EXAMEN DE TEORIA DE F.F.I.	12 de Septiembre de 2001

1. Dado el campo escalar U = $6x^2yz + 4x$, calcular:
a) Gradiente de U en P(1,0,0).
b) Circulación de grad U entre P(1,0,0) y Q(0,0,0).

a) $\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k} = (12xyz+4)\vec{i} + 6x^2z\vec{j} + 6x^2y\vec{k}$

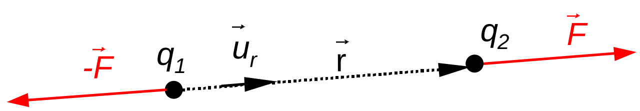
$\nabla U_P = 4\vec{i}$

b) $C_P^Q = \int_P^Q \nabla U \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_P^Q dU = U_Q - U_P = -4$

2. Enuncia la ley de Coulomb. Enuncia el Principio de Superposición aplicado a la fuerza que ejercen un conjunto de n cargas puntuales sobre una carga q_0.

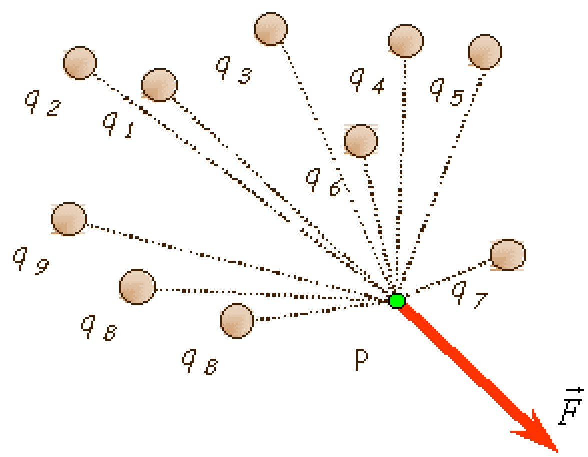
Ley de Coulomb: La fuerza con que interaccionan dos cargas eléctricas q_1 y q_2 separadas una distancia r, es directamente proporcional al producto entre ambas cargas, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, y su dirección es la de la línea de unión entre ellas.

$$\vec{\mathbf{F}} = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{r}}$$

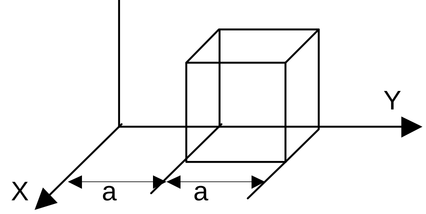


Principio de superposición
Si se tiene una distribución de cargas q_i actuando sobre una carga q_0, la fuerza total sobre q_0 es la suma vectorial de las fuerzas que ejerce cada una de ellas sobre dicha carga.

$$\vec{\mathbf{F}} = \sum_1^n \vec{\mathbf{F}}_i = \sum_1^n \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 \cdot q_i}{r_i^2}\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{r}_i}$$



carga encerrada en el cubo de la figura, donde está definido
un campo eléctrico $\vec{E} = (0, ay^2, 0)$.



Teorema de Gauss: El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga total encerrada dentro de la superficie dividido por ε_0.

El flujo a través del cubo es la suma del flujo a través de la cara situada en (0,a,0) (entrante) y la situada en (0,2a,0) (saliente).

$$\Phi(a) = \vec{E}(a) \cdot a^2 \vec{j} = -a^3 \cdot a^2 = -a^5$$
$$\Phi(2a) = \vec{E}(2a) \cdot a^2 \vec{j} = 4a^3 \cdot a^2 = 4a^5$$

por lo que $\Phi_{\text{cubo}} = 3a^5$

Aplicando el Teorema de Gauss, $\Phi_{cubo} = \dfrac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$; la carga encerrada valdrá:

$$Q_{\text{encerrada}} = 3a^5\varepsilon_0$$

4. Demuestra que la capacidad equivalente de dos condensadores (de capacidades C_1 y C_2) asociados en serie es igual a $C_{eq} = 1/(1/C_1 + 1/C_2)$.

La carga de dos condensadores unidos en serie es la misma e igual a la carga total. Por otra parte, la diferencia de potencial en los extremos de la asociación es la suma de las diferencias de potencial en cada condensador, por lo que tendremos:

$V_{total} = V_1 + V_2 = \dfrac{Q}{C_1} + \dfrac{Q}{C_2} = \dfrac{Q}{C_{eq}}$ (donde Q es la carga total y la de cada condensador, y V_1 y V_2 las tensiones en cada condensador)

Simplificando: $\dfrac{1}{C_{eq}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$, como queríamos demostrar.

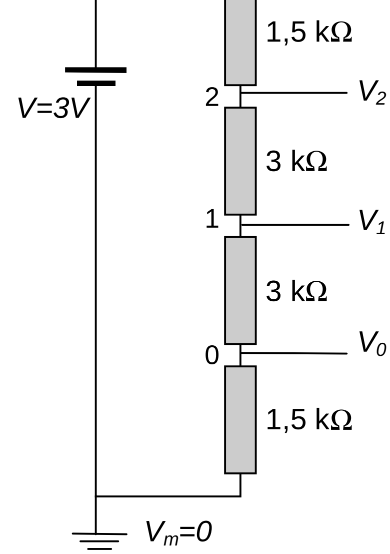
analógico – digital. Calcula las tensiones intermedias V_0, V_1, V_2.

$$I = \frac{3}{1{,}5+3+3+1{,}5} = \frac{1}{3}\, mA = 0{,}33\, mA$$

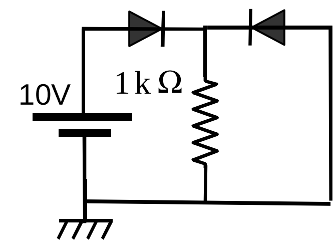
$$V_0 = 1{,}5 \cdot \frac{1}{3} = 0{,}5\, V$$

$$V_1 = (1{,}5+3) \cdot \frac{1}{3} = 1{,}5\, V$$

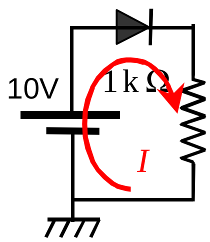
$$V_1 = (1{,}5+3+3) \cdot \frac{1}{3} = 2{,}5\, V$$



6. Calcula la corriente que circula por la resistencia del circuito de la figura. Las tensiones de codo de los diodos son de 0,7 V, y sus resistencias de 0,23 Ω.



El diodo de la derecha está en abierto, de modo que el circuito es equivalente a:

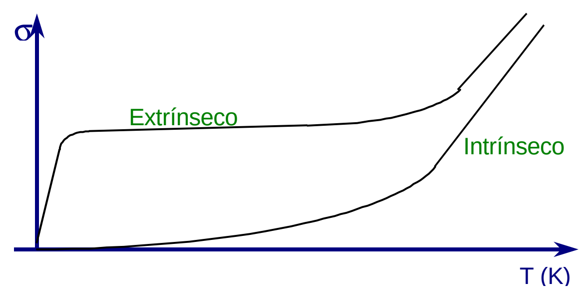


Con lo que la intensidad vendrá dada por

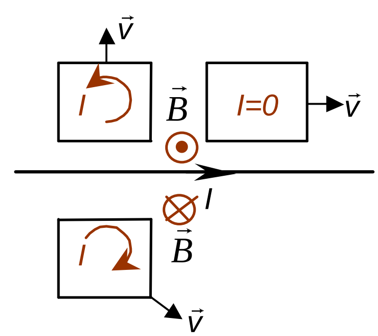
$$I = \frac{10-0{,}7}{1000+0{,}23} = 9{,}298\, mA \cong 9{,}3\, mA$$

Con el sentido indicado en la figura

7. Mediante el modelo del enlace covalente o el modelo de bandas de energía, explica las causas de la diferencia entre el comportamiento de la conductividad para un semiconductor intrínseco y uno extrínseco.



8. Aplicando la ley de Lenz, dibuja el sentido de la intensidad inducida en las tres espiras rectangulares de la figura, situadas junto a un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una intensidad de corriente constante *I*.



9. Enuncia el Teorema de Ampère, y aplícalo para el cálculo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una intensidad de corriente *I*.

10. Se tiene un circuito de corriente alterna, donde una fuente de tensión sinusoidal alimenta a un elemento pasivo. Sabiendo que la tensión total y la intensidad de la corriente están dadas por las siguientes expresiones:

$v(t) = 100 \cos (1000\, t)$ V $\qquad$ $i(t) = 10 \cos (1000\, t - \pi/2)$ A

a) Determina de qué elemento se trata: resistencia, condensador o bobina.
b) Calcula su valor nominal (resistencia, capacidad o autoinducción).

a) La diferencia de fase entre tensión e intensidad viene dada por:

$$\varphi_u - \varphi_i = 0 - (-\pi/2) = \pi/2$$

por tanto se trata de una autonducción

b) En una autoinducción:

$$U_m = L\omega I_m \quad \Rightarrow \quad L = \frac{U_m}{\omega I_m} = \frac{100}{1000 \cdot 10} = 0{,}01\, H = 10\, mH$$