

APELLIDOS:

NOMBRE:

1. Enuncia la ley de Coulomb. Determina las dimensiones de la constante k en la Ley de Coulomb.

1. Enuncia la llei de Coulomb. Determina les dimensions de la constant k en la Llei de Coulomb.

La ley de Coulomb dice que:

Dos cargas eléctricas puntuales q_1 y q_2 , en reposo, separadas una distancia r en el vacío, ejercen entre sí una fuerza cuyo módulo es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, cuya dirección es la de la recta que las une y es repulsiva si son del mismo signo y atractiva si son de signo contrario.

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{r_{12}}$$

En esta relación, \vec{F}_{12} es la fuerza que la carga q_1 ejerce sobre q_2 , \vec{F}_{21} es la fuerza que la carga q_2 ejerce sobre q_1 , \vec{r}_{12} es el vector dirigido desde q_1 hacia q_2 , y su unitario $\vec{u}_{r_{12}} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$. La constante

k vale en el vacío $k = 8,99 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, aunque es más frecuente encontrarla en función de otra constante ϵ_0 ,

$$k = 1/4\pi\epsilon_0$$

donde $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$, es la **permitividad o constante dieléctrica del vacío**.

Las dimensiones de la constante k son:

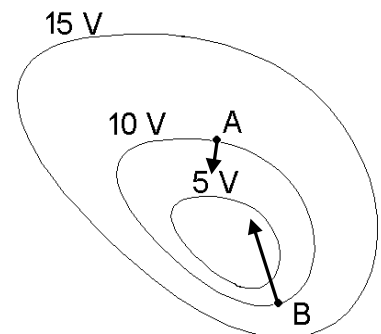
$$[k] = \left[\frac{Fr^2}{q^2} \right] = \frac{MLT^{-2}L^2}{I^2T^2} = ML^3T^{-4}I^{-2}$$

2. Dadas las curvas equipotenciales representadas en la figura:

- Representa el vector campo eléctrico en los puntos A y B (cuidando de representar adecuadamente módulo, dirección y sentido).
- Trabajo realizado por las fuerzas del campo eléctrico al trasladar una carga de $2 \mu\text{C}$ desde A hasta B.

2. Donades les corbes equipotencials representades en la figura:

- Representa el vector camp elèctric en els punts A i B (Tenint cura de representar adequadament mòdul, direcció i sentit).
- Treball realitzat per les forces del camp elèctric al traslladar una càrrega de $2 \mu\text{C}$ des de A fins a B.



La dirección y sentido del vector campo eléctrico en los puntos A y B se obtiene teniendo en cuenta que el vector debe de ser perpendicular a la superficie equipotencial en dichos puntos, de módulo directamente proporcional al gradiente de potencial, y sentido dirigido hacia valores decrecientes, tal y como se muestra en la figura.

Dado que los puntos A y B están en la misma superficie equipotencial, el campo no realiza trabajo al trasladar una carga entre estos puntos.

3. a) Enuncia el teorema de Gauss.

b) Aplícalo para determinar la carga neta en el interior de un cubo cuyo flujo a través de su superficie es saliente y vale $2 \text{ kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$, unidades SI)

3. a) Enuncia el teorema de Gauss.

b) Aplica'l per a determinar la càrrega neta a l'interior d'un cub si el flux a través de la seua superfície és ixent i val $2 \text{ kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$, unitats SI)

Sol.:

a) el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga neta encerrada por la superficie dividida por la permitividad dieléctrica del medio.

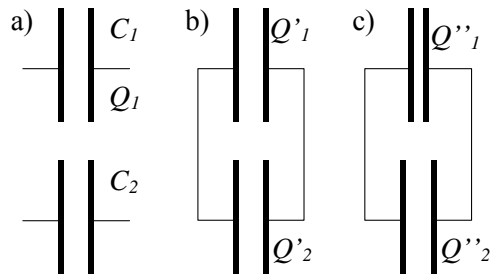
$$b) \int_S \vec{E} d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = 2 \text{ kNm}^2 / \text{C} \rightarrow Q = 2 \cdot 10^3 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C} = 17.7 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

4. Dados dos condensadores, C_1 de capacidad C , y C_2 de capacidad $2C$, el primero se carga aplicando una diferencia de potencial V_0 y el segundo se mantiene aislado.

a) Calcula la carga del primer condensador.

b) A continuación se conectan como se indica en la figura. Calcula la carga de cada condensador.

c) Después se reduce la distancia entre las armaduras del primer condensador a la mitad. Calcula la carga de cada condensador.



4. Donats dos condensadors, C_1 de capacitat C , i C_2 de capacitat $2C$, el primer es carrega aplicant una diferència de potencial V_0 i el segon es manté aïllat.

a) Calcula la càrrega del primer condensador.

b) A continuació es connecta com s'assenyala en la figura. Calcula la càrrega de cada condensador.

c) Després es redueix la distància entre les armadures del primer condensador a la meitat. Calcula la càrrega de cada condensador.

Sol.:

$$a) Q_1 = C_1 \cdot V_0 = C \cdot V_0; Q_2 = 0; Q_T = C \cdot V_0$$

$$b) Q_T = C \cdot V_0 \rightarrow C_T = C_1 + C_2 = 3C \rightarrow V = \frac{Q_T}{C_T} = \frac{C \cdot V_0}{3C} = \frac{V_0}{3} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = C_1 \cdot V = \frac{C \cdot V_0}{3} \\ Q_2 = C_2 \cdot V = \frac{2C \cdot V_0}{3} \end{cases}$$

c)

$$Q_T = C \cdot V_0 \rightarrow C_1' = \frac{\epsilon_0 S}{d/2} = 2C \rightarrow C_T' = C_1' + C_2 = 4C \rightarrow V' = \frac{Q_T}{C_T'} = \frac{C \cdot V_0}{4C} = \frac{V_0}{4} \rightarrow \begin{cases} Q_1' = C_1' \cdot V' = \frac{C \cdot V_0}{2} \\ Q_2' = C_2 \cdot V' = \frac{C \cdot V_0}{2} \end{cases}$$

5. Siga un circuit lineal actiu amb terminals de eixida A i B . Si es mesura la diferència de potencial entre A i B amb un voltímetre aquest marca V_0 Volts, i si es connecta entre A i B una resistència R_0 Ohms aleshores la intensitat que circula per ella és $I = V_0/4R_0$. Determina, raonant la resposta, els valors ε_T i R_T del generador equivalent de Thevenin entre A i B .

5. Sea un circuito lineal activo con terminales de salida A y B . Si se mide la diferencia de potencial entre A y B con un voltímetro éste marca V_0 Voltios, y si se conecta entre A y B una resistencia R_0 Ohmios entonces la intensidad que circula por ella es $I = V_0/4R_0$. Determina, razonando la respuesta, los valores ε_T y R_T del generador equivalente de Thevenin entre A y B .

Sol.:

La definició de la fem del generador equivalent de Thevenin es la ddp entre los dos puntos del circuito activo, por lo que $\varepsilon_T = V_0$.

Si sustituimos el circuito por el generador de Thevenin de fuerza electromotriz V_0 y resistencia desconocida R_T , al conectar la resistencia R_0 la intensidad será:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{V_0}{R_0 + R_T} = \frac{V_0}{4R_0} \rightarrow R_T = 3R_0$$

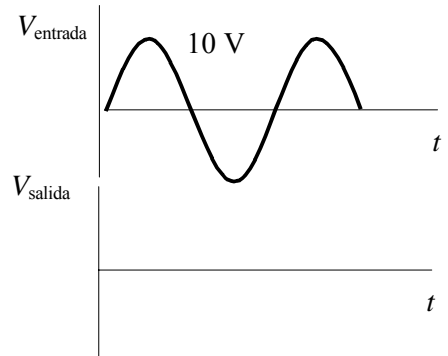
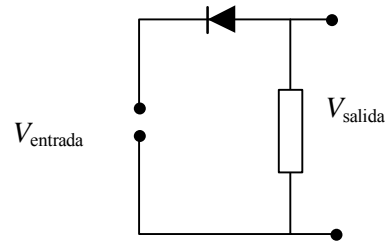
6. Explica brevemente porque aparece una diferencia de potencial en una unión p-n en circuito abierto.

6. Explica breument per què apareix una diferència de potencial en una unió p-n en circuit obert.

La unió PN consisteix en un únic cristall semiconductor amb dues zones de diferent dopatge. En la zona P, els àtoms acceptors queden ionitzats amb càrrega negativa, aportant un buit lliure: llavors la concentració de buits és molt més gran que la d'electrons. En la zona N, els àtoms donadors queden ionitzats amb càrrega positiva, aportant un electró lliure a la conducció: llavors la concentració d'electrons és molt més gran que la de buits. En la zona d'unió, la diferència de concentracions suposa inicialment un fort corrent per difusió d'electrons de la zona N a la zona P i de buits en sentit invers. Això suposa un fort ritme de recombinacions electró-buit en les proximitats de la unió que es queda sense càrrega lliure; per tant, queden com a úniques càrregues les corresponents als ions acceptors i donadors que creen un camp elèctric que, actuant en la zona de la unió, s'oposa als corrents de difusió i permet que el sistema assoleisca l'equilibri. Aquest camp elèctric suposa l'existència d'una diferència de potencial al llarg de la zona de transició de la unió PN.

7. En el circuito de la figura se introduce una señal en la entrada como muestra el gráfico de la derecha, con una tensión de 10 V de amplitud. Representa gráficamente la tensión que se obtendrá en la salida:

- Si consideramos un modelo ideal para el diodo, sin tensión de codo.
- Si el diodo tiene una tensión de codo de 0,7 V.

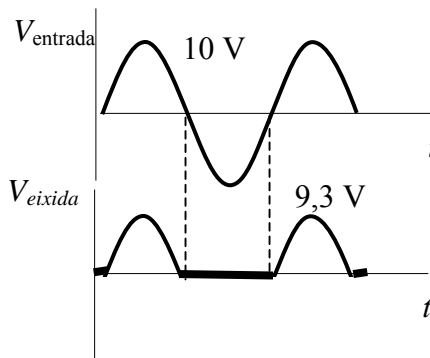
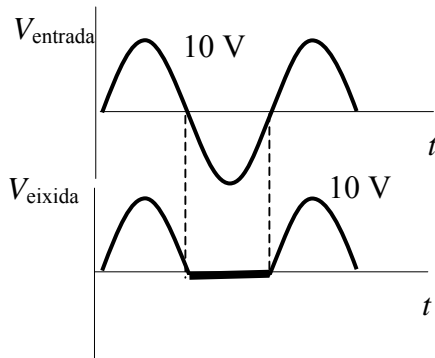


7. En el circuit de la figura s'introdueix un senyal a l'entrada com mostra el gràfic de la dreta, amb una tensió de 10 V d'amplitud. Representa gràficament la tensió que s'obtindrà a l'eixida:

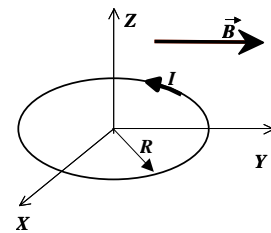
- Si considerem un model ideal pel díode, sense tensió de colze.
- Si el díode te una tensió de colze de 0,7 V.

a) Si el díode és ideal:

b) amb tensió de colze



8. Sea la espira circular de la figura situada en el plano XY, por la que circula una intensidad de corriente I en sentido contrario a las agujas del reloj. Determina la expresión del momento magnético de la espira. Determina el momento de las fuerzas magnéticas que aparecerán sobre la espira al aplicar el campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0 \vec{j}$. Si el momento de las fuerzas no es nulo, indicar en qué sentido se moverá la espira y cuál será su posición final.



8. Siga l'espira circular de la figura situada en el pla XY, per la que circula una intensitat de corrent I en sentit contrari a les agulles del rellotge. Determina l'expressió del moment magnètic de l'espira. Determina el moment de les forces magnètiques que apareixeran sobre l'espira al aplicar el camp magnètic uniforme $\vec{B} = B_0 \vec{j}$. Si el moment de les forces no es nul, assenya la quin sentit es mourà l'espira i quina serà la seua posició final.

$$\vec{m} = I\vec{S} = I\pi R^2 \vec{k}$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = -I\pi R^2 B_0 \vec{i}$$

Al no ser nulo el momento de las fuerzas, la espira girará en sentido horario alrededor del eje x (situado el observador en el semieje x positivo), hasta que la espire se sitúe coplanaria con el plano XZ (vector superficie paralelo al campo magnético).

9. a) Enuncia el teorema de Ampère.

c) Aplica el teorema de Ampère para calcular el campo magnético creado por un conductor rectilíneo indefinido, en un punto situado a una distancia x del mismo.

9. a) Enuncia el teorema d'Ampère.

b) Aplica el teorema d'Ampère per calcular el camp magnètic creat per un conductor rectilini indefinit, en un punt situat a una distància x del mateix.

“La circulación del campo magnético alrededor de una curva cerrada es igual al producto de μ_0 por la suma algebraica de todas las intensidades que atraviesan cualquier superficie limitada por dicha curva”.

$$\text{Aplicación: } \oint B \cdot dl = B \cdot 2\pi x = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

Cuestión 10:

$$U_{Lm} = L\omega I_m \quad \text{Por tanto: } 2 = L \cdot 5000 \cdot 0,5 \Rightarrow L = 0,8mH$$

Para una autoinducción, $\varphi=90^\circ$, por lo que $\varphi_u=90+45=135^\circ$

$$\text{Luego } U_L(t) = 2 \cos(5000t + 135^\circ) \text{ V}$$

10. Por una bobina circula una intensidad sinusoidal $i(t)=0,5 \cos(5000t+45^\circ)A$. La diferencia de potencial tiene una amplitud de $U_{Lm}=2V$. Determina:

- El coeficiente de autoinducción de la bobina (L).
- Valor instantáneo de la diferencia de potencial en la bobina.

10. Per una bobina circula una intensitat sinusoidal $i(t)=0,5 \cos(5000t+45^\circ)A$. La diferència de potencial te una amplitud de $U_{Lm}=2V$. Determina:

- Valor instantani de la diferència de potencial en la bobina.
- El coeficient d'autoinducció de la bobina (L).

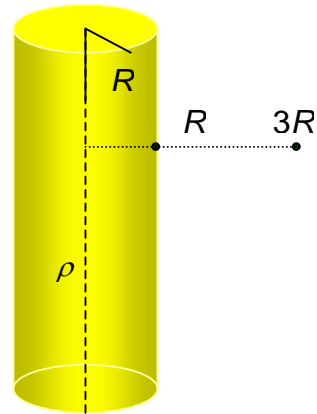
$$U_{Lm} = L\omega I_m \quad \text{Por tanto: } 2 = L \cdot 5000 \cdot 0,5 \Rightarrow L = 0,8mH$$

Para una autoinducción, $\varphi=90^\circ$, por lo que $\varphi_u=90+45=135^\circ$

$$\text{Luego } U_L(t) = 2 \cos(5000t + 135^\circ) \text{ V}$$

1. Siga un cilindre de longitud infinita i radi R carregat amb densitat volumètrica de càrrega constant ρ . Calcula:

- Camp elèctric en l'interior i en l'exterior del cilindre ($r < R$ i $r > R$).
- Diferència de potencial entre l'eix del cilindre i la seua superfície ($V_0 - V_R$).
- Treball realitzat per les forces elèctriques per a portar una càrrega positiva q des de la superfície a una distància $3R$ de l'eix ($W_R - W_{3R}$).



Sea un cilindro de longitud infinita y radio R cargado con densidad volumétrica de carga constante ρ . Calcula:

- Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro ($r < R$ y $r > R$).
- Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie ($V_0 - V_R$).
- Trabajo realizado por las fuerzas eléctricas para llevar una carga positiva q desde la superficie a una distancia $3R$ del eje ($W_R - W_{3R}$).

Al tratarse de un cilindro indefinido, se puede resolver este problema mediante el teorema de Gauss. Dada la simetría del problema, el módulo del campo eléctrico solo depende de la distancia r al eje del cilindro, y además, la dirección del campo eléctrico debe ser radial. Por tanto, podemos utilizar como superficie de Gauss un cilindro de longitud L y radio r , coaxial al cilindro cargado.

$r < R$:

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 2\pi r L = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho V}{\epsilon_0} = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \quad (\text{N/C})$$

$r > R$:

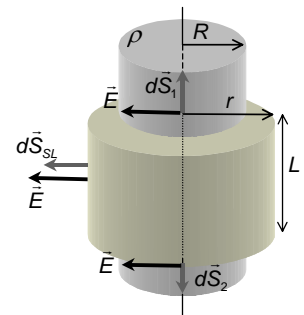
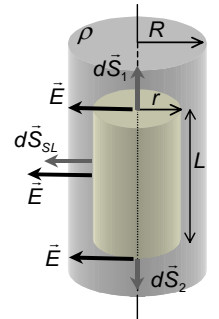
De nuevo, tomamos como superficie de Gauss un cilindro de radio r y longitud L . En este caso al ser r más grande que R , la superficie de Gauss se sitúa fuera del cilindro cargado, tal y como indica la figura.

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 2\pi r L = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho V}{\epsilon_0} = \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \quad (\text{N/C})$$

La diferencia de potencial entre los puntos 0 y R es,

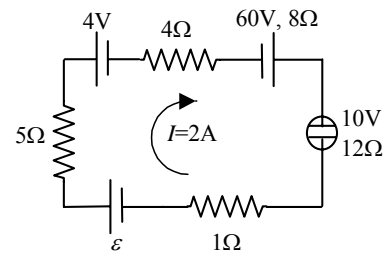
$$V_0 - V_R = - \int_R^0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_0^R E dr = \int_0^R \frac{\rho r}{2\epsilon_0} dr = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \int_0^R r dr = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left. \frac{r^2}{2} \right|_0^R = \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0} \quad (\text{V})$$

$$W_R - W_{3R} = q(V_R - V_{3R}) = q \int_R^{3R} E dr = q \int_R^{3R} \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} dr = \frac{q\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln r \Big|_R^{3R} = \frac{q\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln 3 \quad (\text{J})$$

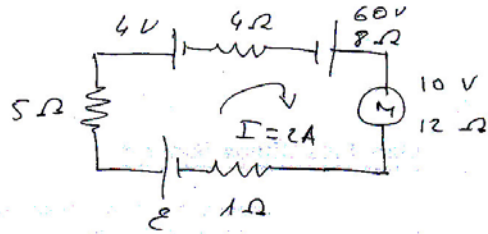


2. Donat el circuit de la figura:

- Determina el valor de la força electromotriu ε per que la intensitat que circula per el circuit siga de 2A en el sentit assenyalat.
 - Calcula la potencia generada i/o dissipada per cada un dels elements del circuit i comprova el resultat realitzant un balanç de potències.
 - Calcula el rendiment del generador de força electromotriu ε i el motor del circuit.
-



2)
a)



$$i = \frac{\mathcal{E} + 60 - 4 - 10}{5 + 4 + 8 + 12 + 1} = \frac{\mathcal{E} + 46}{30} = 14 \text{ V}$$

b) potencia consumida por efecto Joule en las resistencias:

$$P = Ri^2; \quad \left. \begin{array}{l} P_{R=5} = 5 \cdot 2^2 = 20 \text{ W} \\ P_{R=4} = 4 \cdot 2^2 = 16 \text{ W} \\ P_{R=1} = 1 \cdot 2^2 = 4 \text{ W} \end{array} \right\}$$

motor:

$$P \text{ transmitida} : P = \mathcal{E}'i = 10 \cdot 2 = 20 \text{ W}$$

$$P \text{ consumida en } r' : P = r'i^2 = 12 \cdot 2^2 = 48 \text{ W}$$

$$\text{total motor} \quad P = 20 + 48 = 68 \text{ W}$$

generador de 4V (actúa como receptor)

$$P = \mathcal{E}i = 4 \cdot 2 = 8 \text{ W}$$

generador 60V:

$$P_{\text{generada}} = \mathcal{E} \cdot i = 60 \cdot 2 = 120 \text{ W}$$

$$P_{\text{consumida en } r} = r i^2 = 8 \cdot 4 = 32 \text{ W}$$

$$P_{\text{transmitida}} \quad P_g = P_g - P_c = 88 \text{ W}$$

Balance de potencia

$$\sum P_g = \sum P_c \quad 120 + 28 = 20 + 16 + 4 + 20 + 48 + 8 + 32 = 148 \text{ W}$$

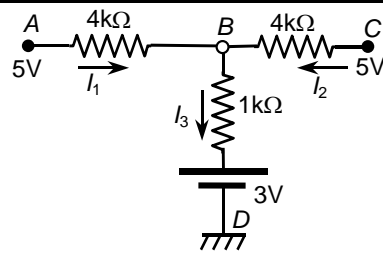
c) rendimientos

$$\eta_e = \frac{P_g}{P_g} = 1 \equiv 100\%$$

$$\eta_{\text{receptor}} = \frac{P_E}{P_c} = \frac{20}{68} = 0,294 \Rightarrow 29,4\%$$

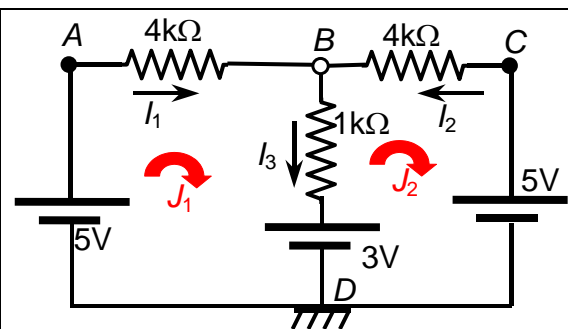
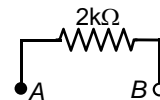
3.- Donat el circuit de la figura,

- Determina la intensitat de branca I_1 .
- Calcula el generador equivalent de Thevenin entre els punts A i B. Assenyalta clarament la seua polaritat.
- En paral·lel als punts A i B del circuit s'afegís la branca de la figura, amb una resistència de $2\text{ k}\Omega$. Calcula la intensitat que circula per la branca, assenyalant clarament el seu sentit.



Dado el circuito de la figura,

- Determina la intensidad de rama I_1 .
- Calcula el generador equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. Indica claramente su polaridad.
- En paralelo a los puntos A y B del circuito se añade la rama de la figura, con una resistencia de $2\text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad que circula por dicha rama, indicando claramente su sentido.

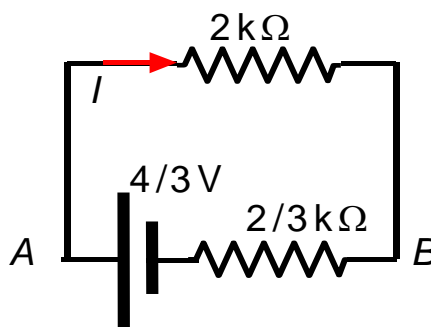


a) En primer lugar, podemos redibujar el circuito como se muestra en la figura y aplicar el método matricial de la mallas para determinar I_1 .

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \text{ mA} = I_1;$$

c)



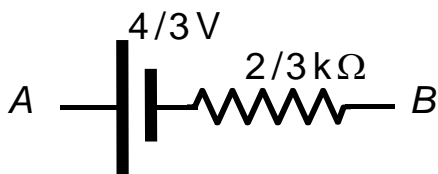
$$I = \frac{\varepsilon_T}{R_T + 2} = \frac{4/3}{2/3 + 2} = 0.5 \text{ mA}$$

b) $\varepsilon_T = V_A - V_B = 4 \cdot I_1 = \frac{4}{3}$

$$R_T = R_{eqAB} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} \right)^{-1} = \frac{2}{3} \text{ k}\Omega$$

(Observar que para hallar la R_{eqAB} , como se han de quitar los generadores, A, D y C se convierten en el mismo punto, es decir, están unidos por un hilo sin resistencia, por lo que las tres resistencias están entre A y B en paralelo.

El generador equivalente de Thevenin, por tanto es:



4.- Una bobina està constituïda per N espires circulars de radi r_1 enrotllades formant un cilindre de longitud L . Per elles circula un corrent variable amb el temps segons l'expressió $i_1(t) = I_0 \cos \omega t$

- Determina el camp magnètic màxim en l'eix de la bobina
- Si es situa una altra bobina de la mateixa longitud amb N_2 espires i radi $r_2 < r_1$, concèntrica amb l'anterior. Quin és el flux magnètic a través d'aquesta segona bobina, acceptant que el camp magnètic calculat en l'apartat a) és uniforme?
- Quina força electromotriu s'indueix en la segona bobina?
- Quin és el coeficient d'inducció mútua entre les dues bobines?

Una bobina està constituïda por N espiras circulars de radio r_1 arrolladas formando un cilindro de longitud L . Por ellas circula una corriente variable con el tiempo según la expresión $i_1(t) = I_0 \cos \omega t$

- Determina el campo magnético máximo en el eje de la bobina
- Si se sitúa otra bobina de la misma longitud con N_2 espiras y radio $r_2 < r_1$, concéntrica con la anterior, ¿cuál es el flujo magnético a través de esta segunda bobina, admitiendo que el campo magnético calculado en el apartado a) es uniforme?
- ¿Qué fuerza electromotriz se induce en la segunda bobina?
- ¿Cuál es el coeficiente de inducción mutua entre las dos bobinas?

a) Suponiendo el solenoide largo, el campo magnético en su interior es uniforme y puede calcularse aplicando el teorema de Ampère al rectángulo de la figura

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \Rightarrow BL = \mu_0 Ni_1 \Rightarrow B(t) = \mu_0 \frac{N}{L} i_1(t)$$

Su dirección es paralela al eje del solenoide.

El campo máximo corresponde a los instantes en que $\omega t = 0$ y vale

$$B_m = \mu_0 \frac{N}{L} I_0$$

b) El flujo magnético a través de la segunda bobina es

$$\Phi(t) = NBS = N_2 \mu_0 \frac{N}{L} i_1(t) S = \mu_0 \frac{NN_2}{L} \pi r_2^2 I_0 \cos \omega t$$

c) La fem inducida es

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 \frac{NN_2}{L} \pi r_2^2 \omega I_0 \sin \omega t$$

d) El coeficiente de inducción mutua se puede calcular como la relación entre el flujo que atraviesa la segunda bobina y la corriente de la primera bobina

$$M = \frac{\Phi}{i_1} = \mu_0 \frac{NN_2}{L} \pi r_2^2$$

