_1 i posseïx una densitat superficial de càrrega σ_1, mentre que l'exterior té un radi R_2 i una densitat superficial de càrrega σ_2. Calcula el camp elèctric en:

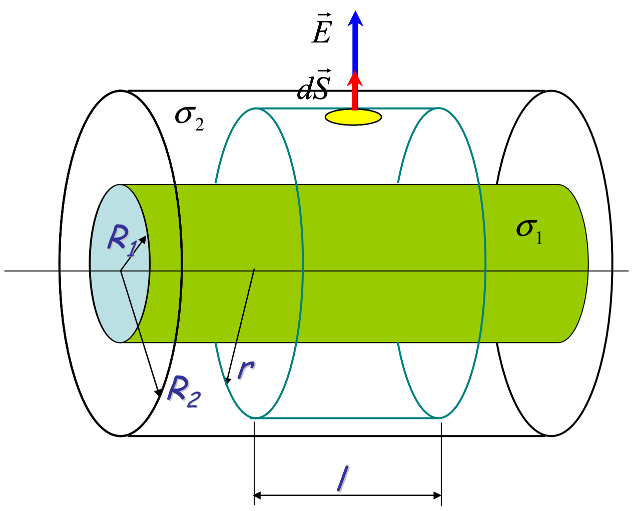
a) els punts interiors al cilindre interior ($r < R_1$),
b) els punts entre les dos superfícies cilíndriques ($R_1 < r < R_2$),
c) els punts exteriors ($r > R_2$).
d) Quin haurà de ser el quocient σ_2/σ_1 i el signe relatiu d'ambdues perquè el camp elèctric siga zero en els punts exteriors ($r > R_2$)?
e) Quant val la diferència de potencial entre les dues superfícies?
f) Quant val la capacitat del condensador format per les dues superfícies, per a una longitud L?

1.- Sean dos cortezas cilíndricas concéntricas infinitamente largas. La corteza interior tiene un radio R_1 y posee una densidad superficial de carga σ_1, mientras que la exterior tiene un radio R_2 y una densidad superficial de carga σ_2. Halla el campo eléctrico en:

a) los puntos interiores del cilindro interior ($r < R_1$),
b) los puntos entre las dos cortezas cilíndricas ($R_1 < r < R_2$),
c) los puntos exteriores ($r > R_2$).
d) ¿Cuál deberá ser el cociente σ_2/σ_1 y el signo relativo de ambas para que el campo eléctrico sea cero en los puntos exteriores ($r > R_2$)?
e) ¿Cuánto vale la diferencia de potencial entre las dos cortezas?
f) ¿Cuánto vale la capacidad del condensador formado por las dos cortezas, para una longitud L?

Per Gauss:

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i Q}{\varepsilon_0}$$



Superficie cilindrica coaxial, de radi r i longitud l. Per simetría axial el camp elèctric serà normal a l'eix, igual que la superficie elemental en la superficie lateral del cilindre. En les bases del cilindre la superficie elemental i el camp seran normals i el flux serà nul. Per a qualsevol radi el flux serà:

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{SL} E\cdot dS = E\int_{SL} dS = E\cdot 2\pi r\cdot l$$

$$a)\, r < R_1 \rightarrow \frac{\sum_i Q}{\varepsilon_0} = \frac{0}{\varepsilon_0} \rightarrow E = 0$$

$$b)\, R_1 < r < R_2 \rightarrow \frac{\sum_i Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_1 2\pi R_1\cdot l}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0 r}$$

$$c)\, r > R_2 \rightarrow \frac{\sum_i Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_1 2\pi R_1\cdot l + \sigma_2 2\pi R_2\cdot l}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\varepsilon_0 r}$$

$$d)\; E = \frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\varepsilon_0 r} = 0 \Rightarrow \sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2 = 0 \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$e)\; V_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E\cdot dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0 r}\cdot dr = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}\left[\ln r\right]_{R_1}^{R_2} = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

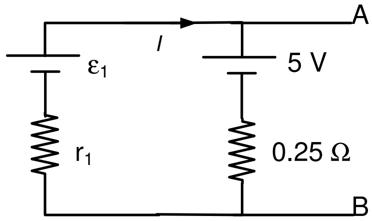
$$f)\; C = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{\sigma_1 2\pi R_1 L}{\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

2.- Si la potència elèctrica en la branca dreta situada entre els punts A i B de la figura és de 24 W i el rendiment del generador ε_1 és del 60% (generador amb ε_1, r_1), calcula:

a) la intensidad I en el circuit,
b) la ddp entre A i B,
c) ε_1, r_1

2.- Si la potencia eléctrica en la rama derecha situada entre los puntos A y B de la figura es de 24 W y el rendimiento del generador ε_1 es del 60% (generador con ε_1, r_1), calcula:

a) la intensidad I en el circuito,
b) la ddp entre A y B,
c) ε_1, r_1



a) Si la potència en la branca de la dreta és

$$p_{AB} = IV_{AB} = I(0{,}25I + 5) = 24W$$

la intensitat I és

$$I = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{0{,}5} = 4A$$

ja que la solució negativa no correspon al sentit del corrent de la figura.

b) Coneixent la intensitat, la diferència de potencial demanada és

$$V_{AB} = V_A - V_B = 0{,}25I + 5 = 6V$$

c) Per una part, el rendiment del generador és

$$\eta = \frac{p_{subm}}{p_{gen}} = \frac{\varepsilon_1 I - I^2 r_1}{\varepsilon_1 I} = \frac{\varepsilon_1 - 4r_1}{\varepsilon_1} = 0{,}6$$

i per l'altra, la diferència de potencial en el mateix generador

$$V_{AB} = \varepsilon_1 - 4r_1 = 6V$$

Substituint la segona en la primera equació,

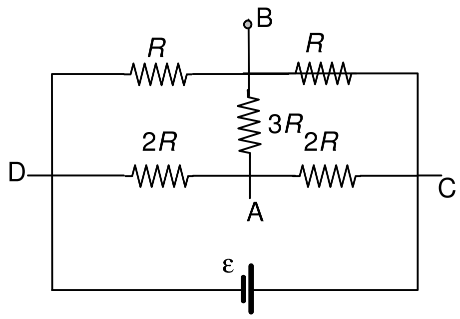
$$\varepsilon_1 = 6/0.6 = 10V \quad \text{i} \quad r_1 = \frac{\varepsilon_1 - 6}{4} = 1\Omega$$

3.- Donat el circuit de la figura,

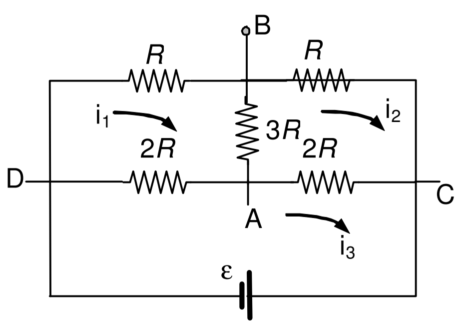
a) Determina les intensitats en totes les branques.
b) Determina la resistència equivalent entre D i C i la resistència equivalent entre A i B
c) Calcula el generador equivalent de Thevenin entre els punts *A* i *B* i entre els punts *D* i *C*. Indica clarament la seua polaritat.
d) En paral·lel als punts *D* i *C* del circuit s'afegix una branca amb una resistència de 2R/3 . Calcula la intensitat que circula per la dita branca, indicant clarament el seu sentit.

3.- Dado el circuito de la figura,

a) Determina las intensidades en todas las ramas.
b) Determina la resistencia equivalente entre D y C y la resistencia equivalente entre A y B
c) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre los puntos *A* y *B* y entre los puntos D y C. Indica claramente su polaridad.
d) En paralelo a los puntos *D* y *C* del circuito se añade una rama con una resistencia de 2R/3. Calcula la intensidad que circula por dicha rama, indicando claramente su sentido.



a) Si numeramos cada una de las tres mallas del circuito, asignamos las correspondientes corrientes de malla, y aplicamos el método de las corrientes de malla quedaría:



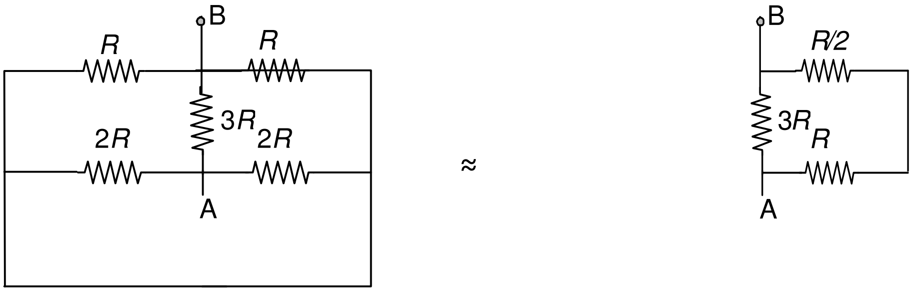
$$\begin{bmatrix} 6R & -3R & -2R \\ -3R & 6R & -2R \\ -2R & -2R & 4R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\varepsilon \end{bmatrix}$$ Resolviendo esta ecuación: $i_1 = i_2 = -\dfrac{\varepsilon}{2R} \qquad i_3 = -\dfrac{3\varepsilon}{4R}$

Así pues, la intensidad de corriente en cada rama sería:

Rama	DB	BC	DA	AC	DC	BA
Corriente	$\frac{\varepsilon}{2R}$	$\frac{\varepsilon}{2R}$	$\frac{\varepsilon}{4R}$	$\frac{\varepsilon}{4R}$	$\frac{3\varepsilon}{4R}$	0
Sentido	B a D	C a B	A a D	C a A	D a C	

b) Al cortocircuitar el generador, D y C quedan unidos por un conductor, por lo que $R_{DC} = 0$

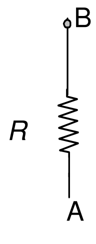
Entre A y B, al cortocircuitar el generador, quedaría:



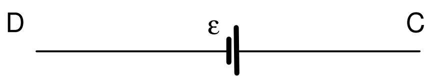
Como las dos resistencias de valor 2R están conectadas entre sí en paralelo, y también están conectadas en paralelo entre ellas las dos resistencias de valor R, la resistencia equivalente entre A y B será:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{3R} + \frac{2}{3R} = \frac{1}{R} \Rightarrow R_{AB} = R$$

c) Al ser $i_{AB}=0$, $V_{AB}=0$, por lo que el generador equivalente de Thevenin entre A y B será:



Y entre D y C, como $V_{DC}=\varepsilon$



d) Si conectamos una resistencia de valor 2R/3 entre D y C, la corriente que circulará por ella, será:

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{2R}{3}} = \frac{3\varepsilon}{2R}$$

4.- En la figura es mostren 2 fils conductors rectilinis, molt llargs, pels que circulen intensitats $I_1 = I$ i $I_2 = 2I$ i, entre ells i en el mateix pla, una espira formada per un conductor en forma de *U* amb resistència *R* sobre el qual llisca sense fregament un conductor rectilini (AB) amb velocitat $v = v_0 + at$, en la direcció i sentit assenyalats. Calcula:

a) Flux del camp magnètic a través de l'espira creat pel conductor 1, pel conductor 2 i flux magnètic total.

d) Força electromotriu induïda en l'espira (ε).

e) Intensitat induïda en l'espira (s'ha d'assenyalar el sentit).

f) Força magnètica sobre el conductor AB deguda al camp magnètic del conductor 1.

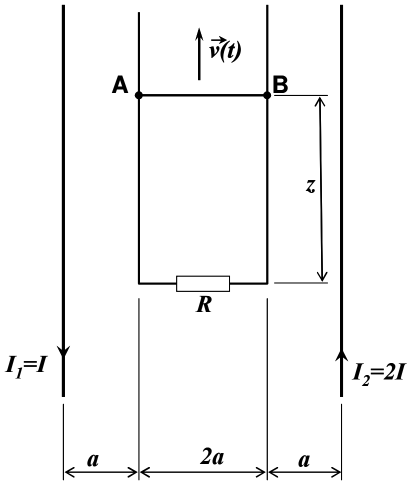
4.- En la figura se muestran 2 hilos conductores rectilíneos, muy largos, por los que circulan intensidades $I_1 = I$ e $I_2 = 2I$ y, entre ellos y en el mismo plano, una espira formada por un conductor en forma de *U* con resistencia *R* sobre el que desliza sin rozamiento un conductor rectilíneo (AB) con velocidad $v = v_0 + at$, en la dirección y sentido señalados. Calcula:

a) Flujo del campo magnético a través de la espira creado por el conductor 1, por el conductor 2 y flujo magnético total.

d) Fuerza electromotriz inducida en la espira (ε).

e) Intensidad inducida en la espira (se debe señalar el sentido).

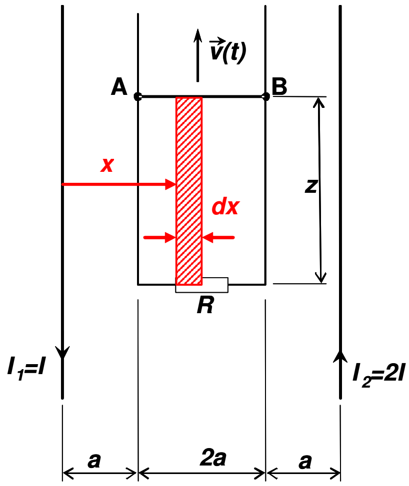
f) Fuerza magnética sobre el conductor AB debida al campo magnético del conductor 1.



a) Flujo de I_1: $d\Phi_1 = \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = B_1 dS = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x} z dx$.

Integrando desde $x=a$ hasta $x=3a$:

$$\Phi_1 = \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} z dx = \frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln 3$$ saliente respecto del plano del papel.



El flujo debido a I_2 también es saliente y en todo lo mismo salvo que la corriente vale el doble:

$$\Phi_2 = 2\Phi_1 = 2\frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln 3$$

Por lo que el flujo total valdrá:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 3\frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln 3$$ saliente respecto del plano del papel.

b) Por la ley de Faraday:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 3 \frac{dz}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln 3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}(v_0 + at) \ln 3$$

c) $i = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}(v_0 + at) \ln 3$

Dado que el flujo saliente crece con el tiempo, el sentido de la intensidad deberá ser tal que produzca un flujo entrante, por lo que su sentido deberá ser horario.

d) La fuerza elemental sobre un elemento de longitud *dx* del conductor deslizante vale:

$$d\vec{F} = i dx \vec{i} \times B_1(x) \vec{k} = -i \frac{\mu_0 I}{2\pi} dx \vec{j}$$ (tomando el eje x alineado con el conductor en el sentido de la coriente)

Integrando desde $x=a$ hasta $x=3a$:

$$\vec{F} = -\frac{\mu_0 I i}{2\pi} \ln 3 \vec{j} = -3\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 3\right)^2 (v_0 + at)$$