

Cálculo vectorial

Magnitudes escalares y vectoriales

Magnitud escalar: magnitud física que queda totalmente definida mediante un escalar

Magnitud vectorial: magnitud física que necesita para a quedar definida, además de un escalar, una dirección y un sentido.

Magnitudes escalares:

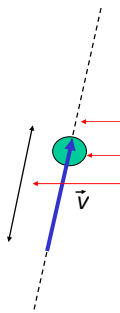
- Temperatura (23°C)
- Masa (10g)
- Carga eléctrica (1C)

Magnitudes vectoriales:

- Velocidad $(2\vec{i} + 3\vec{j} + 1\vec{k})\text{m/s}$
- Fuerza $(2\vec{k})\text{N}$

Cálculo vectorial. Definiciones

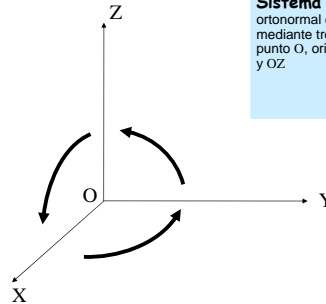
Vector: segmento orientado en el espacio mediante una flecha que permite representar una magnitud vectorial



- **Módulo:** su longitud, expresa la medida de la magnitud que representa.
- **Dirección:** la de la recta sobre la cual se encuentra (línea de acción).
- **Sentido:** se indica con la punta de flecha

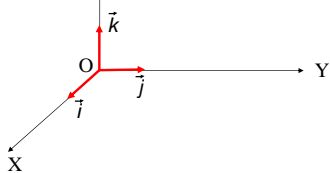
Sistema de referencia

Sistema de referencia ortogonal destrógiro, se representa mediante tres semirrectas de origen el punto O, origen del sistema, ejes OX, OY y OZ



Sistema de referencia

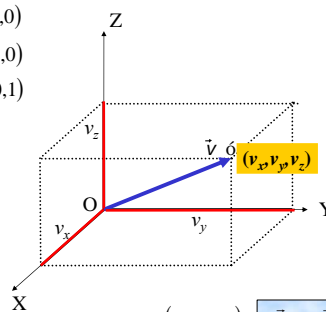
- $\vec{i} = (1,0,0)$
- $\vec{j} = (0,1,0)$
- $\vec{k} = (0,0,1)$



Sistema de referencia

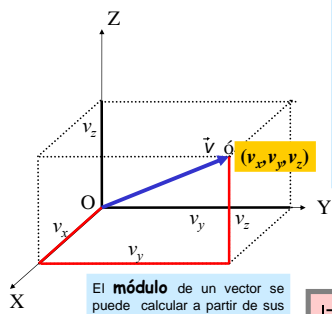
- $\vec{i} = (1,0,0)$
- $\vec{j} = (0,1,0)$
- $\vec{k} = (0,0,1)$

Las **componentes** de un vector en un sistema de referencia son las coordenadas del punto extremo del vector al colocar el origen del vector en el origen del sistema de referencia (v_x, v_y, v_z) .



$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

Sistema de referencia

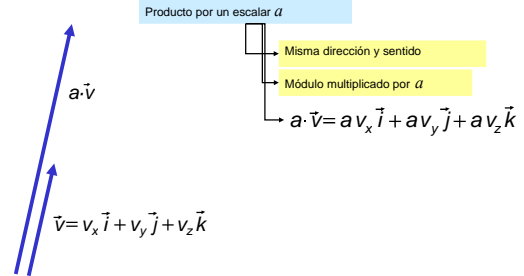


Las **componentes** de un vector en un sistema de referencia son las coordenadas del punto extremo del vector al colocar el origen del vector en el origen del sistema de referencia (v_x, v_y, v_z) .

El **módulo** de un vector se puede calcular a partir de sus componentes como:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Operaciones con vectores



Producto por un escalar a

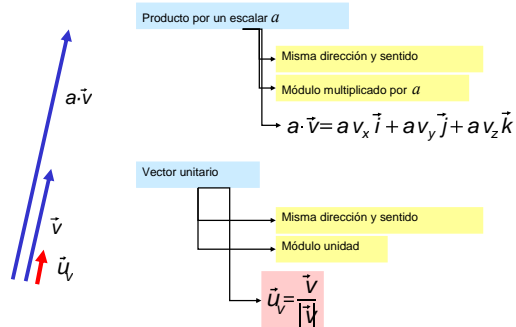
Misma dirección y sentido

Módulo multiplicado por a

$$a \cdot \vec{v} = a v_x \vec{i} + a v_y \vec{j} + a v_z \vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Operaciones con vectores



Producto por un escalar a

Misma dirección y sentido

Módulo multiplicado por a

$$a \cdot \vec{v} = a v_x \vec{i} + a v_y \vec{j} + a v_z \vec{k}$$

Vector unitario

Misma dirección y sentido

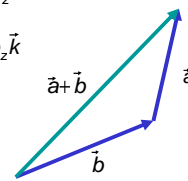
Módulo unidad

$$\vec{u}_v = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Operaciones con vectores

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$



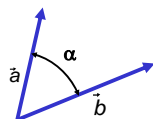
suma de dos vectores:

vector resultante de unir el origen del primero con el extremo del segundo al colocarlos un a continuación del otro.

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} + (a_z + b_z) \vec{k}$$

Operaciones con vectores

Producto escalar: escalar producto de los módulos por el coseno del ángulo que forman los dos vectores



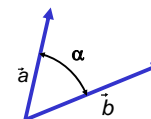
$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

Operaciones con vectores

Producto escalar: escalar producto de los módulos por el coseno del ángulo que forman los dos vectores



$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cos 0 = a^2$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

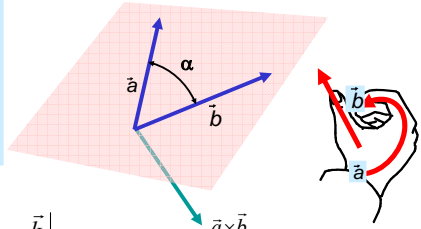
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

Operaciones con vectores

producto vectorial:

un vector de módulo el producto de los módulos por el seno del ángulo que forman los dos vectores, dirección normal al plano que forman, y sentido el que indicado por la regla de la mano derecha.

$$|\vec{a} \times \vec{a}| = |\vec{a}| |\vec{a}| \sin 0 = 0$$



$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$$