EXAMEN DE PRÁCTICAS DE F.F.I.	**16-junio-1999**

1.- Un amperímetro digital de precisión 0.5% + 1 cuenta muestra en pantalla la lectura siguiente: 1.814 mA. Calcular:

a) El error de precisión
b) El error de lectura
c) El error absoluto de dicha medida. Escribir, finalmente, la medida con su error absoluto.

Si dicha intensidad atraviesa una resistencia de 3.500±500 Ω, determinar la potencia disipada por dicha resistencia y su error absoluto.

a) $E_p = 1.814 \cdot \dfrac{0.5}{100} = 9.07 \cdot 10^{-6}\, A$

b) $E_l = 0.001 mA = 1 \cdot 10^{-6}\, A$

c) $E = (9.07 + 1) \cdot 10^{-6}\, A = 10 \cdot 10^{-6}\, A$

$P = I^2 \cdot R = (1.814 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 3500 = 11.51 mW$

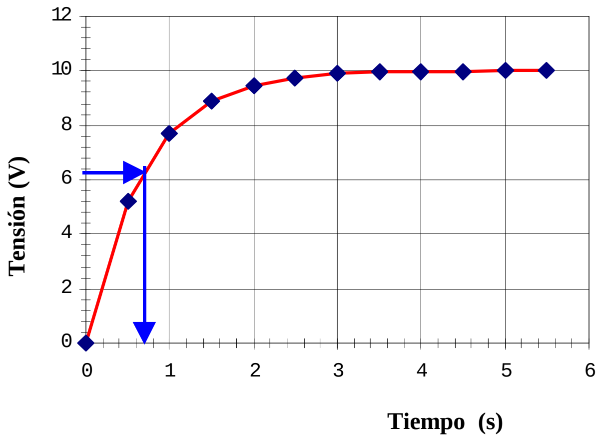
$$\Delta P = \left|\frac{\partial P}{\partial I}\right| \Delta I + \left|\frac{\partial P}{\partial R}\right| \Delta R = 2IR \cdot \Delta I + I^2 \cdot \Delta R = 2 \cdot 1.814 \cdot 10^{-3} \cdot 3500 \cdot 10 \cdot 10^{-6} + (1.814 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 500 =$$

$1.27 \cdot 10^{-4} + 1.65 \cdot 10^{-3} = 1.8 mW$

$P = 11.5 \pm 1.8 mW$

2.- Un condensador de 6'8 μF se carga en un circuito RC, obteniéndose la curva de carga que se muestra. A partir de ella, calcular:

a) La constante de tiempo τ del circuito de carga
b) El valor de la resistencia del circuito
c) ¿Cuánto valdrá la constante de tiempo si conectamos un condensador igual en paralelo con el anterior?



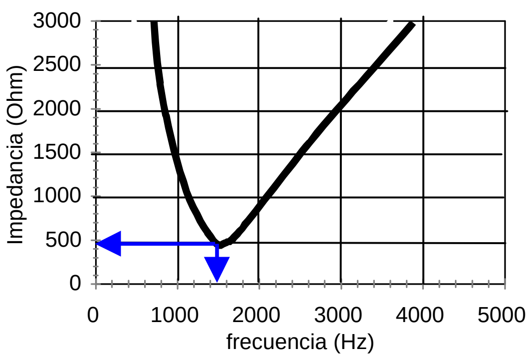
a) $0.63 * 10 = 6.3V \rightarrow \tau \cong 0.7s$

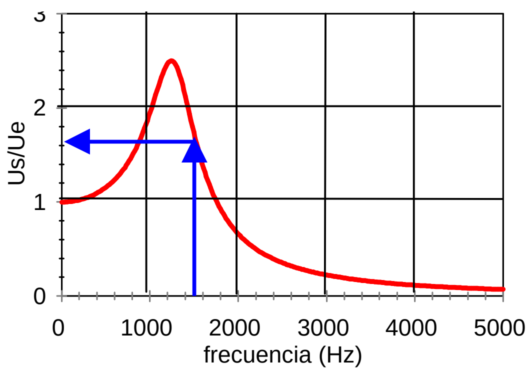
b) $\tau = R \cdot C \rightarrow R = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{0.7s}{6.8 \cdot 10^{-6} F} = 1029417 \Omega$

a) $C' = C + C = 2C \rightarrow \tau' = R \cdot C' = 2R \cdot C = 2\tau \rightarrow \tau' = 1.4s$

3.- En la figura 1 se muestra la relación entre la impedancia y la frecuencia de un circuito RLC serie. La figura 2 muestra la relación entre la tensión medida en bornes del condensador y la tensión a la entrada del circuito frente a la frecuencia del mismo circuito. determina:

a) Valor de la resistencia del circuito
b) Frecuencia de resonancia
c) Factor de calidad





a) $R = 500 \Omega$

b) $f_0 = 1500 Hz$

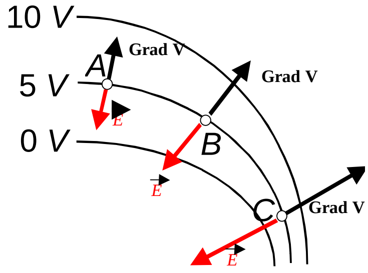
b) $Q = 1.6$

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA E.U.I. EXAMEN DE CUESTIONES DE F.F.I.	16-junio-1999

1.- En la figura se representan 3 superficies equipotenciales del potencial electrostático *V*.

a) Dibuja el vector gradiente en los puntos *A*, *B* y *C*, resaltando la diferencia entre los módulos.

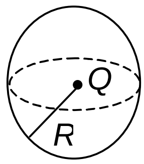
b) Dibuja el vector campo eléctrico en los puntos *A*, *B* y *C*.



a) El vector gradiente de V es perpendicular a las superficies equipotenciales y dirigido en el sentido de los valores crecientes de V, su módulo = dV/dr.

b) $\vec{E} = -\nabla V$

2.- Una carga puntual de valor Q está situada en el centro de una superficie esférica de radio R. Calcula el flujo del campo eléctrico que atraviesa la esfera y comprueba que cumple el teorema de Gauss.



$$\phi = \int \vec{E}\, ds = \int_{S_{esfera}} \frac{Q\,\vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\, ds\, \vec{u}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Efectivamente, el Teorema de Gauss dice que el $\phi = \int \vec{E} \cdot \overline{ds} = \frac{Q_{int\,erior}}{\varepsilon_0}$.

3.- Cual es el valor de las siguientes magnitudes de un conductor cargado en equilibrio: campo eléctrico, potencial y densidad de carga en el interior del conductor. Justifica la respuesta.

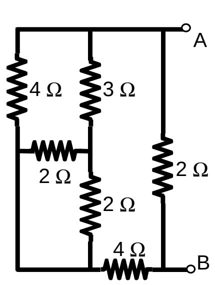
. El campo eléctrico en el interior del conductor en equilibrio <u>es cero</u>, pues si no lo fuese, al haber cargas libres en el conductor (e^-),el $\vec{E}$ ejercería una fuerza sobre ellas y no estaría en equilibrio.

. El potencial eléctrico es cte. ya que si $\vec{E} = \vec{0} = -\nabla V \Rightarrow V = cte$.

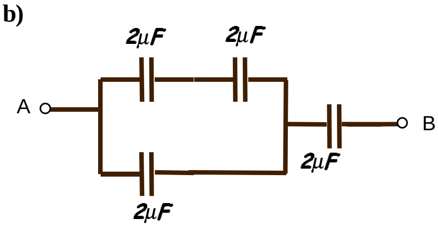
. En el interior del conductor la carga, o la densidad de carga, es cero, ya que aplicando el Teorema de Gauss a una superficie cerrada muy próxima a la superficie (por el interior), dado que el campo eléctrico es cero $\Rightarrow \phi = \int \vec{E} \cdot \overline{ds} = \int_{SC} \vec{0} \cdot \overline{ds} = 0 = \frac{Q_{int\,erior}}{\varepsilon_0} \Rightarrow Q_{int\,erior} = 0$

4.-
a) Calcula la resistencia equivalente entre A y B del conjunto de resistencias de la figura **a**.
b) Calcula la capacidad equivalente entre A y B del conjunto de condensadores de la figura **b**.

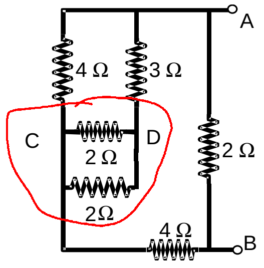
a)



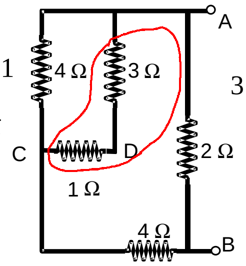
b)



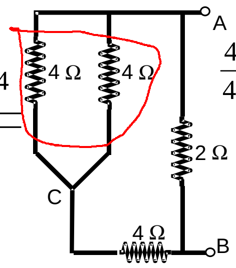
a)



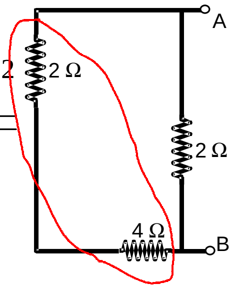
$$\frac{2\times2}{2+2}=1$$



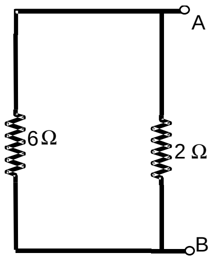
$$3+1=4$$



$$\frac{4\times4}{4+4}=2$$



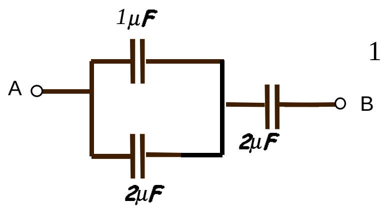
$$4+2=6$$



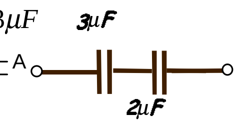
$$\frac{6\times2}{6+2}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}=1'5\Omega$$

$R_{eq}=1'5\ \Omega$

b)

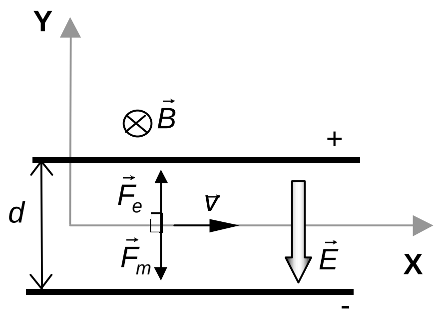


$$1+2=3\mu F$$



$$\frac{3\times2}{3+2}=\frac{6}{5}\mu F$$

5.- Un haz de electrones se lanza entre las armaduras de un condensador plano cargado a potencial V con la polaridad indicada. Entre las armaduras existe un campo magnético uniforme $\vec{B}=-3\vec{k}\ (T)$.
Sabiendo que las armaduras están separadas una distancia d, calcula la velocidad de los electrones que no se desvían al pasar por el condensador con la dirección y sentido mostrados en la figura.



Entre las armaduras del condensador existe un campo magnético y un campo eléctrico, tal y como indica la figura. Por tanto, los electrones estarán sometidos a dos fuerzas, la fuerza magnética, y la fuerza eléctrica, en las direcciones indicadas en la figura. Los electrones que no se desvían son aquellos para los cuales el módulo de ambas fuerzas es igual, por tanto:

$$\left|\vec{F}_e\right|=\left|\vec{F}_m\right|$$

$$qE = qvB \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B} = \frac{V/d}{B} = \frac{V}{3d}\ (m/s)$$

6.- Un generador con resistencia interna de 1Ω está conectado a una resistencia de 5Ω, siendo la intensidad de corriente que recorre el circuito de 10A. Calcula la potencia suministrada por el generador y su rendimiento.

La fuerza electromotriz del generador es:

$$\varepsilon = (1+5)\cdot 10 = 60\,V$$

La diferencia de potencial entre los bornes del generador es:

$$V_A - V_B = 5\cdot 10 = 50\,V$$

La potencia suministrada es igual a la diferencia de potencial entre los bornes del generador, multiplicado por la intensidad:

$$P_S = (V_A - V_B)I = 50\cdot 10 = 500\,W$$

El rendimiento del generador es:

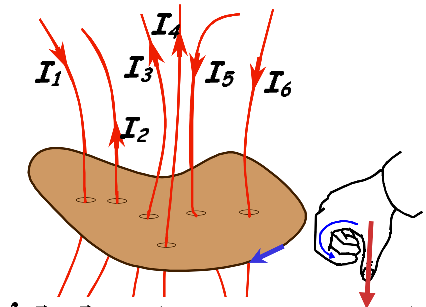
$$\eta = \frac{P_S}{P} = \frac{V_A - V_B}{\varepsilon} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} = 0{,}833 = 83{,}3\,\%$$

7.- Enuncia el teorema de Ampère y aplícalo para obtener la expresión del campo magnético en el interior de un solenoide recto, muy largo, con la aproximación de suponer que el campo magnético en el exterior del solenoide es nulo. El solenoide es de longitud *L*, tiene *N* espiras y por él circula una intensidad de corriente *I*.

La circulación del vector campo magnético a lo largo de una curva cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente estable total que pasa a través de cualquier superficie limitada por la curva:

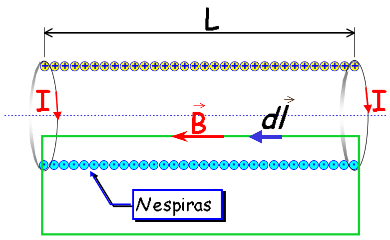
$$C = \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

En el cálculo de dicha corriente total hay que tener en cuenta que la dirección positiva de la corriente que atraviesa la superficie está determinada por la dirección en que se recorre la curva, según la regla de la mano derecha.



$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_1 + I_5 + I_6 - I_2 - I_3 - I_4)$$

La figura representa el corte transversal de un solenoide. Despreciando los efectos de borde, y suponiendo que el campo magnético es uniforme en la zona interior del solenoide, la circulación a lo largo de la línea rectangular es:



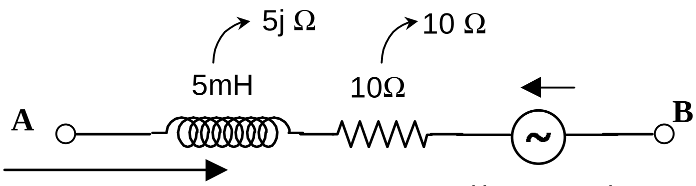
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = BL = \mu_0 NI$$

de donde obtenemos el campo magnético:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad (T)$$

8.- Dada la rama de la figura por la que circula la intensidad i(t) indicada, calculad la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

Utilizando notación compleja, los valores de las magnitudes son las indicadas en la figura.
De este modo, la diferencia de potencial entre *A* y *B* viene dada por:



i(t) =5 cos(1000t) A

$$\left.\frac{5}{\sqrt{2}}\right|_{\underline{0}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

u(t) =10 cos(1000t+10º) V

$$\left.\frac{10}{\sqrt{2}}\right|_{\underline{10}} = 6{,}96 + 1{,}23j$$

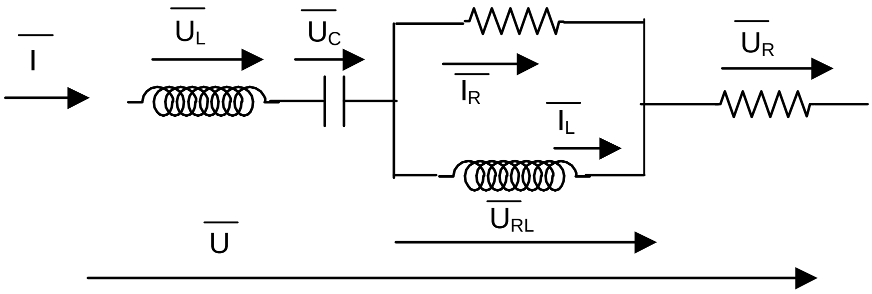
$$\overline{U}_{AB} = \bar{I}\sum \overline{Z} - \sum \bar{\varepsilon} = \frac{5}{\sqrt{2}}(10+5j) - \left(-\frac{10}{\sqrt{2}}\Big|_{10}\right) = \frac{5}{\sqrt{2}}\left(10+5j+2|_{10}\right) =$$

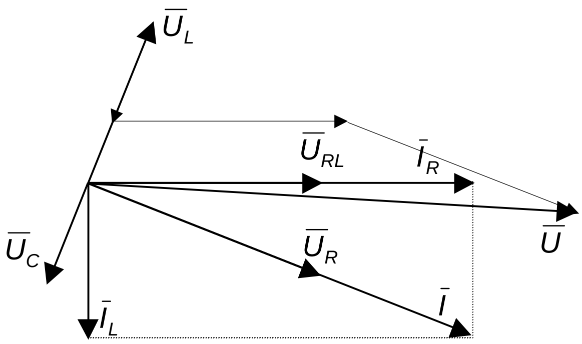
$$= \frac{5}{\sqrt{2}}(11{,}97+5{,}35j) = 46{,}35|_{24{,}07}\ V$$

que escrito en forma temporal es:

$$u(t) = 65{,}55\cos(1000t + 24{,}07)$$

9.- Dibuja un diagrama fasorial con las magnitudes que aparecen en la figura:





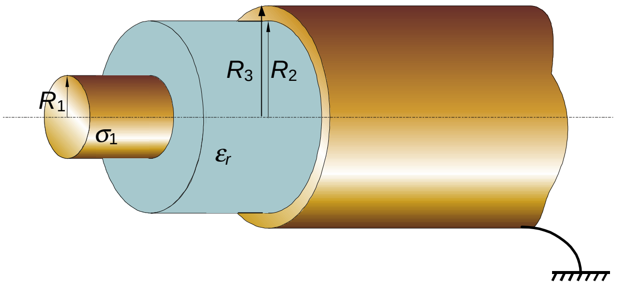
10.- Explica el comportamiento de un diodo de unión en polarización directa e inversa.

Si en un diodo conectamos la zona *p* al borne positivo de la fuente de tensión, y la zona *n* al negativo, dicha conexión recibe el nombre de “polarización directa”.
La polarización de la tensión aplicada es opuesta a la correspondiente a la capa dipolar, lo que provoca una disminución del campo eléctrico en la unión y una reducción en la altura de la barrera de potencial. Como resultado los electrones libres se mueven con más facilidad del lando *n* hacia el lado *p* de la unión, mientras que los huecos se mueven del lado *p* al *n*.
Al ser menor la barrera de potencial (o el campo eléctrico) se produce un gran incremento del flujo por difusión de los portadores mayoritarios hacia la unión. Así, los huecos atraviesan la unión hacia la zona *n*, lo que constituye una inyección de portadores minoritarios, de igual forma que los electrones pasan hacia la zona *p*, lo cual da lugar a una corriente eléctrica desde la zona *p* hacia la zona *n*, que podemos llamar corriente directa.

Si en un diodo conectamos la zona *p* al borne negativo de la fuente de tensión, y la zona *n* al positivo, dicha conexión recibe el nombre de “polarización inversa”.
En este caso, la polarización de la tensión aplicada es la misma que la correspondiente a la capa dipolar de la unión, produciendo, por tanto, un desplazamiento de huecos haca la zona *p* y de electrones hacia la zona *n*, ensanchándose, en consecuencia, la zona de transición y aumentando el campo eléctrico y la barrera de potencial.
Ahora bien, este proceso no puede continuar indefinidamente ya que para tener un movimiento de huecos hacia la región *p* o de electrones hacia la *n*, éstos tendrían que provenir de regiones de baja concentración, donde son minoritarios. El resultado es que fluye una pequeña corriente I_0, debida únicamente a los pares electrón-hueco que se generan en el cristal como resultado de los enlaces que se rompen por efecto térmico; dicha corriente se llama corriente inversa de saturación.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA E.U.I. EXAMEN DE PROBLEMAS DE F.F.I.	16-junio-1999

1.- Un cable coaxial muy largo está constituido por un conductor interior de radio R_1 y un conductor exterior de radio interior R_2 y radio exterior R_3 conectado a tierra, separados entre sí por un material dieléctrico de permitividad dieléctrica relativa ε_r, tal y como indica la figura. El conductor interior está cargado con una densidad superficial de carga σ_1:



a) Calcula el campo eléctrico como función de r en todas las regiones del espacio: $r<R_1$, $R_1<r<R_2$, $R_2<r<R_3$, $r>R_3$.

b) Determina el potencial electrostático como función de r en todas las regiones del espacio.

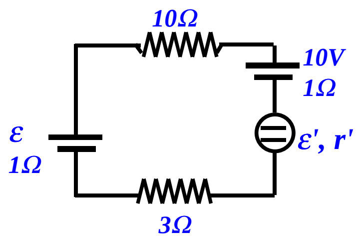
c) Calcula la capacidad por unidad de longitud del sistema.

2.- El motor del circuit de la figura consume 20W, de los cuales un 20% es por efecto Joule. Si la fuente ε genera una potencia de 100W, determina:

a) la potencia consumida en la resistencia de $10\ \Omega$,

b) la fuerza electromotriz de la fuente ε y su rendimiento.

c) determina les características del motor: ε', r'



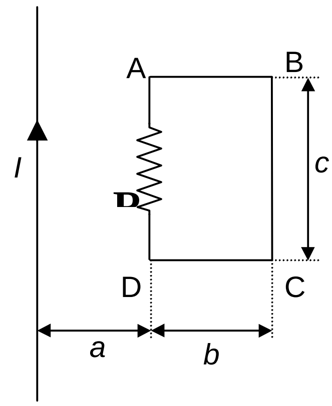
3. Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente $I = Kt$. En el mismo plano, se encuentra una espira de resistencia R.
Calcula:

a) Flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

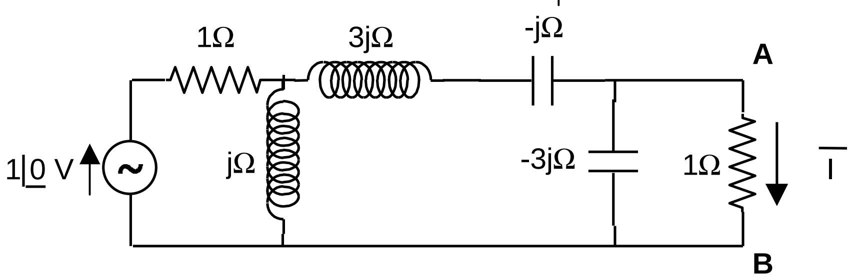
b) F.e.m. inducida en dicha espira.

c) Intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.

d) Fuerza que actúa sobre los lados AB y BC.



4.- Dado el circuito de la figura:



a) Calcula la Intensidad que circula entre A y B a través de la resistencia, haciendo uso del método de las mallas.

b) Obtén el generador equivalente de Thevenin entre los puntos A y B del circuito que queda tras eliminar la resistencia R, existente entre A y B.

c) Calcula la intensidad obtenida en el apartado a) haciendo uso del equivalente Thevenin calculado en el apartado b).

__Solución Problema nº1__:

a) $r\langle R_1 \qquad E=0$ (Conductor en equilibrio)

$R_1\langle r\langle R_2 \qquad \int \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = E\int ds = E\cdot 2\pi r\cdot L = \frac{Q}{\varepsilon} = \frac{\sigma_1\cdot 2\pi R_1\cdot L}{\varepsilon}$

$$\boxed{E=\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon\, r}}$$

$R_2\langle r\langle R_3 \qquad E=0$ Conductor en equilibrio.

$r\rangle R_3 \qquad E=0$ Pantalla eléctrica.

b) $V(r)?$

$V(R_3)=0$ Conectado a tierra.

$r\rangle R_3 \quad V(r)=0$ Pantalla eléctrica.

$R_2\langle r\langle R_3 \quad V(r)=0$ Volumen equipotencial.

$R_2\langle r\langle R_1 \quad V(r)=-\int \vec{E}\cdot\overrightarrow{dr} = -\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\int\frac{1}{r}dr = -\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln r + cte$

$$V(R_2)=0=-\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln R_2 + cte \Rightarrow cte = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln R_2$$

$$V(r)=-\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln r + \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln R_2 = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln\frac{R_2}{r}$$

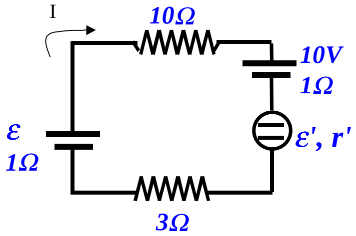
$r\langle R_1 \qquad V(r)=cte$

$$V(R_1)=-\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln R_1 + \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln R_2 = cte$$

$$V(r)=\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

c) $C=\frac{Q}{V_1-V_2}=\frac{\sigma_1 2\pi R_1 L}{\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}-0}; \quad C/L = \frac{\sigma_1 2\pi \cancel{R_1}}{\frac{\sigma_1 \cancel{R_1}}{\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}} = \frac{\varepsilon 2\pi}{\ln\frac{R_2}{R_1}};$

Solución Problema nº2:



$$20 = \varepsilon' I + I^2 r'$$
$$16 = \varepsilon' I$$
$$4 = I^2 r'$$
$$\varepsilon I = 100$$

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{\varepsilon - 10 - \varepsilon'}{1 + 10 + 1 + r' + 3} = \frac{\varepsilon - 10 - \varepsilon'}{15 + r'}$$

Como $\begin{cases} \varepsilon = \dfrac{100}{I} \\ \varepsilon' = \dfrac{16}{I} \\ r' = \dfrac{4}{I^2} \end{cases}$

$$I = \frac{\frac{100}{I} - 10 - \frac{16}{I}}{15 + \frac{4}{I^2}} = \frac{\frac{100 - 10I - 16}{\cancel{I}}}{\frac{15I^2 + 4}{I^{\cancel{2}}}} = I\frac{84 - 10I}{15I^2 + 4} \Rightarrow 84 - 10I = 15I^2 + 4 \Rightarrow 15I^2 + 10I - 80 = 0$$

$$I = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 4 \cdot 15 \cdot 80}}{30} = \frac{-10 \pm 70}{30} = \begin{cases} \cancel{-\frac{8}{3}} \\ \frac{60}{30} = 2A \end{cases}$$

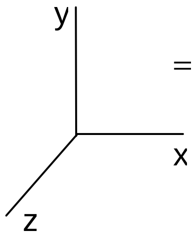
a) $P_{10} = I^2 R = 4 \cdot 10 = 40w$

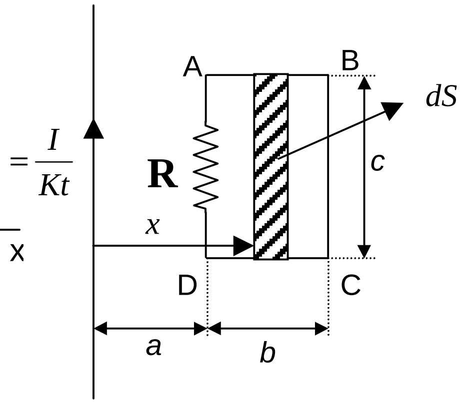
b) $\varepsilon = \frac{100}{I} = \frac{100}{2} = 50v$

$$\eta = \frac{Ps}{Pg} = \frac{\varepsilon I - I^2 r}{\varepsilon I} = \frac{100 - 4}{100} = \frac{96}{100} = 0'96 \to 96\%$$

c) $\varepsilon' = \frac{16}{I} = \frac{16}{2} = 8v$ $\qquad r' = \frac{4}{I^2} = 1\Omega$

Solución Problema nº3:





a) $dS = c\,dx$

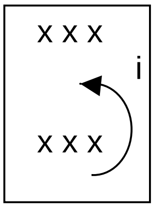
$$d\phi = B\,dS = Bc\,dx$$

$$B = B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} c\,dx$$

$$\phi = \int d\phi = \frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\int_a^{a+b}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\ln\frac{b+a}{a} = \frac{\mu_0 Ktc}{2\pi}\ln\frac{b+a}{a}$$

b) $\varepsilon = \dfrac{d\phi}{dt} = \dfrac{\mu_0 Kc}{2\pi}\ln\dfrac{b+a}{a}$

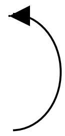
c) $i = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{\mu_0 Kc}{2\pi R}\ln\dfrac{b+a}{a}$



Flujo entrante creciente.

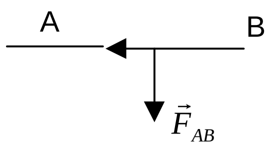
Corriente i

Se opone 

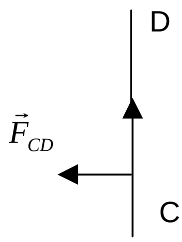
Sentido antihor 

d) $\vec{F}_{AB} = \int d\vec{F}_{AB} = \int i\left(\overrightarrow{dx}\times\vec{B}\right) = \dfrac{\mu_0 Kc}{2\pi R}\ln\dfrac{b+a}{a}\displaystyle\int_a^{a+b}\left(-dx\vec{i}\times\frac{\mu_0 Kt}{2\pi x}\left(-\vec{k}\right)\right)$

$$= \frac{\mu_0 Kc}{2\pi R}\ln\frac{b+a}{a}\cdot\frac{\mu_0 Kt}{2\pi}\left(-\vec{j}\right)\int_a^{a+b}\frac{dx}{x} = -\frac{\mu_0^2 K^2 ct}{4\pi^2 R}\ln^2\frac{a+b}{a}\vec{j}$$

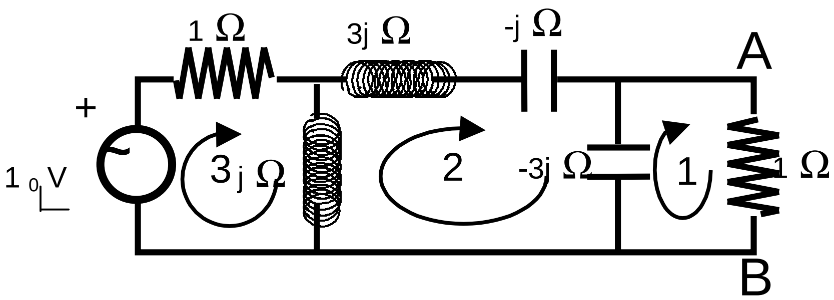


$$\vec{F}_{BC} = i\left(c\vec{j}\times\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}\left(-\vec{k}\right)\right) = -\frac{\mu_0^2 K^2 c^2 t}{4\pi^2 R}\frac{1}{a+b}\ln\frac{b+a}{a}\vec{i} = -\frac{\mu_0^2 K^2 c^2 t}{4\pi^2 R(b+a)}\ln\frac{b+a}{a}\vec{i}$$



Solución Problema nº4:
Problema 4:

a) Dado el circuito del problema numeramos las mallas de 1 a 3 y fijamos un sentido para las intensidades de malla, tal como se indica en la figura. Así, la intensidad pedida coincide con la intensidad de malla de la malla 1. La ecuación matricial que resulta de aplicar el método de las mallas es:



$$\begin{pmatrix} 1-3j & 3j & 0 \\ 3j & 0 & -j \\ 0 & -j & 1+j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

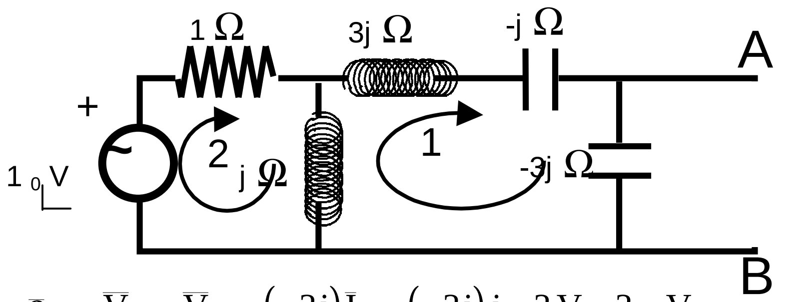
de donde, aplicando la regla de Cramer:

$$\bar{I} = \bar{I}_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 3j & 0 \\ 0 & 0 & -j \\ 1 & -j & 1+j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-3j & 3j & 0 \\ 3j & 0 & -j \\ 0 & -j & 1+j \end{vmatrix}} = \frac{1(3)}{-((1-3j)(-1)+(1+j)(-9))} = \frac{3}{1-3j+9+9j} = \frac{3}{10+6j}\frac{(10-6j)}{(10-6j)} = \frac{30-18j}{136}$$

Luego: $\bar{I} = 0.22 - 0.132j$ A

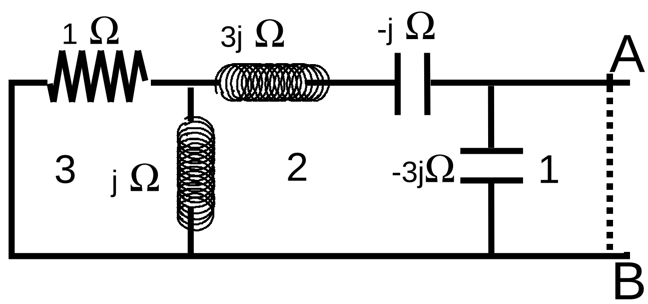
b) Equivalente de Thevenin de:

Para el cálculo de la d.d.p. entre A y B, tendremos que resolver el circuito de la figura y calcular la intensidad de la malla 1 de dicho circuito:



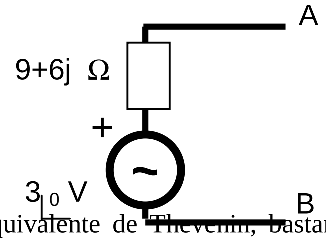
$$\bar{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -j \\ 1 & 1+j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & -j \\ -j & 1+j \end{vmatrix}} = \frac{j}{1} = j \text{ A} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_T = \bar{V}_A - \bar{V}_B = (-3j)\bar{I}_1 = (-3j)\,j = 3\text{ V} = 3_{\lfloor 0} \text{ V}$$

La impedancia equivalente la podemos hallar a partir del circuito de la figura, donde se ha numerado como malla 1, la malla que resulta de unir los puntos A y B. En estas condiciones la impedancia equivalente entre A y B es:

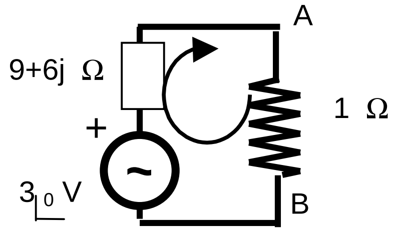


$$\overline{Z}_e = \frac{\begin{vmatrix} -3j & 3j & 0 \\ 3j & 0 & -j \\ 0 & -j & 1+j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -j \\ -j & 1+j \end{vmatrix}} = \frac{-((-3j)(-1) + (1+j)(-9))}{1} = 9 + 6j \quad \Omega$$

Con lo que el equivalente de Thevenin queda, teniendo en cuenta la polaridad con que se ha calculado la d.d.p entre A y B, de la forma siguiente:



c) Para determinar la intensidad pedida haciendo uso del equivalente de Thevenin, bastará conectar dicha resistencia entre ambos terminales:



$$\overline{I} = \frac{3}{9+6j+1} = \frac{3}{10+6j} = 0.22 + 0.132j \ \text{A}$$

Obteniendo, como era de esperar el mismo resultado que en el apartado a).